Bibliothek
ensburg

I. 148. 2

2390. II.

Practische Anweisung,

Kindern

die ersten Anfangsgründe

der

Rechenkunst

auf eine

anschauliche, den Verstand in Thätigkeit setzende und leichte Weise beyzubringen.

Von

D. Johann Paulus Pöhlmann.

LANDESBIBLIOTHEK REGENSBURG

Zweytes Bändchen.

Zweyte vermehrte Auflage.

Erlangen,

bey Johann Jakob Palm.

1808.

Vorrede

zur

ersten Auflage.

Bey den in diesem Bändchen gelieferten Unterredungen setze ich Kinder voraus, welche 1) nicht nur mit dem Inhalte des vorhergehenden vollkommen vertraut sind, sondern auch schon wenigstens mit vierstelligen Divisoren fertig dividiren können; 2) eine hinreichende, durch Anschauung *) erlangte Kenntniß von den an ihrem Wohnorte üblichen Maß-, Münz- und Gewichtsorten haben, in welche, wie sich von selbst versteht, jeder Lehrer die in diesem Buche vorkommenden verwandeln muß.

*) Ein Kind, welches von Pfunden, Ellen ꝛc. spricht, ohne diese Größen aus Erfahrung zu kennen, spricht von ihnen, wie der Blinde von der Farbe.

Denn was nützte es z. B. dem Kinde in Sachsen, wenn es eine Rechnung in Rheinischen Gulden, aber nicht in Sächsischen Thalern zu verfertigen wüßte?

Das Hülfsmittel, dessen ich mich zur Versinnlichung der Lehre von Brüchen bediene, und worauf ich mich in den Unterredungen immer beziehe, ist am Ende abgebildet. Es besteht in 16 gleich langen, aus Eichenholz verfertigten Stäben, welche, wie es die Abbildung zeigt, in einem Gestelle ungefähr wie die Stampfen in einer Stampfmühle stehen, und oben herausgezogen werden können. Jeder dieser Stäbe ist $\frac{1}{2}$ Zoll dick und breit und 16 Zoll lang. Der erste ist unzertheilt, der 2te ist in 2, der 3te in 3, der 4te in 4 u. s. w. gleiche Theile zerschnitten, welche sich alle an einem Eisendrathe, der oben etwa einen Zoll lang hervorspringt, auf und abschieben, und von demselben abnehmen lassen. Die Löcher, wodurch dieser Drath geht, müssen durchgebrannt werden, weil beym Bohren das Holz leicht zerspringt. Auf jedem dieser Stäbe, deren Anzahl man nach Gutdünken vermehren oder vermin-

dern

dern kann, wird mit einer Ziffer bemerkt, in wie viel Theile er zerschnitten ist, um beym Gebrauche nicht lange noch den Halben, Dritteln, Vierteln ꝛc. suchen zu dürfen. Demnach wird der unzertheilte mit 1, derjenige, welcher in 2 gleiche Theile zerschnitten ist, mit 2 u. s. w. bezeichnet.

Sollte Jemand diese Unterhaltungen zu weitläuftig und darin manche Wiederhohlungen finden, so bitte ich ihn nicht zu vergessen, daß man mit im Denken ungeübten Kindern, denen man deutliche Begriffe beybringen will, weit umständlicher, als mit jungen Leuten, deren Verstand schon einige Reife erlangt hat, zu Werke gehen, und ihnen allerdings schon vorgetragene Wahrheiten unter verschiedenen Wendungen öfter wieder darstellen müsse. Und wie Lehrer mit Anfängern in der Rechenkunst, aus denen sie verständige, nicht bloß mechanische Rechner bilden wollen, verfahren sollen, wollte ich ja practisch zeigen. Uiberdieß erwäge man auch, daß manchem eine solche Unterredung auf dem Papiere zu umständlich scheinen kann, während dem er sie vielleicht

ganz zweckmäßig finden würde, wenn er sie von einem gewandten Lehrer in einem Kreise mittelmäßiger Köpfe halten hörte.

Ein bereits ausgearbeiteter Anhang, den ich für dieses Bändchen bestimmt hatte, und in welchem ich Lehrern in Bürgerschulen eine zwar kurze, aber deutliche Anleitung zur Gesellschafts- und Vermischungsrechnung, so wie zur Kettn- und Basedowschen Regel geben wollte, mußte wegbleiben, weil die Verlagshandlung und ich mit ihr befürchtete, daß die Bogenzahl zu stark anwachsen möchte. Vielleicht entschließe ich mich, ihn zu erweitern und besonders drucken zu lassen.

Erlangen, den 2. Jenner
1804.

Der Verfasser.

Vorerinnerung

zur

zweyten Auflage.

Diese Auflage wurde nicht nur mit verschiedenen Zusätzen, wovon sich die bedeutendsten S. 425. ff. befinden; sondern auch mit 2 Holzschnitten, nämlich mit Tab. II. u. III., vermehrt. Tab. II. kann Lehrern, denen die Anschaffung meiner Rechenstäbe zu kostspielig ist, anstatt dieser dienen. Sie ist in beträchtli-

cher Größe verfertigt, und mit bunten Theilungsstrichen versehen worden, damit die einzelnen Bruchtheile den Rechenschülern auch in ziemlicher Entfernung deutlich in die Augen fallen. In den Unterhaltungen selbst wird jeder Lehrer die Sätze leicht finden, die durch diese Tabelle versinnlicht werden können. Hier bemerke ich bloß, daß man damit nicht nur die einfache, sondern auch die doppelte Brechung (Bruchsbrüche) sinnlich darstellen kann. Wird z. B. die Frage aufgeworfen: der wie vielste Theil von einem ganzen ist das Drittel von einem Viertel? so sucht der Lehrer den in 4 gleiche Theile getheilten Strich auf und fragt: wie heißt jeder dieser Theile? K. Viertel. L. Wie viel Viertel gehören zu einem Ganzen? K. Vier. L. Wie viel Mahl 3 bekämen wir demnach, wenn wir jedes dieser Viertel wieder in 3 gleiche Theile, also in Drittel, theilten? K. Offenbar 4 Mahl 3. L. Und wie viel macht 4 Mahl 3? K. Zwölf. L. Wenn wir also jedes dieser Viertel in 3 gleiche Theile

theil-

theilten, so gäbe uns die ganze Linie 12 gleiche Theile. Wie müßten wir dann diese Theile nennen? K. Zwölftel. L.; (der jetzt die 12te Linie ins Auge fassen läßt). Diese Eintheilung ist hier gemacht. Diese Striche hier (den 3ten, 6ten und 9ten Theilungsstrich zeigend) theilen die Linie in 4 gleiche Theile, und die 2 Linien, die durch jedes dieser Viertel gezogen sind, theilen jedes derselben in 3 gleiche Theile, so daß der ganze Strich in Zwölftel getheilt ist. Wenn ich nun diesen Theil (das erste Zwölftel links oder rechts zeigend) wegnähme, so könnte ich sagen: ich habe $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{4}$ weggenommen. Der wie vielste Theil von dem Ganzen ist aber das Drittel von einem Viertel? K. Der Zwölfte. L. Wie viel müssen aber $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{4}$ betragen? K. $\frac{2}{12}$ oder $\frac{1}{6}$ vom Ganzen.

Diese Uibung kann durch die ganze Tabelle hindurch so angestellt werden, daß man auffuchen läßt:

1) die Hälfte, das 3tel, das 4tel, das 5tel das 6tel, das 7tel, das 8tel von einem Halben.

2) die Hälfte, das 3tel, das 4tel, das 5tel von einem Drittel,

3) die Hälfte, das 3tel, das 4tel von einem Viertel,

4) die Hälfte und das 3tel von einem Fünftel,

5) die Hälfte von einem Sechstel.

Ist dieß geschehen, so sind schon die meisten Rechenschüler im Stande, auch das Verhältniß eines solchen Bruchsbruchs, der nicht mehr auf der Tabelle dargestellt ist, zum Ganzen anzugeben. Denn wenn sie z. B. gefragt würden: der wie vielste Theil vom Ganzen ist das Drittel

von

von einem Sechstel? so würden sie gewiß bey sich selbst denken: wenn mir $\frac{1}{6}$ drey Theile giebt, so müssen mir $\frac{6}{6}$ oder das Ganze 6 Mahl 3, also 18 solche Theile geben. Das 3tel von $\frac{1}{6}$ muß demnach $\frac{1}{18}$ vom Ganzen seyn. Daß eine solche, ohne fernere Beyhülfe äußerer Anschauungen angestellte, Uibung den Verstand noch mehr in Thätigkeit setze, als das Auffuchen der gebrochenen Brüche an besonders hierzu eingetheilten Quadraten, Stäben oder Linien, leidet wohl keinen Zweifel. Deßwegen bin ich auch der Meynung, daß man wohl thue, wenn man dem Rechenschüler nur eine kleine Anzahl von gebrochenen Brüchen sinnlich darstellt. Wer mir hierin beypflichtet, der wird es meiner Tabelle nicht als einen Mangel anrechnen, daß sie die Theilung nicht weiter, als bis zu Sechzehnteln fortführt.

Die mit 3 bezeichnete Tafel gehört größten Theils zu S. 276. u. 300. und zeigt dem Lehrer, wie er seinen Schülern die deutlichsten Begriffe von

der

der Multiplication und Division mit Brüchen beybringen kann. Da selbst die allermeisten Rechenmeister nur auf eine mechanische Weise Brüche mit einander multipliciren und dividiren können, ohne zu wissen, warum sie so und nicht anders verfahren müssen, und was durch ihre Operation eigentlich ausgemittelt werden soll: so hoffe ich, daß diese Versinnlichung und deutliche Darlegung der Sache wenigstens einem Theile meiner Leser nicht unangenehm seyn werde.

Erlangen, im April
1808.

Der Verfasser.

Verbesserungen.

S. 23. Z. 11. v. u. statt: beygefügten und in der Vorrede beschriebene, lies: beygefügte 2te Tabelle.

S. 276. u. 277. setze statt der kleinen lat. Buchstaben die gleichnamigen großen.

Inhaltsverzeichniß.

I) Die Lehre von den Brüchen.

A.) Vorübungen.

Seite

a) Bedeutung des Wortes Bruch. Bezeichnungsart eines Bruches. 1

b) Aechte und unächte Brüche. 24

c) Nachtrag zur Lehre von der Division. 31

d) Uibung im geschwinden Auffinden der Hälften ꝛc. gegebener Zahlen. 40

e) Etwas aus der Lehre von dem geometrischen Verhältnisse. 43

f) Beurtheilung des verschiedenen Werthes zweyer Brüche mit gleichen Zählern aus dem Verhältnisse, in welchem ihre Nenner zu einander stehen. 48

g) Beurtheilung des verschiedenen Werthes zweyer Brüche mit gleichen Nennern aus dem Verhältnisse, in welchem ihre Zähler zu einander stehen. 65

h) Eine ganze Zahl wird in einen unächten Bruch mit gegebenem Nenner verwandelt. 71

i) Eine vermischte Zahl wird eingerichtet. 80

k) Unächte Brüche werden in ganze oder vermischte Zahlen verwandelt. 84

l) Welche Veränderung geht mit einem Bruche vor, wenn 1) nur sein Zähler, 2) nur sein Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicirt wird? 87

m) Welche Veränderung geht mit einem Bruche vor, wenn 1) nur sein Zähler, 2) nur sein Nenner mit einer ganzen Zahl dividirt wird? 101

n) Der

Inhaltsverzeichniß.

Seite

n) Der Werth eines Bruches bleibt unverändert, wenn er im Zähler und Nenner zugleich mit einerley Zahl multiplicirt oder dividirt wird. 107

o) Vom Aufheben der Brüche. 116

p) Brüche mit verschiedenen Nennern werden ohne Veränderung ihres Werthes auf einerley Benennung gebracht. 156

q) Der verlangte Theil einer gegebenen Zahl wird durch Zerfällung des Divisors gefunden. 198

B.) Von den vier einfachen Rechnungsarten mit Brüchen.

a) Addition. 206

b) Subtraction. 220

c) Multiplication. 237

d) Division. 283

II) Die Lehre von der Regeldetri.

A.) Vorbereitung durch die Lehre von den geometrischen Proportionen. 314

B.) Anwendung des Vorhergehenden. Die eigentliche Regeldetri.

a) Die ordentliche. 341

b) Die verkehrte. 431

c) Die welsche Practik, als eine abgekürzte Art Regeldetrieexempel zu rechnen. 452

I) Die

I. Die Lehre von den Brüchen.

A. Vorübungen.

a) Bedeutung des Wortes Bruch. Bezeichnungsart eines Bruches.

L., (welcher die in der Vorrede erwähnten Stäbe vor sich hat). Hier, meine Kinder, habe ich, wie ihr seht, mehrere gleich lange hölzerne Stäbe, vermittelst welcher ich euch das, was ihr von nun an in unsern Rechenstunden zu lernen habt, so deutlich und verständlich machen will, daß ihr, bey gehöriger Stille und Aufmerksamkeit, meinen Unterricht mit der größten Leichtigkeit werdet fassen können. — Sagt mir doch einmahl, in wie viel Theile dieser Stab hier (Nro. 1.) zerschnitten oder zertheilet ist.

K. Der ist ja gar nicht zerschnitten.

L. Könnte ich denn aber nicht ein Stück davon herunterschneiden, ihn also zertheilen? K. O ja.

L. Gesetzt nun, ich schnitte ihn hier in der Mitte entzwey, wie viel bekäme ich dann Stücke oder Theile? K. Zwey.

L. Und wie hießen die Stücke, wenn sie einander gleich wären? K. Hälften.

L. Würden sie aber auch Hälften heißen, wenn eins davon etwas größer wäre als das andere? K. Nein.

L. Nun sieh, ob dieser Stab (Nro. 2. hinreichend) in Hälften getheilt ist oder nicht. K. Er ist in Hälften getheilt.

L. Wie viel Hälften hat denn dieser ganze Stab gegeben? K. Zwey.

L. Wie viel Hälften würde mir denn dieser da (Nro. 1.) geben, wenn ich ihn zerschneiden wollte? K. Auch zwey.

L. Könnte ich denn nicht drey Hälften daraus machen? K. Nein.

L. Aber warum denn nicht? K. Weil die Theile eines Stabs (eines Ganzen) nur dann Hälften heißen, wenn man ihn (es) in zwey gleiche Theile getheilt hat.

L. Das ist recht! Nun werdet ihr wohl die Theile dieses Stabes (Nro. 3.) nicht Hälften, sondern anders nennen: wie nennt ihr sie? K. Drittel.

L. Da nehmt ihr freylich an, daß diese 3 Theile einander gleich sind, welches auch wirklich der Fall ist. Würdet ihr sie aber auch Drittel nennen, wenn einer davon ein bischen größer als die andern beyden wäre? K. Nein.

L. Da ihr euch nun, wenn ihr nur nach dem Augenmaße urtheilet, leicht täuschen könnt; so müßt ihr auf eine andere Weise zu erfahren suchen, ob diese drey Theile einander gleich sind oder nicht. Wie könnt ihr dieses erfahren? K. Wenn wir sie an einander legen und messen.

L. Freylich! Fritz, thue dieses. K. (mißt.)

L. Nun? sind sie einander gleich oder nicht? K. Sie sind einander gleich.

L. Jetzt seyd ihr auch erst überzeugt, daß wir diese 3 Theile Drittel nennen dürfen. Wer sagt mir, in wie viel Theile dieser Stab (Nro. 4.) getheilt ist. K. In vier.

L. Was müßt ihr von diesen vier Theilen erst noch wissen, wenn ihr sie Viertel nennen wollt? K. Daß sie einander gleich sind.

L. Wie wollt ihr dieses erfahren? K. Wenn wir sie an einander legen und messen.

L. Nun, du Carl, so sieh, ob es Viertel sind oder nicht. K. (nach der Untersuchung.) Es sind Viertel.

L. Warum nennst du diese Theile Viertel, und nicht auch Drittel? K. Weil der ganze Stab in vier und nicht in drey gleiche Theile getheilt ist.

L. Ganz recht! Wie werden wir denn wohl die Theile dieses Stabes da (Nro. 5.) nennen müssen, da er in fünf gleiche Theile getheilt ist? K. Fünftel.

L. Gesetzt aber, ich theilte diesen Stab da (auf Nro. 1. zeigend) in 6 Theile, wie hießen die Theile dann? K. Sechstel *).

L., (der mit Kreidenstrichen den Stab in 6 ungleiche Theile theilt.) Seht, nun habe ich diesen Stab durch Striche in 6 Theile getheilt; aber kein

*) So rufen die Kinder in der Uibereilung.

in der Rechenkunst gehörig unterrichteter Mensch wird sie Sechstel nennen: warum wohl nicht? K. Weil sie nicht alle einander gleich sind.

L. Freylich! Ihr habt also vorhin nicht mit Uiberlegung geantwortet. Ich will die Frage noch Ein Mahl wiederhohlen und sehen, wie ihr jetzt antwortet. Wie hießen die Theile, wenn ich diesen Stab in 6 Theile theilte? K. —

L. So lange wir nicht wüßten, daß sie alle einander gleich wären, könnten wir ihnen gar keine Benennung geben. Wie hießen aber die Theile dieses Stabes, wenn ich ihn in sechs gleiche Theile zerschnitte? K. Sechstel.

L. Jetzt habt ihr recht geantwortet. Hier dieser Stab (Nro. 7.) ist in 7 gleiche Theile getheilt: wie nennt ihr deßhalb die Theile? K. Siebentel.

L. Warum nicht Sechstel? K. Weil der ganze Stab in sieben und nicht in sechs gleiche Theile getheilt ist.

L. Ich werde jetzt diesen Stab (Nro. 1.) wieder mit Kreidenstrichen in 8 Theile theilen: wie wollt ihr diese Theile nennen? K. Wenn Sie sie nicht alle einander gleich machen, so können wir ihnen keinen Namen geben.

L. Gut! Jetzt habt ihr mit Uiberlegung geantwortet. Gesetzt nun, ich machte die Theile alle einander gleich, wie würdet ihr sie dann nennen? K. Achtel.

L. Nun seht doch, ob dieser Stab hier, (Nro. 8. hinreichend) in Achtel getheilt ist oder nicht. K. Er ist in Achtel getheilt.

L. War-

L. Warum nennt ihr diese Theile Achtel? K. Weil der ganze Stab gerade in 8 gleiche Theile zerschnitten (getheilt) ist.

L. Gut! Wenn werde ich denn die Theile eines solchen Stabes Neuntel nennen können? K. Wenn er in neun gleiche Theile getheilt ist.

L. Da (Nro. 9. hinreichend) untersucht und seht, ob diese Theile Neuntel genannt werden dürfen oder nicht. K. Sie dürfen so genannt werden.

L. Warum denn? K. Weil aus dem ganzen Stabe gerade neun gleiche Theile gemacht worden sind.

L. Freylich! Wie aber, wenn ich jetzt von diesen 9 Theilen einen wegnehme, so daß ich ihrer nur noch 8 übrig behalte, dürfen wir dann diese 8 Theile Achtel nennen? K. Nein.

L. Aber es sind doch 8 gleiche Theile? K. Aber der Stab ist nicht in 8, sondern in 9 gleiche Theile getheilt.

L. Aha! ich merke schon, daß ihr wißt, worauf man sehen muß, wenn man den gleichen Theilen eines dieser Stäbe *) Namen geben will. Was muß ich euch erst sagen, ehe ihr die gleichen Theile dieses Stabs (Nro. 16. vorzeigend) benennen könnt? K. In wie viel Theile er eingetheilt ist.

L. Richtig! Und was müßt ihr immer erst wissen, ehe ihr die gleichen Theile, irgend eines Din-

*) Man übersehe diesen Wink nicht! Noch spreche ich nicht im Allgemeinen: eines Ganzen, sondern bleibe noch bey einem einzelnen Falle stehen.

ges, z. B. eines Apfels, eines Kuchens, einer langen Stange ꝛc. benennen könnt? K. In wie viel gleiche Theile es eingetheilt ist.

L. Dieser Stab da (Nro. 16.) ist in 16 gleiche Theile eingetheilt: wie nennt ihr nun die Theile? K. Sechzehntel.

L. Recht! Aus welchem Worte ist das Wort Sechzehntel gemacht? K. Aus dem Worte sechzehn.

L. Welche Sylbe ist demselben angehängt? K. Die Sylbe tel.

L. Und diese Sylbe ist aus dem Worte Theil entstanden. Sechzehntel, Siebentel ꝛc. ist so viel als der sechzehnte, siebente ꝛc. Theil irgend eines ganzen Dinges (Ganzen). Hiebey merkt, daß bey denjenigen Zahlwörtern, die sich auf g endigen, statt tel die Sylbe stel angehängt wird. So sagt man z. B. nicht: ein Zwanzigtel, sondern: ein Zwanzigstel. Auch findet bey den Zahlwörtern zwey und drey eine Ausnahme Statt. Man spricht nämlich nicht: ein Zweytel, ein Dreytel, sondern ein Halbes, ein Drittel. — Nunmehr werdet ihr mir sagen können, wie man die Theile nennen müßte, wenn ich diesen Stab (Nro. 1.) in vierzig gleiche Theile theilte. K. Vierzigstel.

L. Und wenn ich ihrer funfzig daraus machte? K. Dann hießen sie Funfzigstel.

L. Wenn ich ihrer aber nur ein und dreyßig daraus machte? K. Dann wären es Ein und dreyßigstel.

L. Und wie viel gleiche Theile müßte ich denn aus diesem Stabe machen, wenn sie Sechs und

neun-

neunzigstel heißen sollten? K. Sechs und neunzig.

L. Und wenn ich sie Hunderttel nennen wollte? K. Dann müßten Sie hundert gleiche Theile daraus machen.

L. Nun sagt mir, ob man auser diesen Stäben noch andere Dinge in eine gewisse Anzahl gleicher Theile theilen kann. K. Allerdings.

L. Wer nennt mir einige dergleichen Dinge? K. (nennen wahrscheinlich gewisse Einzeldinge.)

L. Nicht nur jedes einzelne Ding, sondern auch einen ganzen Haufen, eine Anzahl von Einzeldingen, kann man in mehrere gleiche Theile theilen. So können wir z. B. funfzig Aepfel, achtzig Brodlaibe, siebenzig Bohnen, neunzig Thaler, tausend Gulden ꝛc. in zwey, drey, vier ꝛc. gleiche Theile theilen. Hätten wir nun funfzig Aepfel in 2 gleiche Theile getheilt, wie hieße dann jeder Theil? K. Die Hälfte.

L. Von welcher Zahl? K. Von funfzig.

L. Und wenn wir die funfzig Aepfel in 3 gleiche Theile getheilt hätten, wie hießen dann die Theile? K. Drittel von funfzig.

L. Und wenn wir 50 Theile daraus gemacht hätten? K. Dann müßten sie Funfzigstel von 50 heißen.

L. Das ist recht! Nun aber möchte ich wissen, wenn ich einen dieser Stäbe nicht mehr eintheilen könnte, oder welches die Anzahl von Theilen wäre, bey welcher ich in der Eintheilung stehen bleiben müß-

müßte, so daß ich keine größere Anzahl Theile mehr daraus machen könnte. K. —

L. Diese Anzahl läßt sich nicht bestimmen. Ich könnte viele tausend Theile daraus machen, wenn ich sie so groß, wie die Sägespäne machte, und jeden dieser Theile kann ich mir, in Gedanken wenigstens, wieder in viele kleinere Theile zertheilt vorstellen. Merkt also nur so viel: jedes einzelne körperliche Ding, und jede Anzahl von solchen Dingen können wir entweder wirklich, oder in Gedanken in mehrere gleiche Theile theilen, welche ihren Namen von dem Zahlworte erhalten, welches uns sagt, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt worden ist. — Jetzt will ich einen dieser (schon bereit liegenden) Erdäpfel in mehrere (man mache Drittel daraus) gleiche Theile zertheilen und Einen dieser gleichen Theile davon wegnehmen. — So! Wer sagt mir nun alles genau, was ich jetzt gethan habe? K. Sie haben einen Erdapfel in mehrere gleiche Theile zertheilt und Einen davon weggenommen.

L. Gut! (Ein anderer Erdapfel wird in Viertel zerschnitten und 3 Theile werden davon weggenommen.) Was habe ich denn jetzt wieder gethan? K. Sie haben einen Erdapfel in vier Theile zerschnitten und drey davon weggenommen.

L. Und diese Theile sollen einander gleich seyn, deßwegen sagt: in vier gleiche Theile. Wir wollen aber jetzt weder die Theile, in die ich den Erdapfel zerschnitten, noch diejenigen, welche ich wegge-

nommen habe, zählen, sondern nur so sprechen: Ich habe einen Erdapfel in mehrere gleiche Theile getheilt und einige davon weggenommen. Wer sagt mir mit diesen Worten, was ich jetzt gethan habe? K. Sie haben einen Erdapfel ꝛc.

L., (der den 3ten Erdapfel in Fünftel zerschnitten und deren 4 weggenommen hat). Was habe ich denn jetzt wieder gethan? K. Sie haben wieder einen Erdapfel in mehrere gleiche Theile getheilt, und einige dieser Theile davon weggenommen.

L. Das war gut geantwortet! Nun merkt ein neues Wort mit seiner Bedeutung. Diese weggenommenen Theile, nämlich hier diese vier Fünftel, heißen ein Bruch; diese drey Viertel hat man auch einen Bruch, dieses Drittel hier wird auch ein Bruch genannt. Hingegen dieser (bereit liegende) Erdapfel darf, weil er ganz ist, nicht mit dem Namen Bruch belegt werden. Gesetzt nun, ich nehme diesen Stab hier (Nro. 1.), werdet ihr wohl sagen: dieß ist ein Bruch? K. Nein.

L. Wenn ich aber von diesem Stabe da (Nro 2.) den einen Theil nehme, sollte wohl dieser Theil ein Bruch heißen? K. Ja.

L. Und wenn ich hier von dem da (Nro. 4.) drey Theile wegnehme, wie werdet ihr diese drey weggenommenen Theile nennen? K. Bruch.

L. Gut! Und wie wollt ihr diese zwey Theile, welche ich hier von diesem Stabe (Nro. 5.) nehme, nennen? K. Auch einen Bruch.

L. Ganz recht! Wenn ich also diesen Stab (Nro.), oder einen Erdapfel, oder einen Laib

Brod, oder einen Kuchen, oder einen Teller voll Kirschen in mehrere gleiche Theile theilte, und einige davon nähme, wie müßte ich dann die weggenommenen Theile nennen? K. Einen Bruch.

L. Wie aber, wenn ich nur Einen Theil davon nähme, wie würde denn dieser heißen? K. Auch ein Bruch.

L. Allerdings! Ich habe ja vorhin dieses Drittel auch einen Bruch genannt. Nun sagt mir doch, was ich thun müßte, wenn es heißen sollte: ich habe einen Bruch von einem Apfel? K. Sie müßten den Apfel in mehrere gleiche Theile theilen und einen oder einige davon nehmen.

L. Und was müßte ich thun, daß ich sagen könnte: ich habe einen Bruch von diesem Stabe (Nro. 1.)? K. Sie müßten ihn ebenfalls in mehrere gleiche Theile theilen und Einen oder mehrere davon nehmen.

L. Und was müßte ich thun, wenn es heißen sollte: ich habe einen Bruch von diesem (bereit liegenden ganzen) Erdapfel? K. Sie müßten ihn auch in mehrere gleiche Theile zerschneiden (theilen), und Einen oder einige davon nehmen.

L. Das will ich auch jetzt thun. (Den Erdapfel in Viertel zerschneidend.) — So! Hier habe ich 3 Theile von diesen 4 gleichen Theilen, welche ich aus dem ganzen Erdapfel gemacht habe, vor mich hergelegt. Nun wollen wir den Erdapfel nicht Erdapfel, sondern überhaupt ein Ganzes, d. h. ein ganzes Ding, welches sich theilen läßt, nennen. So ist jeder dieser Stäbe ein Ganzes ꝛc. Einen

Laib

Laib Brod, ein Pfund Butter, eine Maß Bier, eine Maß Erbsen, zehn ꝛc. Gulden ꝛc. können wir Ganze nennen. Wenn ich nun jetzt sagte: hier (auf die $\frac{3}{4}$ vom Erdapfel zeigend) liegen mehrere Theile von einem Ganzen, welches in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden ist, hätte ich da etwas Wahres, oder etwas Falsches behauptet? K. Etwas Wahres.

L. Da muß also wirklich irgend ein Ganzes in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden seyn: welches ist denn dieses eingetheilte Ganze? K. Der Erdapfel.

L. Und welches ist die Anzahl von gleichen Theilen, die ich daraus gemacht habe? K. Vier.

L. Und wie viel Theile habe ich von diesen vieren genommen? K. Drey.

L. Das ist recht! Kann mir wohl jetzt eines von euch meine vorige Behauptung, von welcher ihr sagtet, daß sie wahr sey, wiederhohlen, mir also mit meinen vorhin ausgesprochenen Worten sagen, was hier (auf die $\frac{3}{4}$ vom Erdapfel zeigend) liegt? K. Hier liegen mehrere Theile von einem Ganzen, welches in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden ist.

L. Das heißt kürzer: **hier liegt ein Bruch.** Und nun werdet ihr mir gleich sagen können, was das Wort Bruch (in der Rechenkunst) bedeutet. K. Es bedeutet mehrere Theile von einem Ganzen, welches in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden ist.

L. Das

L. Das ist gut! — Nun merkt noch dieses: da auch schon Ein Theil von einem in eine gewisse Anzahl gleicher Theile eingetheilten Ganzen ein Bruch heißt, so müssen wir vollständig so sprechen: das Wort Bruch bedeutet Einen oder mehrere Theile von einem Ganzen, welches in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden ist. Wie viele von euch können wohl diesen Satz ohne Fehler wiederhohlen? K. (wiederhohlen.)

L. Nun merkt noch folgendes: Einen Theil oder die Theile eines Ganzen nennen wir nur dann einen Bruch, wenn wir sie zugleich mit dem Ganzen in Gedanken vergleichen, wenn wir, indem wir von ihnen sprechen, zugleich an das Ganze und die Anzahl der gleichen Theile, in welche es getheilt ist, denken. Dieser Stab z. B. ist ein Theil von einem Baume. Allein wenn ich von ihm (dem Stabe) jetzt spreche, so denke ich weder an den Baum, noch an die mögliche Anzahl seiner Stäbe, die man aus ihm hätte machen können. Deßhalb nenne ich diesen Stab nicht etwa einen Bruch von einem Baume. Wenn aber Jemand zu mir sagte: ich habe einen Baum in hundert, tausend ꝛc. gleiche Theile getheilt und gebe dir Einen oder zwey, drey ꝛc. dieser Theile, wie müßte ich nun diese Theile zusammen nennen? K. Bruch.

L. Warum müßte ich sie so nennen? K. Weil Sie bey diesen Worten zugleich an das Ganze und die Anzahl seiner gleichen Theile denken müßten.

L. Und

L. Und wenn mir Jemand ein Stück von einem ganzen Laibe Brod herunter schnitte und zum Essen darreichte, so würde ich es verzehren, ohne an den ganzen Laib und die Anzahl der gleich großen Stücke, die man daraus machen könnte, zu denken. Würde ich wohl dieses Stück Brod einen Bruch nennen können? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil Sie dabey weder an den ganzen Laib Brod, noch an die Anzahl der gleich großen Stücke, die man daraus machen könnte, dächten.

L. Wie würde ich aber dieses nämliche Stück Brod nennen müssen, wenn Jemand sagte: ich habe einen Laib Brod in 16 ꝛc. gleiche Stücke zerschnitten und gebe dir hiemit eines davon? K. Einen Bruch.

L. Warum? K. Weil Sie jetzt an den ganzen Laib und die Anzahl der gleichen Theile, die daraus gemacht worden sind, denken müßten.

L. Gut! Nunmehr, denke ich, werdet ihr mit dem Worte Bruch den gehörigen Begriff verbinden können. Jetzt merkt auch noch, von welchem Worte das Wort Bruch abstammt. Es kommt her von brechen. Weil nämlich das Ganze, wenn ich es in mehrere Theile eintheilen will, gleichsam zerbrochen, d. h. hier getrennt, zerlegt werden muß; so nannte man die davon weggenommenen, gleichsam abgebrochenen, Theile einen Bruch. Jetzt sagt mir einmahl, in wie viel gleiche Theile dieser Stab da (Nro. 5.) getheilt ist. K. In fünf.

L. Wie müssen deßhalb die Theile heißen? K. Fünftel.

L. Fritz.

L. Fritz, nimm jetzt von diesem Stabe drey Fünftel weg. K. (thut dieses.)

L. Kannst du mir sagen, was du jetzt gethan hast? K. Ich habe drey Fünftel von diesem Stabe weggenommen.

L. Solltest du denn da wohl einen Bruch von diesem Stabe haben? K. Ja.

L. Wie hast du denn diesen Bruch erst genannt? K. Drey Fünftel.

L., (der von dem Stabe Nro. 3. zwey Theile wegnimmt). Habe ich wohl jetzt auch einen Bruch vor mir? K. Allerdings.

L. Wie werde ich wohl diesen Bruch nennen müssen? K. Zwey Drittel.

L. Wovon sind es zwey Drittel? K. Von einem dieser hölzernen Stäbe.

L. Und wie wollt ihr diesen Bruch hier (die drey Viertel von dem vorhin gebrauchten Erdapfel) nennen? K. Drey Viertel.

L. Wovon? K. Von einem Erdapfel.

L. Hieraus seht ihr, daß wir den Brüchen auch wieder ihre Benennungen beylegen können, und es ist nöthig, daß wir ihnen diese alle Mahl geben, sonst können wir uns Andern nicht verständlich machen. Denn wenn ich zu einem Kaufmann sagte: ich brauche einen Bruch von einer Elle Leinwand, so wüßte er ja nicht, ob er mir Ein Drittel, oder zwey Fünftel, oder fünf Achtel ꝛc. geben sollte. Sagte ich aber: ich brauche drey Viertel von einer Elle Leinwand, so wüßte er gleich, wie viel er mir abmes-

abmessen müßte. — Jetzt will ich sehen, ob ihr mir jeden vorgelegten Bruch benennen könnt.

Nun lege man von jedem der vorhandenen Stäbe bald mehr, bald weniger Theile vor, und lasse diese Brüche gehörig benennen.

L. Jetzt will ich sehen, ob ihr mir jeden Bruch, den ich nennen werde, von diesen Stäben herreichen könnt. Du, Fritz, reiche mir Ein Viertel her. — Du, Carl, reiche mir drey Dreyzehntel her. — Du, Marx, reiche mir fünf Vierzehntel her. — Du, Balthas, reiche mir sieben Neuntel her u. s. w.

L. Gesetzt, ich wollte einem Taglöhner drey Viertel Pfund Fleisch geben, in wie viel gleiche Theile müßte ich denn da das Pfund Fleisch theilen? K. In vier.

L. Und wie viel Theile müßte ich dem Taglöhner davon geben? K. Drey.

L. Wie viel Zahlwörter habt ihr jetzt in euren beyden letzten Antworten ausgesprochen? K. Zwey.

L. Welche? K. Vier und drey.

L. Gut! Wie viel gleiche Theile müßte ich denn aus diesem Stabe (Nro. 1.) machen, wenn ich Jemanden fünf Zwölftel davon geben wollte? K. Zwölf.

L. Und wie viel Theile müßte ich davon weggeben? K. Fünf.

L. Wie viel Zahlwörter habt ihr jetzt wieder in euren zwey letzten Antworten ausgesprochen? K. Wieder zwey.

L. Wel-

L. Welche? K. Zwölf und fünf.

L. Bey jedem Zahlworte denken wir auch an eine Zahl. An wie viel Zahlen werdet ihr also wohl gedacht haben, als ich den Bruch: fünf Zwölftel nannte? K. An zwey.

L. Was für zwey Zahlen waren dieß? K. Zwölf und fünf.

L. Nun sagt mir, an wie viel Zahlen ihr denkt, wenn ich sage: ich gebe Jemanden sieben Neuntel von diesem Stabe. K. Auch an zwey.

L. An welche denn? K. An sieben und neun.

L. Welche von diesen beyden Zahlen sagt euch denn, wie viel ich Theile aus dem ganzen Stabe machen muß, wenn ich sieben Neuntel davon weggeben will? K. Die Zahl neun.

L. Und welche Zahl sagt euch, wie viel ich Theile weggebe? K. Die Zahl sieben.

L. Was sagt euch die Zahl neun in dem jetzigen Beyspiele? K. Wie viel Sie Theile aus dem ganzen Stabe machen müssen.

L. Und was sagt euch die Zahl sieben? K. Wie viel Theile Sie davon weggeben.

L. Das ist gut! Nun gebt recht Achtung, und sagt mir, ob ihr gegen folgenden Satz etwas zu erinnern habt oder nicht. Bey jedem Bruche muß man an zwey Zahlen denken, wovon die eine sagt, in wie viel Theile das Ganze getheilt worden ist, und die andere zu erkennen giebt, wie viel Theile vom Ganzen genommen worden sind. K. Dieser Satz ist richtig.

L. Gut!

L. Gut! Wiederhohlt ihn jetzt, bis er euch recht geläufig ist. K. (wiederhohlen.)

L. Da wir bey jedem Bruche an zwey Zahlen denken müssen, so müssen wir auch, wenn wir ihn mit Ziffern bezeichnen wollen, jedes Mahl diese zwey Zahlen anzeigen. Gesetzt also, ich spräche: drey Siebentel, an wie viel Zahlen müßt ihr bey diesem Ausdrucke denken? K. An zwey.

L. An welche? K. An drey und sieben.

L. Mit welchen Ziffern werden denn diese beyden Zahlen bemerkt? K. Mit den Ziffern 3 und 7.

L. Nun will ich mit diesen beyden Ziffern drey Siebentel schreiben ($\frac{3}{7}$ anschreibend). Seht, dieß wird ausgesprochen: drey Siebentel. Wer kann dieses (auf $\frac{3}{7}$ zeigend) aussprechen? K. Drey Siebentel.

L. Nun will ich geschwind sehen, wer dieses ($\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$) aussprechen kann. K. (sprechen gleich richtig aus *).

L. Seht, wie leicht es euch wird, Brüche, die mit Ziffern angezeigt sind, auszusprechen! Jetzt sagt mir doch auch, ob die Ziffern, womit wir Brüche bezeichnen, über oder neben einander geschrieben werden. K. Sie werden über einander geschrieben.

L. Damit man aber gleich sehen könne, daß diese über einander stehenden Ziffern weder Summanden noch Factoren seyn sollen, so macht man ein besonderes Zeichen: was für eins? K. Einen Strich.

L. Wo

*) Nur stupide und unachtsame Kinder können dieß nicht.

L. Wo steht dieser Strich? K. Zwischen den beyden Ziffern.

L. Wer jetzt recht Achtung gegeben hat, der wird mir gleich die Brüche, die ich jetzt vorsagen werde, gehörig bezeichnen können. Wer bezeichnet mir ein Drittel? — Ein Viertel? — Zwey Fünftel? — Fünf Sechstel? — Sieben Achtel? — Sechs Siebentel? — Acht Neuntel? — Neun Zehntel? — Drey Eilftel? — Sieben Zwölftel? — Sechs Dreyzehntel? — Eilf Zwölftel? — Dreyzehn Funfzehntel? u. s. w.

L. Das war alles gut getroffen! Nun betrachtet einmahl diese hier bezeichneten Brüche: $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{15}$ und sagt mir, welche von diesen hier bemerkten Zahlen die Anzahl der gleichen Theile, worein die Ganzen getheilt worden sind, anzeigen. K. Die Zahlen 3, 6, 12, 15.

L. Worin sind also diese Zahlen alle einander ähnlich? K. Darin, daß sie alle die Anzahl der gleichen Theile anzeigen, worein die Ganzen getheilt worden sind.

L. Um dieser Aehnlichkeit willen hat man diesen Zahlen auch einen gemeinschaftlichen Namen gegeben: man nennt sie Nenner. Welche Zahlen sind denn die Nenner der hier bemerkten Brüche? Nennt mir sie. K. Die Zahlen 3, 6, 12, 15.

L. Gut! Alle diese Zahlen, die man, wie gesagt, die Nenner dieser Brüche nennt, zeigen uns an, in wie viel gleiche Theile die Ganzen getheilt worden sind. Jetzt werdet ihr mir sagen können, was man unter dem Nenner eines Bruches ver-

versteht: wer sagt mir dieses? K. Diejenige Zahl, welche mir die Anzahl der Theile anzeigt, worein das Ganze getheilt worden ist.

L. Recht! Wer kann diesen Satz wiederhohlen? K. (wiederhohlen.)

L. Und wer weiß noch, wie man diejenige Zahl bey einem Bruche nennt, welche mir sagt, wie viel gleiche Theile ich aus dem Ganzen gemacht habe? K. Nenner.

L. Warum mag man aber dieser Zahl gerade den Namen Nenner gegeben haben? K. —

L. Das will ich euch jetzt sagen. Weil von dieser Zahl die einzelnen Theile (Stücke) des Ganzen ihre Benennung erhalten. Wenn ich z. B. aus dem Ganzen 8 Theile mache, so heißen die Theile — nun wie? K. Achtel

L. Aus welchem Worte ist das Wort Achtel gemacht? K. Aus dem Worte Acht.

L. Welches ist in dem Bruche da ($\frac{3}{8}$) der Nenner? K. Die Zahl 8.

L. Warum wird diese Zahl hier der Nenner genannt? K. Weil die Theile des Ganzen ihre Benennung davon erhalten.

L. Freylich! Jetzt merkt auch, daß man die Ziffer oder Ziffern, womit man in einem Bruche den Nenner bezeichnet, ebenfalls den Nenner heißt. Wenn Jemand zu mir sagte: lösche den Nenner in dem Bruche da ($\frac{3}{8}$) weg, was müßte ich da für eine Ziffer weglöschen? K. Die 8.

L. Freylich! Jetzt sagt mir auch, welche von diesen Zahlen ($\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{15}$) die Menge der Theile anzeigen, die man immer von einem in mehrere gleiche Theile getheilten Ganzen genommen hat, oder nehmen soll. K. Die Zahlen 2, 5, 7, 13.

L. Was zeigt jede dieser Zahlen an? K. Die Menge (Anzahl) der Theile, welche man von einem, in mehrere gleiche Theile eingetheilten Ganzen genommen hat, oder nehmen soll.

L. Da sind auch diese Zahlen in einem gewissen Punkte einander ähnlich: in welchem? K. In dem, daß jede die Anzahl der Theile anzeigt, welche man von einem in mehrere gleiche Theile getheilten Ganzen genommen hat, oder nehmen soll.

L. Wegen dieser Aehnlichkeit haben auch diese Zahlen einen gemeinschaftlichen Namen: man nennt sie Zähler. Wenn ich also frage: welches sind die Zähler dieser Brüche, so antwortet ihr — wer weiß wie? K. Die Zahlen 2, 5, 7, 13.

L. Wer kann mir aber jetzt sagen, was man unter dem Zähler eines Bruches versteht? K. Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel Theile man von einem in mehrere gleiche Theile getheilten Ganzen genommen hat.

L. Gut! Auch die Ziffer, womit diese Zahl bezeichnet wird, heißt Zähler. Und diesen Namen hat man deßwegen gewählt, weil man mit der, mit dem Zähler bezeichneten, Zahl die uns gleichsam vorgezählten Theile vom Ganzen, welche der Bruch enthält, anzeiget. — Daß die Ziffern, womit man einen Bruch bezeichnet, über und nicht neben

einander gesetzt, und durch einen Querstrich unterschieden werden, wißt ihr schon. Jetzt sagt mir, wohin — vom Querstriche an gerechnet — der Zähler, und wohin der Nenner zu stehen kommt. K. Der Zähler kommt über, der Nenner unter den Strich zu stehen.

L. Recht! Jetzt will ich sehen, ob ihr das bisher Gelernte recht verstanden und gemerkt habt. Du, Fritz, schreibe an die Tafel: siebenzehn Zwanzigstel. K. (schreibt $\frac{17}{20}$.)

L. Wenn dieß $\frac{17}{20}$ von einem Kuchen anzeigen sollten, so müßte ich mir den ganzen Kuchen in mehre Theile getheilt vorstellen: in wie viel Theile müßte ich ihn getheilt denken? K. In 20.

L. Welche Zahl sagt dir, daß aus dem Kuchen 20 Theile gemacht seyn müßten? K. Die Zahl 20.

L. Wie viel Theile dürften davon größer als die übrigen seyn? K. Keiner.

L. Wie werden Theile, wovon keiner größer als der andere ist, genannt? K. Gleiche Theile.

L. Wie viel von diesen zwanzig gleichen Theilen müssen nach Angabe dieses Bruches (auf $\frac{17}{20}$ zeigend) genommen werden? K. Siebenzehn.

L. Wie nennt man hier in diesem Bruche die Zahl siebenzehn? K. Zähler.

L. Warum heißt sie so? K. Weil man damit die uns gleichsam vorgezählten Theile vom Ganzen anzeiget.

L. Ganz recht! Welche dieser beyden Zahlen heißt der Nenner? K. Die Zahl zwanzig.

L. Warum nennt man sie so? K. Weil von ihr die Theile des Ganzen ihre Benennung erhalten.

L. Gut! Jetzt lösche den Zähler dieses Bruches weg. K. (thut dieß.)

L. Was hast du jetzt gethan? K. Ich habe (von dem Bruche $\frac{17}{20}$) den Zähler weggelöscht.

L. Jetzt schreibe den weggelöschten Zähler wieder hin, und lösche dafür den Nenner weg. K. (thut dieß.)

L. Was hast du jetzt gethan? K. Ich habe ꝛc.

L., (der 5 Theile von dem Stabe Nro. 16. vor sich hinlegt). Habe ich wohl jetzt einen Bruch von diesem Stabe, welcher in 16 gleiche Theile eingetheilt ist, vor mir liegen oder nicht? K. Sie haben einen Bruch von diesem Stabe vor sich liegen.

L. Wie heißt denn dieser Bruch? K. Fünf Sechzehntel.

L. Wer bezeichnet diesen Bruch an der Tafel? K. (bezeichnet ihn gehörig.)

L. Wie heißt denn die über dem Querstriche bemerkte Zahl? K. Zähler.

L. Und die unter dem Striche? K. Nenner.

L. Was zeigt denn hier die Zahl 16 oder der Nenner an? K. Die Anzahl der gleichen Theile, die aus dem ganzen Stabe gemacht worden sind.

L. Und was zeigt die Zahl 5 oder der Zähler an? K. Die Anzahl der Theile, welche von den 16 Theilen weggenommen worden sind.

L. Gut! Jetzt reiche mir einmahl sieben Funfzehntel von einem dieser Stäbe her. Sage mir aber erst, in wie viel gleiche Theile du einen solchen

Stab,

Stab, wenn du diesen meinen Befehl befolgen willst, eintheilen mußt? K. In 15.

L. Diese Eintheilung ist schon bey einem derselben gemacht, du darfst ihn also nur herausfuchen. K. (hat den Stab Nro. 15. gefunden, und sieben Theile davon dem Lehrer gegeben.)

L. Wie heißt der Bruch, den du mir jetzt von diesem Stabe gegeben hast? K. Sieben Funfzehntel.

L. Nun bezeichne diesen Bruch mit Ziffern. K. (thut dieses.)

L. Welche Zahl ist der Nenner? — Welche der Zähler? — Was zeigt die Zahl 15 hier an? — Und die Zahl 7?

Auf diese Weise, d. h. so, daß man immer einen Bruch von den Stäben suchen und dann bezeichnen läßt, übe man die Kinder so lange, bis sie jeden gegebenen Bruch gehörig anschreiben können, und ihnen die mit den Wörtern Nenner und Zähler bezeichneten Begriffe recht geläufig sind. Bey der Repetition, die ein verständiger Lehrer fleißig anstellen wird, kann man hier also verfahren: Man hängt die dieser Auflage beygefügten und in der Vorrede beschriebene Tabelle auf, sagt den Schülern, daß der erste Streifen in 2, der zweyte in 3, der 3te in 4 u. s. w. gleiche Theile, gerade wie die bisher gebrauchten Stäbe, getheilt seyen und läßt sie dann, um sie zugleich im Aussprechen mehrerer und längerer Sätze zu üben, folgender Massen sprechen:

Wenn ein Ganzes in 2 gleiche Theile getheilt ist, so heißt jeder Theil die Hälfte. Dieser Streifen (hin zeigend) ist in 2 gleiche Theile getheilt; folglich heißt jeder dieser Theile die Hälfte (vom ganzen Streifen).

Wenn ein Ganzes in 3 gleiche Theile getheilt ist; so heißt jeder Theil ein Drittel. Dieser Streifen (hinzeigend) ist in 3 gleiche Theile getheilt; folglich heißt jeder dieser Theile ein Drittel (vom ganzen Streifen).

Wenn ein Ganzes in 4 gleiche Theile getheilt wird; so heißt jeder Theil ein Viertel. Dieser Streifen (auf GH zeigend) ist in 4 gleiche Theile getheilt; folglich heißt jeder dieser Theile ein Viertel. U. s. w.

b) Aechte und unächte Brüche.

L. Wie viel Hälften kann ich denn aus diesem Stabe hier (Nro. 2.) machen? K. Zwey.

L. So viel sind auch, wie ihr hier seht, schon daraus gemacht. Jetzt gebe ich Fritzen diese beyden Hälften: hat er nun mehr oder weniger als den ganzen Stab? K. Er hat weder mehr noch weniger.

L. Also hat er gerade den ganzen Stab. Wie viel Drittel giebt mir denn dieser Stab (Nro. 3.)? K. Drey.

L. Recht! In so viel Drittel ist er auch zerschnitten. Wenn ich nun diese $\frac{3}{3}$ Carln gäbe, wie viel fehlte ihm dann noch zu dem ganzen Stabe? K. Nichts mehr.

L. Wenn ich also sage: Carl hat $\frac{3}{3}$ von einem dieser Stäbe, so ist das so viel, als wenn ich sagte — nun wie? K. Carl hat einen ganzen Stab.

L. Recht! Jetzt werdet ihr auch die Redensart: ich habe $\frac{4}{4}$ eines Erdapfels, mit einer andern,

die

die mir eben dieses sagt, und worin ihr keinen Bruch nennt, vertauschen können. K. Ich habe einen ganzen Erdapfel.

L. Aber ich denke doch, wenn ich einen Erdapfel oder einen solchen Stab in vier Viertel zerschneide, dann ist er nicht mehr ganz? K. —

L. Das Wort ganz hat eine doppelte Bedeutung. Einmahl heißt es so viel als: die Theile eines Dinges sind nicht von einander getrennt, hängen noch fest an einander. Z. B. in der Redensart: dieses Glas ist ganz, heißt es: dieses Glas hat keinen Riß (keinen Sprung), die Theile desselben hängen alle fest an einander. Dann heißt es aber auch: von den Theilen, die zu irgend einem Ganzen gehören, wenn sie auch von einander getrennt sind, fehlt keiner. Ich habe hier einen ganzen Stab (Nro. 12. ꝛc. nehmend), heißt: ich habe alle Theile, welche einen ganzen von diesen Stäben ausmachen, beysammen; keiner fehlt mir davon. Und in diesem letztern Sinne nehmen wir das Wort ganz, wenn wir sprechen: $\frac{3}{3}$ von einem dieser Stäbe, oder $\frac{4}{4}$ von einem Erdapfel wachen einen ganzen Stab, oder einen ganzen Erdapfel aus. Gesetzt nun, einer dieser Stäbe wäre 5 Pfennige werth, wie viel wären denn diese $\frac{15}{15}$ dieses Stabes (Nro. 16.) werth? K. Auch 5 Pfennige.

L. Freylich! weil diese $\frac{15}{15}$ einen ganzen Stab ausmachen. Jetzt sagt, wie meynt ihr? wenn ich alle Theile, worein ein Ganzes getheilt ist, beysammen habe, habe ich da mehr oder weniger als

das Ganze, oder habe ich gerade das Ganze? K Sie haben gerade das Ganze.

L. Gut! Nun sagt mir, welcher mehr Fleisch bekommt, derjenige, dem ich ein ganzes Pfund gebe, oder derjenige, dem ich $\frac{16}{16}$ Pfund gebe? K. Einer bekommt so viel als der Andere.

L. Warum behauptet ihr dieses? K. Weil $\frac{16}{16}$ Pf. gerade ein ganzes Pfund ausmachen.

L. Recht! Jetzt betrachtet diese, hier an der Tafel bemerkten, Brüche ($\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{13}{13}$, $\frac{16}{16}$) und sagt mir, in welchem der Zähler dem Nenner gleich ist. K. Das ist der Fall bey jedem.

L. Was behauptet ihr jetzt von jedem dieser Brüche? K. Daß der Zähler dem Nenner gleich sey.

L. Richtig! Nun sagt mir, wer mehr hat, derjenige, welcher $\frac{3}{3}$, oder der, welcher $\frac{4}{4}$ von einem Pfunde Fleisch hat? K. Einer hat so viel als der andere.

L. Und wie viel ganze Pfunde hat Jeder? K. Ein einziges.

L. Jetzt, denke ich, werdet ihr mir sagen können, ob derjenige, welcher einen Bruch von einem Ganzen hat, worin der Zähler dem Nenner gleich ist, mehr oder weniger, als das Ganze hat. K. Er hat weder mehr noch weniger, sondern gerade das Ganze.

L. Das ist gut! Wenn also einmahl Jemand Statt $\frac{18}{18}$ Ellen schriebe: 1 Elle *), hätte der etwas Falsches hingeschrieben? K. Nein.

L. Und

*) Man schreibe diese 2 Ausdrücke an die Tafel.

L. Und wie wollt ihr beweisen, daß der letztere Ausdruck nicht falsch wäre? K. $\frac{18}{18}$ Ellen machen ja gerade eine ganze Elle aus.

L. Natürlich! Wenn ich eine Elle Leinwand in 18 gleiche Theile zerschneide und Jemanden diese 18 Theile gebe; so hat er ja die ganze Elle bekommen, und ich habe nichts, kein Läppchen, davon zurück behalten. Jetzt sagt mir, welcher von diesen Ausdrücken: $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{12}{12}$, $\frac{30}{30}$, $\frac{99}{99}$ Ellen *) am meisten bedeutet. K. Einer bedeutet so viel als der andere.

L. Und wie viel ganze Ellen müßt ihr euch bey jedem dieser Ausdrücke denken? K. Eine einzige.

L. Woran könnt ihr es diesen Brüchen ansehen, daß jeder derselben ein Ganzes, hier eine ganze Elle, anzeigt? K. Daran, weil in jedem der Zähler dem Renner gleich ist.

L. Gut! Jetzt schreibe ich hieher: 1 ℔. Wer von euch kann mir nun mit andern Ausdrücken, und zwar mit lauter Brüchen, das Nämliche anschreiben? K. (versuchen diesen Ausdruck in verschiedenen Formen, z. B. $\frac{8}{8}$ ℔., $\frac{12}{12}$ ℔., $\frac{20}{20}$ ℔. zc. anzuschreiben.) **)

L. Wie viel Viertel von diesem Stabe (Nro. 4) habe ich jetzt vor mir liegen? K. Vier.

L. Habt

*) Diese Ausdrücke werden an die Tafel geschrieben.

**) Daß diese Uibung nicht überflüßig sey, erhellet daraus, weil es manchen Kindern viel Kopfbrechens kostet, einen der hier verlangten Ausdrücke zu finden.

L. Habe ich da mehr oder weniger als Einen ganzen Stab? K. Sie haben nicht mehr und nicht weniger, sondern gerade einen ganzen Stab.

L. Jetzt lege ich aber noch diese 2 Stücke (die zwey Achtel von Nro. 8.), welche, wie ihr seht, gerade auch ein Viertel ausmachen, her: wie viel Viertel habe ich wohl jetzt da liegen? K. Fünf.

L. Habe ich jetzt auch gerade Einen ganzen Stab, oder habe ich weniger? K. Sie haben mehr als Einen ganzen Stab.

L. Wie viel habe ich denn über Einen Stab? K. Ein Viertel.

L. Jetzt schreibe einmahl eines von euch fünf Viertel mit Ziffern an die Tafel. K. (schreibt: $\frac{5}{4}$).

L. Nun nehme ich $\frac{2}{3}$ von diesem Stabe (Nro. 3.): Habe ich jetzt mehr oder weniger als den ganzen Stab? K. Sie haben weniger.

L. Jetzt will ich $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{1}\frac{2}{2}$ und $\frac{5}{4}$ da herschreiben. — So! Sagt mir nun, in welchen dieser Brüche der Nenner größer (eine größere Zahl) als der Zähler ist. K. Im ersten und zweyten (in $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{7}$).

L. Und in welchen dieser Brüche ist der Nenner nicht größer als der Zähler? K. Im dritten und vierten (in $\frac{1}{1}\frac{2}{2}$ und $\frac{5}{4}$).

L. Ihr habt also bemerkt, daß bey einigen dieser Brüche der Nenner größer, bey andern aber nicht größer als der Zähler ist. Brüche, wo der erstere dieser beyden Fälle Statt findet, d. h. wo der Nenner größer als der Zähler ist, heißen ächte oder eigentliche, solche Brüche aber, wo der letz-

letztere Fall vorhanden; wo nämlich der Nenner nicht größer als der Zähler ist, nennt man unächte oder uneigentliche Brüche. Ihr kennt also jetzt zwey Arten von Brüchen, nämlich —? K. Aechte oder eigentliche und unächte oder uneigentliche.

L. Unter welche dieser beyden Arten gehört denn dieser Bruch ($\frac{5}{9}$)? K. Unter die ächten.

L. Warum setzest du ihn unter diese? K. Weil der Nenner größer als der Zähler ist.

L. Gut! Welches Merkmahl muß also ein Bruch haben, wenn er ein ächter Bruch seyn soll? K. Sein Nenner muß größer als sein Zähler seyn.

L. Richtig! Sollte denn wohl ein ächter Bruch mehr oder weniger als ein Ganzes ausmachen? K. Weniger.

L. Freylich! Dieß $\frac{5}{9}$ (von Nro. 9.) machen ja noch nicht den ganzen Stab aus. Wer weiß, was wir jetzt von einem ächten Bruche behauptet haben? K. Daß er weniger als ein Ganzes ausmache.

L. Unter welche Art von Brüchen gehört denn dieser ($\frac{17}{7}$)? K. Unter die unächten.

L. Und dieser hier ($\frac{7}{3}$)? K. Auch unter die unächten.

L. Warum müssen wir diese beyden Brüche unter die unächten rechnen? K. Weil ihre Nenner nicht größer als ihre Zähler sind.

L. Das ist recht! Nun könnt ihr mir gewiß sagen, wenn man Brüche unächte Brüche nennt?

K. Wenn

K. Wenn ihre Nenner nicht größer als ihre Zähler sind.

L. Jetzt will ich sehen, wer mir 3 ꝛc. ächte und 3 ꝛc. unächte Brüche an die Tafel schreiben kann.

K. (schreiben an.)

L. Jetzt betrachtet diese beyden unächten Brüche $\frac{5}{5}$ und $\frac{5}{4}$ und sagt mir, welcher von beyden gerade ein Ganzes ausmacht? K. $\frac{5}{5}$.

L. Und welcher macht mehr als ein Ganzes aus? K. $\frac{5}{4}$.

L. Sagt mir doch jetzt, ob ich Recht habe, wenn ich behaupte: ein unächter Bruch macht alle Mahl gerade ein Ganzes aus? K. Sie haben nicht Recht.

L. Aber $\frac{5}{5}$ ist doch ein unächter Bruch, der gerade ein Ganzes ausmacht! K. Das ist wohl wahr, aber nicht jeder unächte Bruch macht gerade ein Ganzes aus.

L. Wie aber, wenn ich sagte: jeder unächte Bruch macht entweder ein Ganzes oder mehr als ein Ganzes aus, hätte ich da auch Unrecht? K. Nein.

L. Nun so bemüht euch, meine jetzige Behauptung, da sie nichts Falsches enthält, nachzusagen.

K. (wiederhohlen.)

L. Was für ein Merkmahl muß ein unächter Bruch haben, der gerade ein Ganzes ausmachen soll? K. Es muß sein Zähler dem Nenner gleich seyn.

L. Welches Merkmahl muß aber der unächte Bruch haben, der mehr als ein Ganzes ausmachen soll? K. Sein Zähler muß größer als sein Nenner seyn.

L. Sagt mir doch auch, wie ein Bruch heißt, der weniger als ein Ganzes ausmacht? K. Der heißt ächt.

L. Das ist gut! Nun will ich doch sehen, wer mir morgen 20 ächte und eben so viel unächte Brüche, mit Ziffern bezeichnet, bringen wird.

c) Nachtrag zur Lehre von der Division.

L. Da ihr jetzt wißt, was ein Bruch ist, und wie er bezeichnet (geschrieben) wird, so kann ich euch noch einen gewissen Umstand erklären, den ich neulich bey der Lehre von der Division übergangen habe, weil ihr mich damahls nicht ganz verstanden haben würdet. Um euch die Sache recht deutlich zu machen, wollen wir unsere Bohnen wieder zur Hand nehmen. Hier habe ich deren 37, die ihr mir nun in 2 gleiche Theile theilen sollt. K: (legen 2 Mahl 18 und 1 besonders hin.)

L. Nach dieser Theilung kommen also auf jeden Theil 18 Bohnen, und Eine bleibt dann übrig. Würden denn die Theile gleich, also die Zahl 37 gehörig halbirt seyn, wenn ich diese einzige zu dem einen oder dem andern dieser beyden Häufchen legte? K. Nein.

L. Wie viel würden denn, wenn ich sie daher (auf den einen Theil zeigend) legte, auf diesen Theil kommen? K. 19.

L. Und dieser Theil würde dann nur 18 enthalten. Was ist nun aber anzufangen, um diese Bohne auch mit in die Theilung zu bringen, und doch

keinen

keinen dieser beyden Theile größer oder kleiner als den andern zu machen? K. Wir müssen diese einzige Bohne in der Mitte von einander schneiden und zu jedem Häufchen einen Theil (die Hälfte) von ihr legen.

L. Recht! Das wollen wir auch thun. — So! Nun sind die beyden Theile einander gleich, den jeder enthält —? K. $18\frac{1}{2}$.

L. Die Hälfte von 37 wäre also —? K. $18\frac{1}{2}$.

L. Wenn ich hingegen fragte: wie oft sind 2 Bohnen in 37 Bohnen enthalten? wie antwortet ihr da? K. —

L. Hier liegen 18 Mahl 2, und hier (die beyden halben Bohnen zusammen legend) noch eine. Der wie vielste Theil ist aber eins von zwey? K. Der halbe.

L. Wer also eins hat, der kann auch sagen, daß er ein halb Mahl 2 oder die Hälfte von 2 habe. Es liegen also hier (auf die 2 Reihen Bohnen zeigend) und hier (auf die einzige Bohne zeigend) 18 und ein halb Mahl 2 Bohnen. Wie oft ist also 2 in 37 enthalten? K. $18\frac{1}{2}$ Mahl.

L. Gut! Jetzt wollen wir das nämliche Exempel mit Ziffern rechnen. K. (rechnen: 2|37|18).

2.
17
16
1

L. Ihr habt jetzt durch Hülfe der Ziffern 37 in 2 gleiche Theile getheilt. Wie viel kommt nach Aussage eures Quotienten auf jeden Theil? K. 18.

L. Aber

L. Aber das trifft doch nicht mit der Zahl unserer Bohnen da überein, da ja jeder Theil $18\frac{1}{2}$ in sich faßt? K. —

L. Die Sache verhält sich so: Der hier gefundene Quotient 18 ist eigentlich nur erst die Hälfte von 36. Da wir aber nicht 36, sondern 37 Bohnen halbiren oder mit 2 dividiren sollen, so müssen wir ja auch noch Eine mit 2 dividiren oder in zwey gleiche Theile theilen. Und diese noch zu theilende einzige Bohne ist auch in unserm Exempel mit einer Ziffer bezeichnet: mit welcher? K. Mit der 1 da unten, (die, wie man sagt, im Rest geblieben ist).

L. Wir haben also noch 1 mit 2 zu dividiren. Welche von beyden Zahlen ist der Dividendus? K. 1.

L. Und welche ist der Divisor? K. 2.

L. Ist hier der Dividendus oder der Divisor die größere Zahl? K. Der Divisor.

L. Gut! Habe ich nun Recht, wenn ich sage: wir sollen jetzt den Quotienten von einem Dividendus finden, welcher größer als sein Divisor ist? K. Nein.

L. Wie muß ich vielmehr sprechen? K. Wir sollen den Quotienten von einem Dividendus finden, welcher kleiner als sein Divisor ist.

L. Recht! Wer von euch kann mir noch sagen, was wir jetzt thun sollen? K. (wiederhohlen.)

L. Nun merkt einen wichtigen Satz. Wenn man das, was ihr jetzt gesagt habt, thun soll, so darf man nur den Dividendus zum Zähler und den Divisor zum Ner-

ner eines Bruches machen, so hat man den zu suchenden Quotienten. Denn jeder Bruch ist eigentlich ein Quotient, dessen Dividendus der Zähler und dessen Divisor der Nenner ist. Gesetzt nun, ich sollte 3 mit 4 (diese Zahlen anschreibend) dividiren, oder 3 in 4 gleiche Theile theilen: welches wäre in diesem Falle der Dividendus? K. 3.

L. Und der Divisor? K. 4.

L. Welche von beyden Zahlen, der Dividendus oder der Divisor, wäre die größere? K. Der Divisor.

L. Was hat man zu thun, wenn man den Quotienten von einem Dividendus finden will, der kleiner als sein Divisor ist? K. Man darf nur den Dividendus zum Zähler und den Divisor zum Nenner eines Bruches machen.

L. Macht das mit den angeschriebenen Zahlen so. K. (schreiben: $\frac{3}{4}$).

L. Dieser Bruch ist, wie ihr nun wißt, ein Quotient, folglich muß ein Dividendus und ein Divisor da seyn. Welche Zahl ist der Dividendus dieses Quotienten? K. Der Zähler 3.

L. Und der Divisor? K. Der Nenner 4.

L. Wenn ich also drey solche Stäbe in 4 gleiche Theile theile, wie viel käme da auf jeden Theil? K. $\frac{3}{4}$.

L. Wir wollen einmahl sehen, ob das zutrifft. Hier habe ich 3 Stäbe (Nro. 4, 8. u. 12.), welche ich unter die 4 Kinder da theilen will. Daß keines einen ganzen bekommen kann, wißt ihr schon, denn sonst müßte ich haben — nun wie viel? K. 4.

L. Da

L. Da ich ihrer aber nicht 4, sondern nur 3 habe, so mache ich es so: Ich nehme diesen Stab hier, theile ihn in 4 gleiche Theile, und gebe einen davon Hansen, den andern Fritzen, den dritten Carln und den vierten Micheln. Wie viel Stäbe habe ich jetzt vertheilt? K. Einen.

L. Und wie viel hat Jeder bekommen? K. $\frac{1}{4}$.

L. Nun mache ich es mit diesem Stabe (Nro. 8.), von welchem immer 2 Stücke $\frac{1}{4}$ ausmachen, auch so. Merkt also! 2 solche Stücke nennt man $\frac{1}{4}$. (Der Lehrer verfährt wie vorhin.) Wie viel Stäbe sind jetzt schon vertheilt? K. 2.

L. Und wie viel Viertel hat Jeder von euch? K. Auch 2.

L. Nun will ich diesen Stab (Nro. 12.), von welchem immer 3 Stücke*) $\frac{1}{4}$ ausmachen, auch so vertheilen. — Wie viel Stäbe**) habe ich jetzt vertheilet? K. 3.

L. Unter wie viel Kinder? K. Unter 4.

L. Unter wie viel hat jedes Kind davon bekommen? K. $\frac{3}{4}$.

L. Nun habt ihr euch mit euren Augen überzeugen können, daß, wenn man 3 ganze Stäbe in 4 gleiche Theile theilt, auf jeden Theil $\frac{3}{4}$ kommen, und daß wir also vorhin den richtigen Quotienten gefunden haben. Kann mir jetzt wohl eines von

*) Man lege neben das 1/4 die 2/8 und 3/12 an einander vor jedes Kind hin, damit sie sehen, daß sie in beyden Fällen nicht mehr als 1/4 haben.

**) Sollten durch die Achtel und Zwölftel die Kinder irre werden, so vertheile man 3 gleiche Papierstreifen.

euch geschwind den richtigen Quotienten von 4, dividirt mit 5, angeben, oder sagen, wie viel auf jeden Theil käme, wenn ich 4 Stäbe in 5 gleiche Theile theilte? K. $\frac{4}{5}$.

L. Gut! Wie hast du diesen Quotienten so geschwind gefunden? K. Ich habe ja nur den Dividendus zum Zähler und den Divisor zum Nenner eines Bruches machen dürfen.

L. Wir wollen doch an der wirklichen Eintheilung von 4 Dingen in 5 gleiche Theile sehen, ob ihr den rechten Quotienten gefunden habt. (Man lasse jetzt ein Kind 4 gleiche Papierstreifen, wovon jeder in Fünftel gebrochen ist, eben so unter 5 Kinder vertheilen, wie vorhin der Lehrer die Stäbe vertheilt hat.) L. Nun! wie viel Papierstreifen sind jetzt vertheilt worden? K. 4.

L. Unter wie viel Kinder? K. Unter 5.

L. Und wie viel hat jedes davon bekommen?

K. $\frac{4}{5}$.

L. Also gerade so viel, als ihr vorhin ausgerechnet habt *). Ihr seht hieraus, daß das Verfahren, nach welchem ihr den Quotienten von einem Dividendus findet, welcher kleiner als sein Divisor ist, ganz richtig ist. Jetzt sagt mir geschwind, welches der Quotient seyn muß, wenn man 5 mit 7 dividirt. K. $\frac{5}{7}$

L. Und wenn man 12 mit 37 dividirt? K. $\frac{12}{37}$.

L. Und 9 mit 16 dividirt? K. $\frac{9}{16}$.

L. Wie

*) Man erläutere die Sache noch mit mehrern dergleichen Beyspielen.

L. Wie viel käme denn auf jedes von 8 Kindern, wenn sie sich in 5 Laibe Brod so theilen sollten, daß eins so viel als das andere bekäme?

K. $\frac{5}{8}$ Laib.

L. Wie viel käme auf Ein Kind, wenn sich ihrer 3 in 2 Pfund Fleich so theilen sollten, daß keines mehr, als das andere bekäme? K. $\frac{2}{3}$ ℔.

Dergleichen Beyspiele lege man recht viele vor.

L. Jetzt wollen wir folgendes Exempel rechnen: 7|8493|. K. rechnen: 7|8493|1213

7...

14..

14..

..9.

7.

23

21

..2).

L. Haben wir nunmehr die ganze Zahl 8493 in 7 gleiche Theile getheilt, oder ist noch etwas davon zu theilen übrig? K. Es ist noch etwas davon zu theilen übrig.

L. Wie viel denn? K. 2.

L. Woher wißt ihr, daß noch 2 zu dividiren sind? K. Weil so viel im Rest geblieben ist.

L. Welche Zahl haben wir also jetzt noch mit 7 zu dividiren? K. Die Zahl 2.

?. Welches wird der Quotient hievon seyn? K. $\frac{2}{7}$.

L. Recht! Und da diese $\frac{2}{7}$ noch zum Quotienten des Exempels gehören, so müssen wir sie hinter 1213 setzen. Der vollständige Quotient von diesen beyden Zahlen (hinzeigend) wäre also —?

K. $1213\frac{2}{7}$.

L. Wie viel käme sonach auf jeden von 7 Menschen, wenn sie 8493 Gulden in gleichen Theilen unter sich vertheilen sollten? K. $1213\frac{2}{7}$ Gulden.

L. Da ihr seht, daß der Zähler in dem Bruche $\frac{2}{7}$ die im Rest gebliebene Zahl, und der Renner der Divsor ist, so werdet ihr mir wohl sagen können, was man zu thun hat, wenn bey der Division ein Rest übrig bleibt, und man doch den vollständigen Quotienten wissen will. K. Man macht aus dem Reste den Zähler und aus dem Divisor den Renner eines Bruches und setzt ihn hinter den bereits gefundenen Quotienten.

L. Welches ist in diesem Exempel: |24|53|2

48

5

die im Reste gebliebene Zahl? K. 5.

L. Wozu müßt ihr jetzt diese Zahl nach eurer erst angegebenen Regel machen? K. Zum Zähler eines Bruches.

L. Woraus macht ihr aber seinen Renner? K. Aus dem Divisor 24.

L. Wie heißt dann der Bruch? K. $\frac{5}{24}$.

L. Wohin setzt ihr ihn? K. Hinter die 2.

L. Und wie heißt der vollständige Quotient dieses Exempels? K. $2\frac{5}{24}$.

L. In diesem und dem vorhergehenden Exempel war der Quotient eine gemischte Zahl: hingegen in diesem Exempel (2|36|18 anschreibend)

$$\frac{2.}{16}$$
16
- -

ist der Quotient keine gemischte (eine ungemischte) Zahl. Solltet ihr wohl jetzt den Unterschied zwischen gemischten und ungemischten Zahlen angeben können? K. —

L., (der von $2\frac{5}{4}$ den Bruch weglöscht.) Jetzt ist diese Zahl eine ungemischte: jetzt aber ($\frac{5}{4}$ wieder dazu setzend) wieder eine gemischte. Wer weiß wohl jetzt, was man unter einer gemischten Zahl versteht? K. Eine solche, bey der noch ein Bruch stehet.

L. Deine Antwort geht an. Bestimmter spricht man aber, wenn man sagt: eine Zahl, welche lauter Ganze anzeigt, verbunden mit einem ächten Bruche, heißt eine gemischte Zahl (auch wohl ein gemischter Bruch). Wie wollt ihr nun diese Zahl ($12\frac{5}{8}$) jetzt nennen? K. Eine gemischte.

L. Warum eine gemischte? K. Weil eine Zahl, welche lauter Ganze anzeigt, mit einem ächten Bruche verbunden ist.

L. Recht! Nun dividirt 428 mit 18. K. (dividiren.)

L. Wie heißt der gefundene Quotient? K. $23\frac{14}{18}$.

L. Wie heißt diese Zahl, da mit der Zahl der Ganzen noch ein ächter Bruch verbunden ist? K. Eine gemischte.

L. Welche Zahl von unserm Exempel habt ihr zum Zähler, und welche zum Nenner des angehängten Bruches gemacht? K. Die im Rest gebliebene Zahl 14 gab den Nenner und der Divisor den Zähler.

---

d) Uibung im geschwinden Auffinden der Hälften, Drittel ꝛc. gegebener Zahlen.

L. Nunmehr könnt ihr von jeder gegebenen Zahl jeden verlangten Theil, z. B. die Hälfte, das Drittel ꝛc. durch Hülfe der Ziffern finden. Es ist aber auch sehr nützlich, wenn ihr dieß im Kopfe thun lernt, daher wir uns eine Zeit lang in diesem Geschäfte üben wollen. Wir wollen erstlich die Hälfte, dann das Drittel, Viertel ꝛc. von jeder Zahl von 1 — 100 im Kopfe suchen lernen. Ich will sehen, wer immer recht rasch auf meine Fragen wird antworten können.

Wie viel ist die Hälfte von 1? K. $\frac{1}{2}$.
— — — — 2? K. 1.
— — — — 3? K. $1\frac{1}{2}$.
— — — — 4? K. 2.
— — — — 5? K. $2\frac{1}{2}$.
— — — — 6? K. 3.
— — — — 7? K. $3\frac{1}{2}$.
— — — — 8? K. 4.
— — — — 9? K. $4\frac{1}{2}$.
— — — — 10? K. 5.

L. Jetzt

L. Jetzt sagt mir zusammenhängend hinter einander her, was ich euch erst abgefragt habe. K. Die Hälfte von 1 ist $\frac{1}{2}$; die Hälfte von 2 ist 1; die Hälfte von 3 ist $1\frac{1}{2}$; die Hälfte von 4 ist 2 u. s. w.

L. Nun sagt mir das nämliche rückwärts von 10 — 1 her. K. Die Hälfte von 10 ist 5; die Hälfte von 9 ist $4\frac{1}{2}$ u. s. w.

So übe man die Kinder im Auffinden der Hälften der Zahlen von 1 — 100, indem man jeden Tag etwa Eln oder 2 Zehende so theilen läßt. Von 21 an kann man die Kinder, wenn es nöthig seyn sollte, die Hälften erst auf ihrer Tafel durch Hülfe der Ziffern finden lassen, indem sie z. B. rechnen:

2|21|$10\frac{1}{2}$
2.
—
.1

2|22|11
2.
—
.2
2
—
.

2|23|$11\frac{1}{2}$
2.
—
.3
2
—
1

Wenn sie denn die Zahlen von 21 — 30, von 31—40 ꝛc. so halbirt haben, so frage man wieder wie vorhin: wie viel ist die Hälfte von 21? u. s. w. Alsdann lasse man

hersagen: die Hälfte von 21 ist 10 1/2 u. s. w. Nach diesen Uibungen frage man ausser der Ordnung. Z. B. Wie viel ist die Hälfte von 75? Die Hälfte von 30? Die Hälfte von 83? u. s. w. Hiebey zeige man den Kindern, wie sie sich leicht helfen können, auch wenn sie die verlangte Zahl nicht auswendig gemerkt haben. Wenn sie z. B. die Hälfte von 75 angeben sollen, so lasse man sie also schliessen: die Hälfte von 7 ist 3 1/2, also ist die Hälfte von 7 Zehenden 3 1/2 Zehend, welches 35 ausmacht, dazu die Hälfte von 5 gerechnet, macht 37 1/2.

Auf die nämliche Weise, wie man die Hälften hat finden lassen, lasse man die 3tel, 4tel, 5tel, 6tel und 8tel, welche Theile im gemeinen Leben am häufigsten vorkommen, finden. Kann man die Sache weiter treiben und — 9tel, 10tel, 12tel ꝛc. finden lassen, desto besser. Vor allen sehe man darauf, daß die Kinder von denjenigen Zahlen, welche im gemeinen Leben fast immer vorkommen, wie 100 (100 Pfund machen 1 Centner, 90 (90 Kr. 1 Thlr.), 60 (60 Kr. 1 fl., 60 Maß 1 Eymer, 32 (32 Loth 1 Pfund) ꝛc. die Hälften, Drittel, Viertel ꝛc. recht behalten. Ich lasse z. B. deßhalb oft an die Tafel schreiben:

Die Hälfte von 60 ist 30.
1/2 fl. macht 30 Kr.
Das Drittel von 60 ist 20.
1/3 fl. macht 20 Kr.
Das Viertel von 60 ist 15.
1/4 fl. macht 15 Kr. U. s. w.

Diese Sätze lasse ich dann öfters ablesen, und frage am Ende, wer sichs getraut sie auswendig herzusagen. Durch fleißiges Wiederhohlen werden sie den Kindern sehr geläufig.

Es

Es versteht sich, daß Lehrer diesen Zahlen diejenigen substituiren, welche in ihren Gegenden bey Gewicht, Maß und Rechnungsmünzen am häufigsten vorkommen.

e) Etwas aus der Lehre von dem geometrischen Verhältnisse.

L. Wie oft ist denn die Zahl 2 in der Zahl 6 enthalten? K. Drey Mahl.

L. Und 4 in 8? K. Zwey Mahl.

L. Aber in 9? K. Zwey und ein Viertel Mahl.

L. Wißt ihr denn auch, ohne es erst auszurechnen, wie oft 13 in $45\frac{1}{2}$ enthalten ist? K. Nein.

L. Da ihr dieses nicht wißt, so kann ich sagen: es ist euch unbekannt, in welchem Verhältnisse 13 zu $45\frac{1}{2}$ stehet. Sobald ihr aber herausgebracht habt, daß 13 in $45\frac{1}{2}$ drey und ein halb Mahl enthalten ist, so kann ich sagen: ihr wißt, in welchem Verhältnisse 13 zu $45\frac{1}{2}$ steht. Sollte ich wohl auch sagen können: ihr wißt, in welchem Verhältnisse 2 zu 6 steht? K. Ja (ich glaube).

L. Würde ich wohl das Nämliche von euch sagen können, wenn ihr noch nicht wüßtet, wie oft 2 in 6 enthalten ist? K. Nein.

L. Warum kann ich denn aber jetzt sagen: ihr wißt, in welchem Verhältnisse 2 zu 6 stehet? K. Weil wir wissen, wie oft 2 in 6 enthalten ist.

L. Recht gut! Sollte ich wohl auch sagen dürfen: ihr wißt, in welchen Verhältnisse 2 zu 8 stehet? K. Ja.

L. Darf

L. Darf ich aber auch sagen: ihr wißt, in welchem Verhältniß 36 zu 162 stehet? K. Nein.

L. Warum darf ich nicht so sagen? K. Weil wir nicht wissen, wie oft 36 in 162 enthalten ist.

L. Gut! Wenn werde ich denn wohl erst sagen können: ihr wißt, in welchem Verhältnisse eine Zahl zu einer andern stehet? K. Wenn wir wissen, wie oft die eine in der andern enthalten ist.

L. Recht! Und welche Redensart kann ich gebrauchen, um anzuzeigen, daß ihr wißt, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist? K. Sie können zu uns sagen: ihr wißt, in welchem Verhältnisse eine Zahl zu einer andern steht.

L. Gut! Wenn ich nun fragte: in welchem Verhältnisse steht 5 zu 15, was wollte ich denn da eigentlich wissen? K. Sie wollten wissen, wie oft 5 in 15 enthalten ist.

L. Und wenn ich sage: sucht das Verhältniß, in welchem 4 zu 16 stehet, was müßt ihr da eigentlich untersuchen? K. Wie oft 4 in 16 enthalten ist.

L. Wie oft ist denn 4 in 16 enthalten? K. Vier Mahl.

L. Nun habt ihr mir das Verhältniß, in welchem 4 zu 16 steht, angegeben. In welchem Verhältnisse steht denn wohl 6 zu 18? K. 6 ist in 18 drey Mahl enthalten.

L. Nun gebt mir auch das Verhältniß an, in welchem 4 zu 20 steht. K. Die erstere Zahl ist in der letztern 5 Mahl enthalten.

L. Und in welchem Verhältnisse steht 7 zu 21?
K. Jene Zahl ist in dieser 3 Mahl enthalten.

L. Würdest du wohl falsch geantwortet haben, wenn du gesagt hättest: 21 ist 3 Mahl so groß als 7? K. Nein.

L. So antworte mir einmahl auf diese Weise, wenn ich frage: in welchem Verhältnisse stehet 8 zu 32? K. 32 ist vier Mahl so groß als 8.

L. Nun sagt mir auch noch, in welchem Verhältnisse der Nenner dieses Bruches $(\frac{4}{8})$ zu seinem Zähler stehet. K. Jener ist noch Ein Mahl so groß als dieser (der Zähler ist im Nenner 2 Mahl enthalten).

L. Nun, denke ich, werdet ihr mich verstehen, wenn ich in Zukunft nach dem Verhältnisse, in welchem 2 Zahlen mit einander stehen, fragen werde. Jetzt sagt mir noch, durch welche Rechnungsart man finden kann, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist. K. Durch die Division.

L. Durch welche Rechnungsart werdet ihr denn daher das Verhältniß, in welchem 2 Zahlen zu einander stehen, finden können? K. Ebenfalls durch die Division.

L. Freylich! Wie heißt denn die durch die Division gefundene Zahl? K. Der Quotient.

L. Nunmehr müßt ihr für diese Zahl noch einen Namen merken. Wenn wir in der Absicht 2 Zahlen mit einander dividiren, um zu erfahren, in welchem Verhältnisse sie zu einander stehen, so heißt die gefundene Zahl der Exponent oder Anzeiger. Wenn ich sage: sucht mir das Verhältniß, in welchem 17 zu 85 steht, so könnt ihr dieses

durch

durch eine gewisse Rechnungsart finden: durch welche? K. Durch die Division.

L. Nun dividirt jetzt die eine dieser Zahlen durch die andere. K. (dividiren).

L. In welcher Absicht habt ihr jetzt dividirt? K. In der Absicht, um das Verhältniß zu finden, in welchem 17 zu 85 steht.

L. Welche Zahl sagt euch denn, in welchem Verhältnisse die erst genannten Zahlen zu einander stehen? K. Die Zahl 5.

L. Wie müßt ihr die Zahl 5, da ihr durch sie erfahrt, in welchem Verhältnisse 17 zu 85 stehet, nennen? K. Exponent oder Anzeiger.

L. Richtig! 5 ist in unserm jetzigen Beyspiele der Exponent, d. h. 5 sagt euch, in welchem Verhältnisse 17 zu 85 steht. Sollte mir wohl jetzt eins von euch sagen können, was man überhaupt unter dem Worte Exponent oder Anzeiger versteht? K. Eine Zahl, die uns anzeigt, in welchem Verhältnisse 2 andere Zahlen zu einander stehen.

L. Gut! Könnt ihr mir denn wohl geschwind den Anzeiger (Exponenten) von diesen beyden Zahlen (3 und 12 anschreibend) angeben? K. Das ist die Zahl 4.

L. Könnt ihr mir aber auch sagen, was diese beyden Zahlen (5 und 20 anschreibend) für einen Exponenten haben? K. Auch 4.

L. Jetzt haben wir hier 2 Paar Zahlen, wovon jedes Paar zum Exponenten die Zahl 4 hat. Wie verhalten sich also die 2 Exponenten dieser

2 Paar Zahlen zu einander? K. Einer ist in dem andern 1 Mahl enthalten. (Sie sind einander gleich.)

L. Weil dieses der Fall ist, so sagt man: 8 steht zu 12 in dem nämlichen Verhältnisse, in welchem 4 zu 20 steht, oder: 3 verhält sich zu 12 gerade so, wie 4 zu 20. Das heißt: 3 ist in 12 eben so oft enthalten, als 4 in 20. Nun sagt mir, wie oft 8 in 16 enthalten ist. K. Zwey Mahl.

L. Und 12 in 24? K. Auch zwey Mahl.

L. Sind denn also wohl die Exponenten dieser 2 Paar Zahlen (8 und 16; 12 und 24 anschreibend) einander gleich oder nicht? K. Sie sind einander gleich.

L. Wie drückt man sich aus, um anzuzeigen, daß die Exponenten dieser 2 Paar Zahlen einander gleich sind? K. Man sagt: 8 verhält sich zu 16, wie 12 zu 24.

L. Und was heißt mit andern Worten: 8 verhält sich zu 16, wie 12 zu 24? K. Das heißt: 8 ist so oft in 16 enthalten als 12 in 24 enthalten ist.

L. Dieß merkt einstweilen, damit ihr manche Ausdrücke, deren ich mich in den folgenden Lectionen bedienen werde, gehörig verstehen könnt. In Zukunft müssen wir noch mehr von dieser sehr wichtigen Materie sprechen.

---

f) Beurtheilung des verschiedenen Werths zweyer Brüche mit gleichen Zählern aus dem Verhältnisse, in welchem ihre Nenner zu einander stehen.

L. Wie heißen die einzelnen Theile dieses Stabes (Nro 2.)? K. Halbe. (Hälften.)

L. Warum nennt man sie so *)? K. Weil der ganze Stab in 2 gleiche Theile getheilt ist.

L. Von diesen Hälften lege ich eine hieher vor mich. Habe ich nun wohl einen Bruch vor mir liegen? K. Ja.

L. Warum nennt ihr dieses Stück einen Bruch? K. Weil es ein Theil von einem in mehrere gleiche Theile getheilten Ganzen ist.

L. Fritz, bezeichne diesen Bruch an der Tafel mit Ziffern. K. (schreibt an: $\frac{1}{2}$.)

L. Wie wird dieß gelesen? K. Ein Halbes.

L. Wie nennt ihr die Theile dieses Stabes (Nro. 3.)? K. Drittel.

L. Warum nennt ihr sie so? K. Weil der ganze Stab in 3 gleiche Theile getheilt ist.

L., (der 1 Drittel neben das Halbe legt). Wie viel habe ich jetzt von diesem Stabe weggenommen? K. Ein Drittel.

L. Carl,

*) Solche Fragen mische ich aus dem Grunde wieder mit ein, damit das vorher Gelernte den Kindern, die manches so leicht wieder vergessen, recht geläufig werde. Verständige Lehrer werden diesen Wink nicht übersehen.

L. Carl, schreibe an die Tafel neben $\frac{1}{2}$ auch $\frac{1}{3}$. K. (schreibt: $\frac{1}{3}$).

L. Wie nennen wir denn die Theile dieses Stabes (Nro. 4.)? K. Viertel.

L. Warum denn Viertel? K. Weil ꝛc.

L., (der $\frac{1}{4}$ von Nro. 4. nimmt, und es neben das Drittel legt). Wie viel habe ich von diesem Stabe jetzt genommen? K. Ein Viertel.

L. Hans, schreibe an die Tafel neben $\frac{1}{3}$ auch noch $\frac{1}{4}$. K. (schreibt: $\frac{1}{4}$).

L. Wie viel Theile müßte ich denn aus einem solchen Stabe machen, wenn ich Fünftel haben wollte? K. Fünf.

L. Fünf gleiche oder fünf ungleiche Theile? K. Fünf gleiche Theile.

L. Seht, ob dieser Stab hier (Nro. 5.) in Fünftel getheilt ist oder nicht. K., (welches das Verhältniß der Theile zu einander untersucht hat). Er ist in Fünftel getheilt.

L. Warum nennst du diese Theile Fünftel? K. Weil ꝛc.

L. Von diesen Fünfteln will ich auch eins nehmen und es daher neben die übrigen Brüche legen, und du, Albert, schreibe neben $\frac{1}{4}$ auch $\frac{1}{5}$. K. (schreibt: $\frac{1}{5}$.)

Auf diese Weise fahre man fort, bis von jedem der 16 Stäbe Ein Theil auf dem Tische liegt und folgende Reihe von Brüchen an der Tafel bezeichnet ist: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10, 1/11, 1/12, 1/13, 1/14, 1/15, 1/16.

L. Da diese Stäbe alle einander gleich sind, so ist es, ich mag davon nehmen, welchen ich will, so viel, als wenn ich immer den nämlichen nähme, und ihn bald in Hälften, bald in Drittel ꝛc. theilte. Wenn ich daher diese Hälfte und dieses Drittel neben einander lege, so ist es so anzusehen, als wenn ich die Hälfte und das Drittel von einem und demselben Stabe herlegte. Nun stelle einmahl diese beyden Theile ($\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$) neben einander, und sieh, ob die Hälfte oder das Drittel eines solchen Stabes mehr (länger) ist. K. Die Hälfte ist mehr.

L. Also ist ein Drittel weniger als die Hälfte. Jetzt stellet dieses Drittel und dieses Viertel neben einander, und sagt mir, welches von beyden weniger (kürzer) ist. K. Das Viertel ist weniger als das Drittel.

L. Nun will ich immer auf zwey in dieser Reihe neben einander liegende Theile zeigen und sie nennen, und ihr sagt mir, welcher von beyden mehr oder weniger ist. (Auf das Viertel und Fünftel zeigend) Ein Viertel, ein Fünftel. K. Ein Fünftel ist weniger als ein Viertel.

L., (welcher auf das Fünftel und Sechstel zeigt). Ein Fünftel und ein Sechstel. K. Das Sechstel ist weniger als das Fünftel.

L. Drückt den Sinn dieses Satzes einmahl so aus, daß das Wort mehr mit hinein kommt. K. Ein Fünftel ist mehr als ein Sechstel.

So fahre man fort bis zu dem Sechzehntel.

L. Jetzt will ich verschiedene Sätze von dieser Reihe von Theilen unserer Stäbe gleichsam ablesen.

Gebt

Gebt Acht und seht, ob ich richtig lese: Ein ganzer Stab ist mehr als ein halber; ein halber ist mehr als ein Drittel; ein Drittel ist mehr als ein Viertel; ein Fünftel ist mehr als ein Drittel. K. Das war falsch.

L. Welcher Satz war falsch? K. Dieser: Ein Fünftel ist mehr als ein Drittel.

L. Nun! wenn ihr wißt, daß dieser Satz falsch ist, so berichtigt ihn. K. Ein Fünftel ist weniger als ein Drittel.

L. Gut. Ich will fortfahren, paßt ferner recht auf.

So fahre man in der Ordnung fort bis zu dem Satze: ein Sechzehntel ist weniger als ein Fünfzehntel, unterlasse aber dabey nicht, mit unter immer einen falschen Satz vorzubringen.

L. Wer von euch kann mir jetzt alle die Sätze, welche ich erst vorgesagt habe, in der nämlichen Ordnung, ohne jedoch eine falsche Behauptung einzumischen, nachsagen? K. (thun dieses). —

L. Welches ist denn von allen diesen Theilen der größte, und welches der kleinste? K. Die Hälfte ist der größte und das Sechzehntel der kleinste.

L., (der die auf dem Tische liegenden Theile wieder an ihre Stifte gesteckt hat). Betrachtet jetzt diese beyden Stäbe (Nro. 3. und Nro. 7.), und sagt mir, welcher von beyden eine größere Anzahl von Theilen enthält. K. Der da (Nro. 7).

L. Bey welchem sind aber die Theile größer?

K. Bey Nro. 3.

L. Wer kann mir wohl errathen, woher es kommt, daß bey Nro. 7. die Theile kleiner sind, als bey Nro. 3.? K. Weil aus Nro. 7. mehr Theile gemacht sind, als aus Nro. 3.

L. Das ist recht! Wenn ich nun aus diesem Stabe (Nro. 1.) erst nur 4, nachher aber 16 gleiche Theile machte, würden die Theile im erstern oder letztern Falle kleiner seyn? K. Im letztern.

L. Warum würden sie in diesem Falle kleiner seyn? K. Weil Sie der Theile mehr aus dem Stabe gemacht hätten, als im erstern Falle.

L. Allerdings! Denn je mehr Theile ich aus einem Ganzen mache, desto kleiner werden sie, und umgekehrt: je weniger Theile ich aus einem Ganzen mache, desto größer werden sie. Sollte mir wohl auch Jemand von euch diesen Satz nachsagen können? K. (wiederhohlen).

L. Nun sagt mir, ob ein recht Hungriger, wenn ich ihm einen Laib Brod unter der Bedingung schenkte, daß er sich mit einigen andern Menschen darein theilen sollte, diesen lieber mit dreyen oder mit zwölfen theilen würde. K. Gewiß lieber mit dreyen.

L. Warum wohl? K. Weil dann die Stücke größer würden. (Weil er dann mehr bekäme.)

L. Wenn ein Gutsherr einen Sandhügel von irgend einem Platze wollte wegschaffen lassen, und zu seinen Unterthanen (Bauern) sagte: Da! theilt euch darein! Jeder fahre zur Frohn einen so großen Theil davon weg, als der andere; würde es wohl

den Bauern lieber seyn, wenn der Hügel in viele, oder wenn er in wenig Theile getheilt werden müßte. K. Wenn er in viele Theile getheilt werden müßte.

L. Warum würde ihnen dieses lieber seyn? K. Weil dann die Theile kleiner würden, und also Jeder weniger wegzufahren hätte.

L. Ja wohl! Jetzt betrachtet einmahl die an unserer Tafel bemerkten Brüche, und sagt mir, welcher von ihnen den größten Nenner (die größte Zahl zum Nenner) hat. K. $\frac{1}{16}$.

L. Welcher hat aber den kleinsten Nenner? K. $\frac{1}{2}$.

L. Wär denn unter den vorhin da gelegenen Theilen dieser Stäbe die Hälfte auch das kleinste und das Sechzehntel das größte Stück? K. Nein.

L. Welches war denn das größte, und welches das kleinste Stück? K. Die Hälfte war das größte und das Sechzehntel das kleinste Stück.

L. Und wenn ich einem von euch $\frac{1}{3}$, und einem andern $\frac{1}{7}$ von diesem Stabe gebe, welcher bekommt das größere Stück? K. Derjenige, welcher das $\frac{1}{3}$ bekommt.

L. Welcher bekommt aber einen Bruch mit einem kleinern Nenner? K. Auch derjenige, welcher das $\frac{1}{3}$ bekommt.

L. Gesetzt nun, ich fragte ein Kind: willst du lieber so viel (auf $\frac{1}{2}$ an der Tafel zeigend), oder so viel (auf $\frac{1}{3}$ zeigend), oder so viel (auf $\frac{1}{7}$ zeigend), oder so viel (auf $\frac{1}{16}$ zeigend) von einem Kuchen? und das Kind antwortete: $\frac{1}{16}$, weil es bey sich dächte: 16 ist weit mehr als 2 oder 3, hätte das Kind klug gehandelt? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil es gerade das kleinste Stück gewählt hätte.

L. Welchen Bruch von diesen da würdet ihr denn wählen? K. Die Hälfte.

L. Aber der Nenner 16 ist ja doch wirklich viel größer, als der Nenner zwey? K. Das thut nichts, $\frac{1}{16}$ ist doch kleiner als $\frac{1}{2}$.

L. Nun werdet ihr mir sagen können, ob von 2 Brüchen, deren Zähler 1 ist, der mit dem grössern, oder der mit dem kleinern Nenner mehr Werth hat. K. Der mit dem kleinern Nenner.

L. Freylich! Denn der Nenner zeigt ja, wie ihr wißt, die Anzahl der Stücke an, welche aus einem Ganzen gemacht worden sind. Ist nun der Nenner eine große Zahl, so müssen ja viel Stücke aus dem Ganzen gemacht worden, folglich die Stücke klein seyn. Wie müssen hingegen die Stücke seyn, wenn ich deren nur wenige aus dem nämlichen Ganzen mache? K. Groß.

L. Ist denn aber der Nenner eines Bruches, dessen Ganzes nur in wenig Theile getheilt ist, auch groß (eine große Zahl)? K. Nein.

L. Wie denn? K. Klein.

L. Nun sagt mir, welcher von diesen beyden Brüchen ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{17}$) nach eurer Meynung den größern Werth haben mag? K. $\frac{1}{5}$.

L. An welchem Merkmahle könnt ihr gleich sehen, daß $\frac{1}{5}$ mehr als $\frac{1}{17}$ ist? K. An dem kleinern Nenner, welchen der Bruch $\frac{1}{5}$ hat.

L. Gut! Jetzt lege ich hier $\frac{2}{5}$ von einem, und hier $\frac{2}{9}$ von einem andern dieser gleichen Stäbe her:

sage

sagt mir, welcher von diesen beyden Brüchen mehr beträgt (mehr Werth hat). K. $\frac{2}{5}$.

L. Recht! das lehrt der Augenschein. Aber woher mag dieses wohl kommen, da ich doch in beyden Fällen 2 Stücke (gleiche Theile) vom Ganzen habe? K. Weil die Fünftel größer als die Neuntel sind.

L. Wie geht es aber zu, daß die Fünftel eines solchen Stabes größer als die Neuntel sind? K. Weil, wenn man Neuntel macht, der Stab in mehr Theile getheilt werden muß, als wenn man Fünftel macht.

L. Richtig! Nun möchte ich doch auch wissen, welchem von diesen beyden Brüchen: $\frac{5}{8}$ Th., $\frac{5}{1\,9}$ Th. ihr den kleinern Werth zuschreibt. K. Den $\frac{5}{1\,9}$.

L. Woran seht ihr gleich, daß $\frac{5}{1\,9}$ Th. weniger als $\frac{5}{8}$ Th. seyn muß? K. An dem größern Nenner in $\frac{5}{1\,9}$.

L. Gut! Jetzt wollen wir diese drey Paar Brüche da ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{1\,7}$; $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{9}$; $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{1\,9}$) betrachten und sehen, worin immer jedes Paar mit einander übereinstimmt. Wer sagt mir dieses? K. Jedes Paar hat einerley (gleiche) Zähler.

L. Wenn nun 2 Brüche einerley Zähler, aber verschiedene Nenner haben, haben sie wohl alsdann auch einerley Werth? K. Nein.

L. Welcher von beyden hat denn wohl den grössern Werth? K. Der mit dem kleinern Nenner.

L. Recht! Wir haben jetzt eine neue Wahrheit mit einander gefunden: wer wiederhohlt mir sie?

K. Wenn zwey Brüche einerley Zähler,

aber verschiedene Nenner haben, so hat derjenige den größern Werth, welcher den kleinern Nenner hat.

L. Das ist recht! Ich will jetzt immer 2 Brüche mit einerley Zähler nennen, und ihr sagt mir, welcher von beyden der größere ist: $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{13}$. K. $\frac{3}{7}$ ist der größere.

L. $\frac{5}{2 4}$, $\frac{5}{3 6}$. K. Der größere ist $\frac{5}{2 4}$ u. s. w.

L. Nun gebt recht Achtung, und sagt mir, ob folgende Behauptungen richtig sind: Ein Drittel ist mehr als ein Viertel. K. Richtig.

L. Ein Siebentel ist mehr als ein Zwölftel. K. Auch richtig!

L. Ein Drittel von einer Gans ist mehr, als ein Viertel von einem Ochsen. K. Das ist nicht wahr *).

L. Aber ihr gabt mir ja vorhin recht, als ich sagte: ein Drittel ist mehr als ein Viertel? K. Weil aber ein Ochs viel größer als eine Gans ist, so ist ein Viertel von jenem doch mehr, als ein Drittel von dieser.

L. Das war gut! Jetzt könnt ihr mir gewiß auch sagen, welcher von den folgenden 2 Sätzen **) so ausgedrückt ist, daß kein Mißverstand entstehen kann. 1) Wenn 2 Brüche von dem nämlichen oder von gleichen Ganzen einerley Zähler, aber verschiedene Nenner haben; so hat der mit dem kleinern Nen-

*) So rufen wenigstens die aufmerksamern und fähigern Kinder.

**) Man schreibe sie an die Tafel.

Nenner den größern Werth. 2) Wenn 2 Brüche einerley Zähler, aber verschiedene Nenner haben; so hat der mit dem kleinern Nenner den größern Werth.
K. Der erstere ist so ausgedrückt, daß ꝛc.

L. Allerdings! Denn nach dem letztern müßte ja ein Drittel von einer Gans mehr als ein Viertel von einem Ochsen seyn. Aber durch welche beygefügte Worte ist denn der erstere dieser Sätze vom letztern unterschieden? K. Durch die Worte: von demnämlichen oder von gleichen Ganzen.

L. Richtig! Wer sagt mir denn jetzt den erstern dieser beyden Sätze auswendig? K. (wiederhohlen).

L. Jetzt sagt mir, was mehr ist, ein Fünftel von einem Garten, oder ein Drittel von einem Felde. K. Das können wir nicht sagen.

L. Warum nicht? K. Weil wir nicht wissen, ob der Garten dem Felde an Größe gleich ist oder nicht.

L. Beyde Grundstücke haben einerley Größe. K. Nun da ist ein Drittel vom Felde mehr, als ein Fünftel vom Garten.

L. Gut! Nun möchte ich auch wissen, ob das Drittel von einer Elle leinen Band, oder das Viertel von einer Elle Leinwand das längere Stück ist. K. Das Drittel von der Elle Band ist länger als das Viertel von der Elle Leinwand *).

*) Hier kann die Rede noch nicht von der verschiedenen Ellenlänge seyn. Das Kind denkt nur an die an seinem Orte gewöhnliche Elle.

L. Warum behauptet ihr dieses, da doch nicht alle Mahl ein Drittel größer als ein Viertel ist? K. Weil die Ganzen (ganzen Ellen) gleiche Länge haben.

L. Recht! In diesem Falle ist das Drittel mehr als das Viertel. Nun wird wohl auch $\frac{1}{3}$ Elle leinen Band mehr kosten als $\frac{1}{4}$ Elle Leinwand? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil eine Elle Leinwand viel mehr kostet als eine Elle leinen Band **).

L. Und woher mag das kommen? K. Weil die Leinwand viel breiter ist als das Band.

L. Und also mehr Garn und Arbeit erfordert als letzteres. — Was haltet ihr denn von der folgenden Behauptung: $\frac{1}{7}$ ist mehr als $\frac{1}{6}$? K. Dieser Satz ist richtig, wenn das Siebentel von einem größern Ganzen ist als das Sechstel.

L. Wenn aber beyde Brüche von gleichen Ganzen wären? K. Dann wäre $\frac{1}{6}$ mehr als $\frac{1}{7}$.

L. Sollte wohl auch bisweilen $\frac{1}{8}$ Laib Brod mehr als $\frac{1}{7}$ Laib seyn? K. Allerdings.

L. In welchem Falle denn? K. Wenn derjenige Laib, welcher in Achtel getheilt ist, (um ein beträchtliches) größer ist als der, welcher in Siebentel getheilt ist.

L. In welchem Falle ist aber $\frac{1}{7}$ Laib mehr als $\frac{1}{8}$? K. Wenn beyde Brüche von gleichen Ganzen sind.

L. Rich-

*) Ich setze voraus, daß das Kind den Werth der oben genannten Dinge schon kennt.

L. Richtig! Dieses seht ihr hier an unsern Stäben. Das Achtel da (von Nro. 8.) ist kürzer als dieses Siebentel (von Nro. 7.) — Jetzt will ich mehrere Reihen Brüche, welche alle von gleichen Ganzen seyn sollen, an die Tafel schreiben, und ihr sollt mir sagen, welcher in jeder Reihe den größten, und welcher den kleinsten Werth hat:

1) $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{20}$.

2) $\frac{5}{19}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{5}{13}$.

3) $\frac{11}{12}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{11}{13}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{11}{18}$.

L. Betrachtet jetzt die erste Reihe, und sagt mir, welcher Bruch daselbst den größten Werth hat.

K. $\frac{3}{4}$.

L. Warum schreibt ihr gerade diesem den größten Werth zu? K. Weil er den kleinsten Nenner hat.

L. Aber in welchem Falle hat nur immer ein Bruch mit einem kleinern Nenner einen größern Werth, als ein anderer mit einem größern Nenner? K. Wenn beyde einerley Zähler haben.

L. Könnt ihr mir dieses mit Brüchen von unsern Stäben da bestätigen? K. (nehmen z. B. $\frac{3}{8}$ und $\frac{3}{14}$, legen beyde Brüche neben einander und zeigen, daß die $\frac{3}{14}$ zusammengenommen nicht so lang als die $\frac{3}{8}$ sind.)

L. Gut! Worin stimmen denn alle Brüche der ersten Reihe mit einander überein? K. Darin, daß sie alle einerley Zähler haben.

L. Welcher muß daher unter ihnen der größte seyn? K. Der mit dem kleinsten Nenner.

L. Gut!

L. Gut! Nun nennt mir auch den kleinsten dieser Brüche. K. $\frac{3}{20}$.

L. Warum haltet ihr denn diesen für den kleinsten in der Reihe? K. Weil er den größten Nenner und mit den übrigen einerley Zähler hat.

L. Wie viel Stücke hätte denn derjenige, welcher $\frac{3}{4}$ von einem Pfefferkuchen (Lebkuchen) hätte? K. Drey.

L. Wie viel Stücke hätte aber derjenige, welcher $\frac{3}{20}$ von einem solchen Kuchen hätte? K. Auch drey.

L. Nun! da hätte ja wohl einer so viel als der andere? K. Nein. Denn die 20stel sind kleiner als die 4tel von dem nämlichen oder von gleichen Ganzen.

L. Das habt ihr gut gemerkt! Wer liest mir jetzt diese Brüche (von der ersten Reihe ist die Rede) in der Ordnung her, wie sie in der Größe oder ihrem Werthe nach auf einander folgen, so daß er bey dem kleinsten anfängt und bey dem größten aufhört? K. (lesen her.)

L. Nun lege auch eins von euch $\frac{3}{4}$ und $\frac{3}{20}$ von diesen Stäben neben einander, damit ihr euch auch durch den Augenschein überzeugt, daß $\frac{3}{4}$ mehr als $\frac{3}{20}$ ist.

Eben so verfahre man mit der 2ten und 3ten Reihe.

L. Ihr wißt nunmehr wohl, daß von 2 Brüchen mit gleichen Zählern derjenige mit dem kleinern

nern Nenner immer mehr Werth hat, oder größer ist, als der mit dem größern Nenner. Jetzt wollen wir aber auch lernen, wie wir gleich sehen können, wie viel Mahl der eine von 2 solchen Brüchen größer als der andere ist, oder wie sich beyde zu einander verhalten. Hier habe ich $\frac{1}{2}$ und hier $\frac{1}{4}$ Stab. Seht doch einmahl, wie sich die beyden Stücke zu einander verhalten, oder wie oft das eine in dem andern steckt (enthalten ist). K. $\frac{1}{4}$ ist in $\frac{1}{2}$ zwey Mahl enthalten.

L. Wie viel Viertel muß ich also bekommen, wenn ich $\frac{1}{2}$ Stab wieder in 2 gleiche Theile theile? K. Zwey.

L. Und welcher Theil von einem ganzen Stab ist noch Ein Mahl so groß, oder wie man auch sprechen kann, zwey Mahl so groß oder zwey Mahl größer als Ein Viertel? K. Die Hälfte.

L. Und welcher Theil von einem ganzen Stabe ist zwey Mahl kleiner als die Hälfte? K. Das Viertel.

L. Dieß merkt recht. Jetzt habe ich hier, wie ihr seht, vier Viertel (den Stab Nro. 4.). Wie viel Theile muß ich bekommen, wenn ich jedes Viertel noch Ein Mahl von einander schneide? K. Acht.

L. Und wenn ich jedes Viertel in der Mitte von einander schneide, so werden die Theile alle einander gleich: wie müssen sie dann heißen? K. Achtel.

L. Freylich! Wenn ich die 4 Viertel auf die jetzt angegebene Art theilen wollte, so würde dieser Stab (Nro. 4.) gerade so eingetheilt werden, wie

der

der da (Nro. 8.), von welchem, wie ihr hier seht (man lege $\frac{2}{8}$ und $\frac{1}{4}$ vor), immer 2 Theile gerade so groß als ein Viertel sind. Wie viel Achtel kann ich also aus einem Viertel machen? K. Zwey.

L. Und wie verhält sich $\frac{1}{4}$ zu $\frac{1}{8}$? K. Es (das Viertel) ist zwey Mahl so groß (zwey Mahl größer) als ein Achtel.

L. Gut! Jetzt liegen hier $\frac{3}{4}$, wie viel Achtel müßte ich wohl daneben legen, um ein eben so großes Stück zu erhalten, als die $\frac{3}{4}$ ausmachen? K. Sechs.

L. Legt sechs Achtel her und seht, ob sie zusammen genommen so groß als die $\frac{3}{4}$ sind? K. — Ja.

L. Gesetzt aber, ich legte nur $\frac{3}{8}$ neben die $\frac{3}{4}$, wie würden sich dann diese beyden Brüche zu einander verhalten? K. $\frac{3}{4}$ würde zwey Mahl so groß als $\frac{3}{8}$ seyn.

L. Das ist recht! Jetzt schreibe ich an die Tafel: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$. Sagt mir nun noch Ein Mahl, wie sich die beyden ersten Brüche zu einander verhalten. K. $\frac{1}{2}$ ist 2 Mahl so groß als $\frac{1}{4}$.

L. Wie verhalten sich denn die Nenner dieser beyden Brüche, deren Zähler, wie ihr seht, einander gleich sind, zu einander? K. Der Nenner 4 ist 2 Mahl so groß als der Nenner 2.

L. Wenn ich jetzt nun sagte: so oft der kleinere Nenner von diesen beyden Brüchen (auf $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ zeigend) in dem größern Nenner enthalten ist, so viel Mahl ist der Bruch mit dem größern Nenner

kleiner,

kleiner, als der mit dem kleinern Nenner, hätte ich wohl da Recht oder nicht? K. Sie hätten Recht.

L. Nun so wiederhohlt mir diese Behauptung. K, (wiederhohlen).

L. Jetzt betrachtet den 2ten und 3ten dieser Brüche und sagt, ob man auch auf sie diese Behauptung anwenden kann. K. Das kann man.

L. Was sagt ihr, daß man von diesen beyden Brüchen behaupten könne? K. Daß der mit dem größern Nenner gerade so viel Mahl kleiner sey, als der mit dem kleinern Nenner, als der kleinere Nenner im größern enthalten ist.

L. Freylich! 4 ist in 8 zwey Mahl, und eben so oft ist $\frac{1}{8}$ in $\frac{1}{4}$ enthalten. Sollte wohl $\frac{3}{8}$ in $\frac{3}{4}$ auch so oft enthalten seyn, als der kleinere Nenner (4) in dem größern (8)? K. Ja wohl, das haben wir ja vorhin gesehen.

L. Was ihr jetzt in 3 Fällen gesehen habt, daß sich nämlich immer von Brüchen mit gleichen Zählern, der mit dem kleinern Nenner zu dem mit größern Nenner verhalte, wie der größere zu dem kleinern Nenner, oder wie man auch sagen kann, daß 2 Brüche mit gleichem Zähler in dem umgekehrten Verhältnisse ihrer Nenner zu einander stehen, ist in allen Fällen wahr. Wenn ihr nun von 2 Brüche mit gleichen Zählern wissen wollt 1) welcher von beyden der größere ist, so könnt ihr das mit einem Blicke erkennen: woran? K. An dem kleinern Nenner.

L. Wenn ihr aber 2) erfahren wollt, wie oft der kleinere Bruch in dem größern enthalten ist, wie

könnt

könnt ihr das gleich sehen? K. Wir dürfen nur sehen, wie oft der kleinere Nenner in dem größern enthalten ist.

L. Nach dem, was ihr jetzt gesagt habt, beurtheilt mir folgende Brüche: $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{16}$, und sagt mir 1) welcher von beyden der größere ist. K. $\frac{5}{8}$.

L. Sagt mir aber auch 2) wie viel Mahl $\frac{5}{8}$ größer als $\frac{5}{16}$ ist. K. Zwey Mahl.

L. Gut! Aber woraus erkennt ihr dieses? K. Daraus, weil 16 zwey Mahl so groß als 8 ist.

L. Ganz recht! Wie viel Mahl ist denn der kleinere dieser 2 Brüche ($\frac{3}{5}$, $\frac{3}{15}$) in dem größern enthalten? K. Drey Mahl.

L. Welcher von diesen Brüchen ist 3 Mahl kleiner als der andere, also im andern 3 Mahl enthalten? K. $\frac{3}{15}$.

L. Woran seht ihr, daß dieser Bruch 3 Mahl kleiner als der andere ist? K. An dem Umstande, daß sein Nenner 3 Mahl größer als der Nenner des andern ist.

L. Und, müßt ihr hinzusetzen, beyde Zähler gleich groß sind.

Man lege noch folgende Brüche zur Beurtheilung vor: 3/4, 3/12; 2/3, 2/6; 5/6, 5/12; 3/4, 3/16; 5/8, 5/32; 2/3, 2/9; 5/9, 5/45 und zeige zugleich an den Stäben, wo nämlich der Theile so viele sind, daß das von den Kindern (richtig) angegebene Verhältniß das richtige sey.

g) Beurtheilung des Werthes zweyer Brüche mit gleichen Nennern aus dem Verhältnisse, in welchem ihre Zähler zu einander stehen.

L. Jetzt lege ich $\frac{3}{8}$ von diesem Stabe (Nro. 8.) her. — So! Nun lege ich aber noch zwey Achtel dazu. Wie viel Achtel liegen jetzt da? K. Fünf.

L. In welchem Falle habe ich wohl mehr von diesem Stabe, wenn ich $\frac{3}{8}$ oder $\frac{5}{8}$ davon habe? K. Wenn Sie $\frac{5}{8}$ davon haben.

L. Ja wohl! Fünf solche Stücke sind ja offenbar mehr als drey. Nun werdet ihr mir wohl sagen können, ob ein Taglöhner, wenn er entweder $\frac{2}{7}$ oder $\frac{6}{7}$ von einem Braten nehmen dürfte, den erstern oder letztern Bruch lieber nehmen würde? K. Den letztern.

L. Warum denn? K. Weil $\frac{6}{7}$ mehr als $\frac{2}{7}$ ausmachen.

L. Wie viel Theile vom ganzen Braten bekäme er denn, wenn er die $\frac{2}{7}$ nähme? K. Zwey.

L. Und wie viel solche Theile bekäme er davon, wenn er die $\frac{6}{7}$ nähme? K. Sechs.

L. Da bekäme er nun freylich im letztern Falle mehr als im erstern. Nun sagt mir, worin die beyden Brüche, die ich daher schreibe ($\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{8}$), mit einander übereinstimmen. K. Sie haben einerley Nenner.

L. Und welche Aehnlichkeit haben diese beyden ($\frac{2}{7}$ und $\frac{6}{7}$)? Auch bey diesen sind die Nenner einander gleich.

L. Welche Zahlen sind aber bey jedem Paare verschieden? K. Ihre Zähler.

L. Welcher vom erstern Paare hat den größern Zähler? K. $\frac{5}{8}$.

L. Und welcher vom zweyten Paare hat den größern Zähler? K. $\frac{6}{7}$.

L. Nun sagt mir, welchen von 2 Brüchen, die einerley Nenner, aber verschiedene Zähler haben, ihr für den größern haltet. K. Denjenigen, welcher den größern Zähler hat.

L. Da irrt ihr euch nicht. Wie wollt ihr nun das, was wir diesen Augenblick mit einander gelernt haben, ausdrücken oder einem Andern erzählen? K. Von zwey Brüchen, die einerley Nenner, aber verschiedene Zähler haben, ist derjenige der größere, welcher den größern Zähler hat*).

L. Welcher von diesen beyden Brüchen ($\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{5}$ anschreibend) ist denn wohl der größere? K. $\frac{4}{5}$.

L. Da sind wohl $\frac{4}{5}$ von einer Ente mehr als $\frac{3}{5}$ von einem Schweine? K. Nein.

L. Aber ihr sagtet ja erst: $\frac{4}{5}$ ist mehr als $\frac{3}{5}$. K. Das ist nur wahr, wenn diese Brüche von dem nämlichen oder von gleichen Ganzen sind.

L. Freylich! Wir müssen daher, wenn wir uns recht genau ausdrücken wollen, unserm vorigen Satze noch einige Worte, die den jetzt bemerkten Umstand angeben, beyfügen. Wer kann diesen Beysatz machen? K. Von zwey Brüchen, die ei-

*) Dieser Satz wird an die Tafel geschrieben, und mehrmahls abgelesen.

einerley Nenner, aber verschiedene Zähler haben und von dem nämlichen oder von gleichen Ganzen sind, ist derjenige der größere, welcher den größern Zähler hat.

L. So ist es recht! Wie viel von euch können mir diesen Satz jetzt auswendig hersagen? K. (wiederhohlen).

L. Sagt mir jetzt, was mehr ist, $\frac{10}{11}$ oder $\frac{9}{11}$ K. Wenn diese Brüche von dem nämlichen oder von gleichen Ganzen sind, so ist $\frac{10}{11}$ mehr als $\frac{9}{11}$.

L. Gut! Was wäre euch denn lieber, $\frac{10}{11}$ von einer ganz kleinen fruchtbaren Wiese, oder $\frac{9}{11}$ von einem weit größern ebenfalls fruchtbaren Grasgarten? K. $\frac{9}{11}$ vom Grasgarten.

L. Aber 10 Theile sind ja mehr als 9 Theile? K. In diesem Falle machten aber 9 Theile mehr aus als 10.

L. Wie ist das möglich? K. Weil der Garten weit größer als die Wiese wäre, so würden die 9 Theile davon mehr betragen als die 10 Theile von der Wiese.

L. Ganz recht! — Jetzt will ich wieder mehrere Reihen Brüche, welche alle von gleichen Ganzen seyn sollen, an die Tafel schreiben, und ihr sollt mir wieder sagen, welcher in jeder Reihe den größten, und welcher den kleinsten Werth hat.

1) $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}$.
2) $\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7}$.
3) $\frac{4}{9}, \frac{2}{9}, \frac{1}{9}, \frac{8}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}$.
4) $\frac{2}{15}, \frac{14}{15}, \frac{4}{15}, \frac{13}{15}, \frac{8}{15}, \frac{11}{15}, \frac{7}{15}$.
5) $\frac{3}{16}, \frac{5}{16}, \frac{1}{16}, \frac{7}{16}, \frac{15}{16}, \frac{13}{16}$.

L. Welche Zahl ist bey allen Brüchen der 1sten Reihe einerley! K. Der Nenner.

?. Könnt ihr denn wohl hier auch den größten Bruch am Nenner erkennen? K. Nein.

L. An welcher Zahl denn? K. Am Zähler.

L. So betrachtet die Zähler dieser Brüche (der ersten Reihe), und nennt mir dann den größten davon. K. $\frac{4}{5}$.

L. Warum haltet ihr diesen Bruch für den größten in dieser Reihe? K. Weil er den größten Zähler hat.

L. Gut! In welchem Falle darf ich in einer Reihe von Brüchen den mit dem größten Zähler für den größten halten? K. Wenn sie einerley Nenner haben.

L. Richtig! Welches ist denn der kleinste dieser Brüche? K. $\frac{1}{5}$.

L. Warum haltet ihr diesen für den kleinsten? K. Weil er unter allen den kleinsten Zähler und mit den übrigen einerley Nenner hat.

L. Jetzt nenne mir einer diese Brüche (in der 1sten Reihe) in der Ordnung her, wie sie in der Größe auf einander folgen. K. (nennt).

L. Nun nehme eines von euch diesen Stab (Nro. 5.) und lege mir davon sowohl den kleinsten als den größten hier in der ersten Reihe bemerkten Bruch her. K. (legt erst $\frac{1}{5}$, dann $\frac{4}{5}$ vom Stabe hin).

Eben so verfahre man mit den 4 übrigen Reihen.

L. Hier

L. Hier liegt ein Viertel und hier liegen drey Viertel von einem Stabe: auf welcher Seite liegt mehr vom Stabe? K. Da, wo drey Viertel liegen.

L. Wie verhält sich aber $\frac{1}{4}$ zu $\frac{3}{4}$? K. Der letztere Bruch ist 3 Mahl so groß als der erstere.

L. Gut! Hier liegen $\frac{5}{6}$ und hier $\frac{1}{6}$ von einem unserer Stäbe: auf welcher Seite liegt weniger? K. Da, wo $\frac{1}{6}$ liegt.

L. Wie verhält sich $\frac{1}{6}$ zu $\frac{5}{6}$? K. $\frac{1}{6}$ ist fünf Mahl in $\frac{5}{6}$ enthalten.

L. Also ist $\frac{1}{6}$ fünf Mahl kleiner, als $\frac{5}{6}$. Wie verhalten sich denn die $\frac{2}{8}$ welche ich daher lege, zu den $\frac{6}{8}$, die ich da habe? K. $\frac{2}{8}$ sind in $\frac{6}{8}$ drey Mahl enthalten. ($\frac{6}{8}$ ist drey Mahl so viel (größer) als $\frac{2}{8}$)

L. Nun schreibe ich hier an die Tafel: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{8}$, $\frac{6}{8}$. Daß jedes Paar dieser Brüche einerley Nenner habe, brauche ich euch nicht erst zu sagen. Ihr aber sagt mir, wie sich die Zähler des ersten Paares zu einander verhalten. K. Der Zähler 1 steckt im Zähler 3 drey Mahl.

L. Und wie oft ist $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ enthalten? K. Auch drey Mahl.

L. Sollte ich wohl behaupten dürfen, daß sich diese beyden Brüche, d. h. ihre Größen (ihr Werth) zu einander verhalten, wie ihre Zähler? K. Ja wohl!

L. Findest du nicht noch ein Paar Brüche hier, von denen man das Nämliche behaupten darf? K. Ja.

L. Welche sind es? K. $\frac{5}{6}$ u. $\frac{1}{6}$, und $\frac{2}{8}$ u. $\frac{6}{8}$.

L. Was dürfen wir nach deiner jetzigen Aussage

von jedem Paare dieser Brüche behaupten? K. Daß sich je zwey und zwey zu einander verhalten, wie ihre Zähler.

L. Was heißt das mit andern Worten? K. So oft der Zähler des ersten Bruches im Zähler des andern enthalten ist, so viel Mahl ist auch der erste Bruch im andern enthalten.

L. Was wir jetzt an diesen Brüchen gesehen haben, das gilt von allen Brüchen mit gleichen Nennern. Immer verhalten sich solche Brüche zu einander wie ihre Zähler. Wenn ihr das jetzt Gesagte recht verstanden habt, so werdet ihr gleich sagen, wie viel Mahl der eine von jedem Paare dieser Brüche ($\frac{5}{8}$, $\frac{15}{8}$; $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$; $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{9}$; $\frac{5}{12}$ $\frac{10}{12}$ ꝛc. anschreibend) größer oder kleiner ist, als der andere. K. $\frac{5}{8}$ ist drey Mahl kleiner als $\frac{15}{8}$, und $\frac{15}{8}$ ist drey Mahl größer als $\frac{5}{8}$ u. s. w.

L. Woher konntet ihr so gleich wissen, daß $\frac{5}{8}$ drey Mahl kleiner als $\frac{15}{8}$ ist? K. Weil wir schon wissen, daß Brüche mit gleichen Nennern sich zu einander verhalten wie ihre Zähler. (Weil 5 drey Mahl kleiner als 15 ist.)

L. Das ist recht! Ich will jetzt sehen, wer mir morgen folgende 2 Sätze, die wir bisher mit einander gefunden haben, und die ich daher an die Tafel schreiben will, nicht nur noch auswendig weiß, sondern auch mit Beyspielen erläutern kann.

1) Brüche mit gleichen Zählern verhalten sich umgekehrt zu einander wie ihre Renner.

2) Bru-

2) Brüche mit gleichen Nennern verhalten sich zu einander wie ihre Zähler.

h) Eine ganze Zahl wird in einen unächten Bruch mit gegebenem Nenner verwandelt.

L. Wie viel halbe Stäbe giebt mir dieser ganze (Nro. 1.)? K. Zwey.

L. Wie viel halbe erhalte ich aber aus zwey solchen Stäben? K. Vier.

L. Und aus dreyen? K. Sechs.

L. Wenn nun ein Kind so dächte: Wenn ich 6 ganze Stäbe habe, so muß ich auch 6 Mahl 2 halbe, d. i. 12 halbe haben, hätte es sich geirrt oder nicht? K. Es hätte sich nicht geirrt.

L. Wie oft müßt denn ihr 2 halbe Stäbe haben, wenn ich euch diese 16 ganzen gebe? K. Sechszehn Mahl.

L. Und wie viel macht 16 Mahl 2? K. 32.

L. Haltet ihr nun wohl folgenden Satz: so viel Ganze Jemand hat, so oft hat er 2 halbe, für richtig? K. Allerdings.

L. So wiederhohlt mir diesen Satz. K. (wiederhohlen).

L. Jetzt schreibe ich die Zahlen 2, 3, 6, 16 an die Tafel, und eins von euch soll mir die Zahl der Halben darunter setzen, die jede dieser lauter Ganze anzeigenden Zahlen giebt. K. (schreiben unter

ter jede der bemerkten Zahlen das Doppelte, daß folgende 2 Reihen entstehen: 2, 3, 6, 16
4, 6, 12, 32.)

L. Mit welcher Zahl durftet ihr nur jede Zahl der obern Reihe multipliciren, um die darunter gesetzte Zahl zu finden? K. Mit 2.

L. Gesetzt nun, ich gebe euch eine gewisse Anzahl von Ganzen, damit ihr die Zahl der Halben daraus findet: wie könnt ihr diese, nämlich die Zahl der Halben, leicht finden? K. Wenn wir die Zahl der Ganzen mit 2 multipliciren.

L. Das ist recht! Vorhin haben wir zwar den Nenner 2 mit der Zahl der Ganzen multiplicirt, und z. B. gesagt 16 Mahl 2 ist 32, weil wir nach dem Grundsatz verfahren wollten: so viel Ganze Jemand hat, so oft hat er 2 Halbe. Da es aber, wie ihr schon wißt, im Erfolg einerley ist, ob wir 16 Mahl 2 oder 2 Mahl 16 nehmen; so können wir auch sagen: um eine Anzahl Ganze in Halbe zu verwandeln, müssen wir die Zahl der Ganzen mit 2 multiplicieren. Hiebey können wir auch so denken: die Zahl der Halben ist immer 2 Mahl so groß als die Zahl der Ganzen, daher dürfen wir nur diese (die Zahl der Ganzen) doppelt nehmen oder 2 Mahl so groß machen. — Jetzt will ich sehen, wer mir gleich von jeder Zahl Ganzer, die ich geben werde, die Zahl der Halben im Kopfe wird finden können.

Nun übe man die Kinder im so genannten großen Einmahleins. Man lasse sie erst in der Ordnung hersagen: 2 Mahl 11 ist 22, 2 Mahl 12 ist 24 bis 2 Mahl

20 ist 40. Hierauf frage man: wie viel Halbe bekommen wir aus 23 Ganzen? ꝛc. Das nächste Mahl wird hergesagt: 2 Mahl 21 — 2 Mahl 30, u. s. w. Um das Product von 2 Factoren, wovon der eine zwey- der andere einstellig ist, im Kopfe und ausser der Ordnung desto leichter auffinden zu können, ist es gut, wenn man den zweystelligen Factor in seine Zehende und Einzelne zerfällt, diese mit dem andern Factor multiplicirt und am Ende die gefundenen Producte addirt. Z. B. Wenn ein Kind 2 Mahl 23 nehmen soll, so spricht es: 23 besteht aus 20 und 3, 2 Mahl 20 ist 40, 2 Mahl 3 ist 6, also 2 Mahl 23 ist 46. Oder: 37 besteht aus 30 und 7, 2 Mahl 30 ist 60: und 2 Mahl 7 ist 14. Diese Zahl zu 60 addirt, giebt 74; also ist 2 Mahl 37 gerade 74. Neben diesen Uebungen lasse man die Kinder auch an der Tafel jede gegebene Zahl von Ganzen in Halbe verwandeln. Z. B. L. 371 Ganze wie viel sinds Halbe? K. (rechnet: 371 und schreibt $\frac{742}{2}$).

$$\frac{2}{742}$$

Anwendung des in der vorhergehenden Nummer Gelernten.

L. Wie viel halbe Aepfel bekomme ich aus 36 ganzen? K. 72.

L. Wie viel Kinder können sich also in 36 Aepfel theilen, wenn jedes einen halben bekommen soll? K. 72.

L. Ein wohlthätiger Mann theilt 93 Laib Brod unter Arme und giebt jedem einen halben Laib: wie viel Arme bekommen etwas? K. 186.

L. 87 Pfund Fleisch sollen unter Arme vertheilt und jedem $\frac{1}{2}$ Pf. gegeben werden: wie viel Arme bekommen von diesem Fleische etwas? K. 174.

L. Ein Wirth hat 18 Pf. Fleisch zugesetzt und giebt jedem Gaste $\frac{1}{2}$ Pf.; wie viel Gäste kann er damit speisen? K. 36.

L. Eine Bäuerin bringt 13 Maß Milch in die Stadt und giebt jedem ihrer Kunden $\frac{1}{2}$ Maß; wie viel hat sie Kunden? K. 26.

L. Ein gewisser Bruder Liederlich hat nach und nach 43 Gulden und zwar täglich $\frac{1}{2}$ in Brandwein vertrunken: in wie viel Tagen hat er seine 43 Gulden durchgebracht? K. In 86 Tagen.

L. Jemand hat 59 Gulden, wovon er jeden Tag $\frac{1}{2}$ ausgiebt: auf wie viel Tage reichen seine 59 Gulden zu? K. Auf 118.

L. Ein Kind hat sich nach und nach 63 Groschen (Batzen), wovon es jeden Tag $\frac{1}{2}$ verdient hat, erspart: wie viel Tage mußte es arbeiten, um dieses Geld zu verdienen? K. 126.

L. Ein Holzhauer hat 39 Klafter Holz zu spalten, wovon er jeden Tag $\frac{1}{2}$ Klafter klein machen kann: wie viel Tage braucht er zu diesem Geschäfte? K. 78.

L. Ein Wirth, welcher täglich $\frac{1}{2}$ Eymer Bier ausschenkt, hat noch 47 Eymer vorräthig: auf wie viel Tage reicht dieser Vorrath noch aus? K. Auf 94.

L. Je-

L. Jemand, der alle Tage $\frac{1}{2}$ Loth Toback schnupft, hat 28 Loth davon im Vorrathe: auf wie viel Tage reicht er damit aus? K. Auf 56.

L. Ein Bauer, welcher alle Tage $\frac{1}{2}$ Centner Heu braucht, hat noch 28 Centner: wie lang reicht er damit aus? K. 56 Tage.

L. Auf wie viel Tage reichen 84 ℔ Reiß, wenn man jeden Tag $\frac{1}{2}$ ℔ davon nimmt?

L Wie man eine vorgeschriebene Zahl von Ganzen zu Halben macht, wißt ihr. Jetzt müßt ihr auch noch lernen, jede Zahl von Ganzen in einen unächten Bruch mit jedem gegebenen Nenner zu verwandeln. Hier liegt ein Stab (Nro. 3.), welcher in Drittel getheilt ist. Wie viel Drittel hat er gegeben? K. Drey.

L. Wie viel Drittel bekomme ich denn, wenn ich diesen Stab (Nro. 1.) auch noch in Drittel theile und sie zu den dreyen daher lege? K. Sechs.

L. Wie viel Drittel geben mir aber drey Stäbe? K. Neun.

L. Nun gebt recht Achtung. Ist es wohl richtig, wenn ich sage: so oft ich einen ganzen Stab habe, so oft habe ich zwey Drittel? K. Nein.

L. Wer kann diesen Satz berichtigen? K. So oft ich einen ganzen Stab habe, so oft habe ich drey Drittel.

L. Freylich! Jeder Stab giebt ja drey Drittel. Sollte mir jetzt eins von euch sagen können, wie ich die Zahl von Dritteln, welche mir eine gewisse

Anzahl Ganze geben, finde? K. Man darf nur so viel Mahl 3 nehmen, als man Ganze hat.

L. Gut! Und wie verhält sich immer die Zahl der Drittel zur Zahl der Ganzen, woraus jene entstanden sind? K. Die Zahl der Drittel ist immer 3 Mahl größer als die Zahl der Ganzen, die man in Drittel verwandelt hat.

L. Weil die Zahl der Halben immer 2 Mahl größer als die Zahl ihrer Ganzen ist, so sagten wir neulich: wir müssen die Zahl der Ganzen mit 2 multipliciren, wenn wir sie zu Halben machen wollen. Was werden wir nun wohl mit der Zahl der Ganzen vornehmen müssen, wenn wir die Zahl ihrer Drittel, die, wie ihr gesagt habt, immer 3 Mahl größer als die Zahl ihrer Ganzen ist, erfahren wollen? K. Wir dürfen nur die Zahl der Ganzen mit 3 multipliciren.

L. Ja wohl! Daß es übrigens einerley ist, ob ihr sagt: wir multipliciren 3 mit der Zahl der Ganzen, oder: wir multipliciren die Zahl der Ganzen mit 3, das wißt ihr schon. Nun sucht mir doch geschwind durch Hülfe der Ziffern die Zahl der Drittel von 168 Ganzen. K. (rechnen: 268 und schreiben: $\frac{804}{3}$).

L. Ist der hier bezeichnete Bruch ein ächter oder unächter? K. Ein unächter.

L. Darf

L. Darf ich denn nun wohl sagen: ihr habt jetzt eine gewisse Anzahl Ganze in einen unächten Bruch, wozu ich den Nenner gegeben habe, verwandelt? K. Ja.

L. Könnt ihr mir denn auch recht genau sagen, was ihr gethan habt, indem ihr das Exempel da (hinzeigend) rechnetet? K. Da haben wir eine gewisse Anzahl Ganze in einen unächten Bruch, wozu Sie uns den Nenner gegeben haben, verwandelt.

L. Wie habt ihr es denn gemacht, um den unächten Bruch zu finden? K. Wir haben die Zahl der Ganzen mit 3 multiplicirt.

L. Da 3 der Nenner war, so könnt ihr auch sprechen: Wir haben die Zahl der Ganzen mit dem gegebenen Nenner multiplicirt. Gesetzt nun, ihr solltet mir 49 Ganze zu Vierteln machen, oder welches eben so viel ist, aus 49 einen unächten Bruch, dessen Nenner 4 ist, machen: was habt ihr da nach eurer Meynung zu thun? K. Wir multipliciren 49 mit 4.

L. Das hieße mit andern Worten: wir multipliciren die gegebene Zahl der Ganzen mit dem gegebenen Nenner, und das Verfahren wäre allerdings richtig. Wendet denn dieses Verfahren jetzt an. K. (rechnen: $49 \cdot 4 = 196$ und schreiben: $\frac{196}{4}$).

L. Nun

L. Nun habt ihr wieder eine gewisse Anzahl Ganze in einen unächten Bruch verwandelt, indem ihr die Zahl der Ganzen mit dem gegebenen Nenner multiplicirt und das gefundene Product zum Zähler gemacht habt. Solltet ihr mir wohl jetzt sagen können, wie man überhaupt eine gegebene Anzahl Ganze in einen unächten Bruch mit vorgeschriebenem Nenner verwandeln kann? K. Man multiplicirt die Zahl der Ganzen mit dem gegebenen Nenner und macht das gefundene Product zum Zähler.

L. Das ist recht! Wenn ich nun von 63 Ganzen die Zahl der Viertel finden wollte, was müßte ich denn da thun? K. Sie müßten 63 mit 4 multipliciren.

L. Wie muß sich sonach die Zahl der Viertel zu der Zahl der Ganzen, woraus jene entstanden sind, verhalten? K. Die Zahl der Viertel muß vier Mahl so groß (größer) seyn als die Zahl der Ganzen.

L. Was müßte ich aber thun, wenn ich die Zahl der Fünftel wissen wollte, welche mir 63 Ganze geben? K. Sie müßten 63 mit 5 multipliciren.

L. Wie muß sich also die Zahl der Fünftel zur Zahl der Ganzen, die ich in Fünftel verwandle, verhalten? K. Die Zahl der Fünftel ist fünf Mahl so groß als die Zahl ihrer Ganzen.

L. Das ist recht, und ich hoffe, daß ihr nun jede Anzahl von Ganzen in einen unächten Bruch mit dem Nenner, welcher verlangt wird, werdet verwandeln können. Nun wollen wir uns nach

und

und nach üben, damit ihr auch im Kopfe eine gegebene nicht gar zu große (nicht über 100 gehende) Zahl Ganze in Drittel, Viertel, Fünftel ꝛc verwandeln lernt.

Die Kinder fahren fort, die übrigen Theile des sogenannten großen Einmahleins fleißig herzusagen. Das Zerfällen des einen Factors, wovon oben S. 73 die Rede war, wird immer fortgesetzt. Auch ist es sehr nützlich, wenn man die Rechenschüler auf ihrer Schiefertafel oder auf dem Papiere erst den Theil der Producte, die sie in einer bestimmten Stunde angeben sollen, selbst finden läßt. Wenn z. B. in der nächsten Rechenstunde soll hergesagt werden: 3 Mahl 11 ist 33 bis 3 Mahl 20 ist 60; so schreiben sie folgende Factoren mit ihren Producten also nieder:

3	Mahl	11	ist	33.
3	—	12	—	36.
3	—	13	—	39.
3	—	14	—	42.
3	—	15	—	45.
3	—	16	—	48.
3	—	17	—	51.
3	—	18	—	54.
3	—	19	—	57.
3	—	20	—	60.

Daß man nur stufenweise und z. B. nicht eher 4 Mahl 11. ꝛc. dürfe lernen und hersagen lassen, als bis 3 Mahl 11. ꝛc. recht im Kopfe ist, versteht sich von selbst.

Anwendung des Gelernten.

Wie viel Kinder erhalten etwas, wenn 37 Ellen Leinwand so vertheilt werden sollen, daß jedes $\frac{1}{3}$ Elle davon

davon bekommt? Wie viel Menschen können mit 69 Laib Brod gespeißt werden, wenn jeder $\frac{1}{3}$ Laib erhalten soll? Wie viel Pfund Butter kann man für 12 Gulden kaufen, wenn das Pf. $\frac{1}{3}$ Gulden kostet? Wie viel Paar junge Tauben bekommt man für 17 Gulden, wenn das Paar $\frac{1}{3}$ Gulden kostet? Wie viel Arme bekommen etwas, wenn 54 Gulden so vertheilt werden sollen, daß jeder $\frac{1}{3}$ Gulden bekommt? Auf wie viel Tage reichen 92 Pf. Schmalz zu, wenn man täglich $\frac{1}{3}$ Pf. davon verbraucht? Ein Taglöhner, welcher täglich $\frac{1}{3}$ Gulden für seine Arbeit erhält, nahm einst vom Pfarrer seines Orts 16 Gulden Arbeitslohn ein: wie viel Tage muß er dem Pfarrer gearbeitet haben? Eine Bäuerin, welche täglich $\frac{1}{3}$ Maß Gerste zur Fütterung ihrer Hühner braucht, hat noch 28 Maß von dieser Getreideart vorräthig: wie viel Tage wird sie damit ausreichen? Auf wie viel Tage reichten 68 Maß Erbsen zu, wenn man immer $\frac{1}{3}$ Maß davon äße? Wie viel junge Hühner muß Herr Leckermaul nach und nach von einer Bäuerin gekauft haben, da er ihr einst 25 Gulden für lauter dergleichen Vögel, wovon jeder $\frac{1}{3}$ Gulden kostete, bezahlen mußte?

Auf eine ähnliche Weise bringe man Viertel, dann Fünftel ꝛc mit in die Rechnung.

---

i) Eine gemischte Zahl wird eingerichtet.

L., (welcher 2 ganze Stäbe und $\frac{3}{4}$ vom Nro. 4. vor sich liegen hat). Wie viel Stäbe liegen jetzt da

vor

vor mir? K. Zwey ganze und noch überdieß drey Viertel.

L. Also $2\frac{3}{4}$. Wie viel Viertel geben mir denn die 2 Ganzen und diese 3 Viertel hier zusammen genommen? K. Eilf.

L. Wenn mir nun einmahl einer von euch $2\frac{3}{4}$, und ein anderer $\frac{11}{4}$ Pfund Fleisch gäbe, welcher von beyden hätte mir wohl mehr gegeben? K. Es hätte Ihnen einer so viel als der andere gegeben.

L. Wenn ich also statt $2\frac{3}{4}$ Pfund oder Ellen spräche: $\frac{11}{4}$ Pfund oder Ellen, hätte ich da ein von dem erstern verschiedenes Gewicht oder Maß angegeben? K. Nein.

L. Freylich nicht. Gewicht und Maß wäre dasselbe, nur der Ausdruck wäre verschieden. Merkt bey dieser Gelegenheit ja recht wohl, daß man ein und das nämliche Maß und Gewicht mit verschiednen Ausdrücken anzeigen kann. — Schreibe jetzt eins von euch $2\frac{3}{4}$ und daneben $\frac{11}{4}$ an die Tafel. — Gut! Wißt ihr noch, wie man eine Zahl, welche Ganze anzeigt und an welcher noch ein ächter Bruch hängt, nennt? K. Eine gemischte Zahl.

L. Ist dergleichen jetzt an unserer Tafel bemerkt? K. Ja, $2\frac{3}{4}$ ist eine solche.

L. Und unter welche Art von Brüchen gehört dieser Bruch hier ($\frac{11}{4}$)? K. Unter die unächten.

L. Was machten wir denn sonach aus der gemischten Zahl $2\frac{3}{4}$, wenn wir sie in $\frac{11}{4}$ zusammenzögen oder verwandelten? K. Einen unächten Bruch.

L. Sollte es wohl angehen, daß wir eine gemischte Zahl in einen einzigen unächten Bruch zusammenzögen? K. Allerdings.

Woher wißt ihr dieses? K. Weil wir schon $2\frac{3}{4}$ in einen unächten Bruch verwandelt haben.

L. Recht! Könnt ihr denn wohl $4\frac{2}{3}$ auch in einen unächten Bruch verwandeln!? K. Ja.

L. Wie hieße denn dieser Bruch? K. $\frac{14}{3}$.

L. Das ist recht! Gebt Acht, ich will jetzt die nämliche gemischte Zahl an der Tafel durch Hülfe der Ziffern in einen unächten Bruch verwandeln. Der aufmerksamste von euch soll mir nachher mein Verfahren beschreiben. Hier steht also: $4\frac{2}{3}$ und ich nehme den Nenner des angehängten Bruches und spreche: 3 Mahl 4 ist 12, hiezu der Zähler 2 addirt giebt 14, darunter den Nenner des angehängten Bruches gesetzt, giebt $\frac{14}{3}$. Nun sagt, was für eine Rechnungsart ich jetzt zuerst angewendet habe.

K. Die Multiplication.

L. Welche Zahl habe ich denn multiplicirt? K. Die Zahl 4.

L. Also die Zahl der Ganzen. Womit habe ich denn diese Zahl multiplicirt? K. Mit dem Nenner des angehängten Bruches.

L. Was habe ich alsdann gethan? K. Sie haben zu dem gefundenen Product den Zähler addirt und unter die Summe den Nenner wieder gesetzt.

L. Gut! Nun thut, was ich euch heiße. Schreibt $5\frac{3}{4}$ auf eure Tafeln. — Multiplicirt die Zahl der Ganzen mit dem Nenner des angehängten Bruches. — Addirt zu dem gefundenen Product den Zähler des angehängten Bruches. — Setzt

unter die Summe den Nenner. Wie heißt der jetzt gefundene unächte Bruch? K. $2\frac{3}{4}$.

L. Jetzt sagt mir, wie ihr diesen Bruch gefunden habt. K. Wir haben die Zahl der Ganzen ꝛc.*).

L. Auf diese Weise verfahrt ihr alle Mahl, wenn ihr eine gemischte Zahl in einen einzigen unächten Bruch verwandeln, oder — wohl aufgemerkt. — eine gemischte Zahl einrichten sollt. Wer hat den letzten Ausdruck gemerkt? K. Eine gemischte Zahl einrichten.

L. Und was meynt ihr, daß dieser Ausdruck sagen will? K. Eine gemischte Zahl in einen unächten Bruch verwandeln.

L. Gut! Nun richtet geschwind folgende gemischte Zahlen ein: $55\frac{5}{8}$, $248\frac{1}{4}$, $93\frac{4}{7}$, $72\frac{5}{12}$, $9\frac{8}{17}$, $63\frac{4}{11}$, $4\frac{4}{5}$ ꝛc. K. (thun dieses.)

L. Was für Theile bekommen wir wohl, wenn wir z. B. 4 Ganze so eintheilen, daß die Anzahl der gleichen Theile 5 Mahl größer wird, als die Zahl der Ganzen war? K. Fünftel.

L. Was für Theile müssen wir also in dem letzten Bruch ($4\frac{4}{5}$) bekommen haben, als wir sprachen: 5 Mahl 4 ist 20? K. Fünftel.

L. Neben diesen 20 Fünfteln, welche die 4 Ganzen enthielten, hatten wir noch 4 Fünftel, zusammen also —? K. Vier und zwanzig Fünftel.

*) Es ist überaus nützlich, wenn man die Rechenschüler die vorgenommenen Operationen fleißig beschreiben läßt. Denn dadurch wird Ordnung im Denken, Fertigkeit, sich bestimmt auszudrücken, und ein schärferes Auffassen der Rechnungsregeln bewirkt.

L. Indem wir also hier sprachen: 4 Mahl 5 ist 20 und dazu der Zähler 4 ist 24, war es eben so viel, als wenn wir gesagt hätten: vier Ganze geben 4 Mahl 5 Fünftel, oder 5 Mahl mehr Fünftel als ihre (der Ganzen) Zahl beträgt, und dazu noch 4 Fünftel macht 24 Fünftel. Nun sprecht einmahl so, wenn ihr folgende Brüche ($3\frac{5}{8}$, $7\frac{2}{3}$ rc.) einrichtet. K. Drey Ganze geben 3 Mahl 8 Achtel, oder 8 Mahl mehr Achtel als ihre Zahl beträgt; und dazu noch 5 Achtel macht 29 Achtel rc.

L. Nun wollen wir auch versuchen, gemischte Zahlen im Kopfe einzurichten.

Man lasse die Kinder folgende und andere dergleichen gemischte Zahlen im Kopfe einrichten: 2 2/3, 2 2/4, 3 4/5, 4 2/7, 5 7/8, 3 5/6, 6 3/5, 4 5/12, 3 7/12, 8 4/9, 7 5/6, 12 2/3, 25 1/2, 35 1/2, 80 1/3.

Anwendung des Gelernten.

$6\frac{2}{3}$ Gulden sollen unter Arme so vertheilt werden, daß jeder $\frac{1}{3}$ Gulden bekommt: wie viel Arme können von der genannten Summe etwas erhalten? — Dergleichen Fragen, welche die Lehrer leicht selbst aus den vorhergehenden Uibungsaufgaben machen können, werden hier mehrere gethan.

---

k) Unächte Brüche werden in ganze oder in vermischte Zahlen verwandelt.

L. Wie viel Halbe braucht man denn zu einem Ganzen? K. Zwey.

L. Wie

L. Wie oft ist denn 2 in 6 enthalten? K. Drey Mahl.

L. Wie viel Ganze werde ich also aus 6 Halben bekommen? K. Drey.

L. Warum gerade drey? K. Weil zu einem Ganzen 2 Halbe gehören und 2 in 6 gerade drey Mahl enthalten ist.

L. Durch welche Rechnungsart findet man denn, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist? K. Durch die Division.

L. Welche Rechnungsart wird man also anwenden müssen, um zu erfahren, wie viel Ganze man aus 317 Halben machen kann? K. Die Division.

L. Hier steht der unächte Bruch $\frac{317}{2}$. Um zu erfahren, wie viel dieß Ganze sind, müssen wir also dividiren. Welche Zahl muß denn aber der Dividendus werden? K. 317.

L. Und der Divisor? K. Ist 2.

L. Welchen Namen führt denn hier in diesem Bruche die Zahl 317? K. Den Namen Zähler.

L. Und wie heißt hier die Zahl 2? K. Nenner.

L. Da müssen wir also, wenn wir diesen unächten Bruch in Ganze verwandeln wollen, den Zähler dividiren — wodurch? K. Durch den Nenner.

L. Gut! Sagt mir geschwind noch Ein Mahl, was wir hier thun müssen, wenn wir diesen unächten Bruch in Ganze verwandeln wollen? K. Wir müssen seinen Zähler durch seinen Nenner dividiren.

L. Richtig! Dieß ist aber nicht allein hier bey diesem, sondern bey jedem unächten Bruche der Fall.

Immer können wir einen solchen in ganze oder eine vermischte Zahl verwandeln, wenn wir seinen Zähler mit seinem Renner dividiren. Ich will sehen, ob ihr von dieser Regel Anwendung machen könnt. Verwandelt diese Brüche: $\frac{88}{2}$; $\frac{90}{2}$; $\frac{67}{2}$; $\frac{85}{2}$; $\frac{519}{2}$; $\frac{12}{3}$; $\frac{15}{3}$; $\frac{64}{3}$; $\frac{77}{3}$; $\frac{95}{3}$; $\frac{416}{3}$; $\frac{20}{4}$; $\frac{30}{4}$; $\frac{35}{4}$; $\frac{209}{4}$; $\frac{25}{5}$; $\frac{88}{5}$; $\frac{106}{5}$ ꝛc. in ganze oder vermischte Zahlen. K. (thun dieß).

L. Da wir neulich schon von jeder Zahl, von 1 bis 100, die Hälfte, das Drittel, das Viertel ꝛc. finden gelernt haben: so könnt ihr auch schon im Kopfe ausrechnen, wie viel Ganze wir aus jeder zwischen 1 und 100 liegenden Zahl von Halben, Dritteln, Vierteln ꝛc. erhalten. Wir wollen dieß einmahl versuchen. Karl sage mir, wie viel jede dieser Zahlen (anschreibend: 2, 3, 4, 5, 6, 7 8, 9, 10), die lauter Halbe bedeuten, Ganze enthält. K. Zwey Halbe machen 1 Ganzes; 3 Halbe machen $1\frac{1}{2}$; 4 Halbe machen 2 Ganze; 5 Halbe machen $2\frac{1}{2}$ u. s. w.

So fahren die Kinder nach und nach fort bis: 100 Halbe machen 50 Ganze. Hierauf verwandeln sie eben so die Drittel, Viertel ꝛc. in Ganze.

1) Welche Veränderung geht mit einem Bruche vor, wenn 1) nur sein Zähler, 2) nur sein Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicirt wird?

L. Wie viel Einheiten begreift die Zahl 3 in sich? (Wie oft ist 1 in 3 enthalten?) K. Drey. (Drey Mahl.)

L. Und wie viel Einheiten hat die Zahl 4? K. Vier.

L. Nun will ich sehen, wer folgenden Ausdruck verstehen und also thun kann, was ich ihn heiße. Klopfet so viel Mahl auf den Tisch, als die Zahl drey — Einheiten enthält. K. (klopfen wahrscheinlich 3 Mahl.)

L. Das war recht! Mit welchen andern Worten hatte ich euch den erst ertheilten Befehl bekannt machen können? K. Sie hätten sagen können: Klopfet drey Mahl ꝛc.

L. Richtig! Nun gehe einer von euch so viel Mahl über die Stube, als die Zahl vier — Einheiten enthält. K. (geht 4 Mahl auf und ab.)

L. Nun mache mir Jemand von euch diese Zahl hier (8) so viel Mahl größer, als die Zahl 5 — Einheiten enthält. K. schreiben an: 40.)

L. Ganz recht! (Ein Stück von dem Stabe Nro. 4. hinlegend.) Jetzt mache mir einer diesen Bruch hier so viel Mahl größer, als die Zahl 3 — Einheiten in sich faßt. K. (legt noch 2 Viertel hinzu).

L. Recht! Ihr habt jetzt einen gegebenen Bruch ($\frac{1}{4}$) so viele Mahl größer gemacht, als die Zahl drey — Einheiten hat. Nun macht diesen Bruch hier ($\frac{3}{8}$ hinlegend) soviel Mahl größer, als diese Zahl (2 anschreibend) Einheiten in sich begreift. K. (legen noch $\frac{3}{8}$ dazu, daß es $\frac{6}{8}$ werden).

L. Wer kann mir jetzt mit den Worten, die ich vorhin gebraucht habe, als ich sagte, was ihr gethan habt, angeben, was ihr jetzt gethan habt? K. Wir haben einen gegebenen Bruch so viel Mahl größer gemacht, als die Zahl zwey — Einheiten in sich begreift.

L. Nun wollen wir das, was ihr jetzt durch Hülfe dieser Stäbe gethan habt, auch vermittelst der Ziffern thun. Hier schreibe ich $\frac{1}{4}$ her, und du, Fritz, schreibe neben diesen gegebenen Bruch einen andern, welcher $\frac{1}{4}$ so viel Mahl an Größe übertrifft, als die Zahl 3 — Einheiten hat. K. (schreibt $\frac{3}{4}$ hin.)

L. Recht! $\frac{3}{4}$ ist 3 Mahl größer als $\frac{1}{4}$. Nun sagt mir, mit welcher Zahl man nur den Zähler dieses Bruches (auf $\frac{1}{4}$ zeigend) multipliciren dürfte, um die Zahl 3 zum Product zu erhalten. K. Mit 3.

L. Allerdings, denn 3 Mahl 1 ist 3. Nunmehr glaube ich, könnt ihr mir sagen, durch welche Rechnungsart man den Bruch $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ verwandeln kann. K, Durch Multiplication.

L. Welche Zahl des gegebenen Bruchs muß aber multiplicirt werden, und welche muß unverändert blei-

bleiben? K. Der Zähler muß multiplicirt werden, der Nenner aber unverändert bleiben.

L. Mit welcher Zahl muß hier in unserm Beyspiele der Zähler des gegebenen Bruches multiplicirt werden? K. Mit 3.

L. Gut! Jetzt gebe ich den Bruch $\frac{3}{8}$ mit dem Auftrage, ihn so viel Mahl größer zu machen, als die Zahl 2 — Einheiten enthält. Könnt ihr wohl dieses thun? K. Ja wohl!

L. Wie wollt ihr es denn anfangen? K. Wir multipliciren den Zähler des gegebenen Bruches mit 2 und lassen seinen Nenner unverändert.

L. Thut dieses. K. (schreiben $\frac{6}{8}$.)

L. Wie viel Mahl ist $\frac{6}{8}$ größer als $\frac{3}{8}$? K. Zwey Mahl.

L. Also gerade so viel Mahl größer, als die Zahl 2 Einheiten in sich faßt. Jetzt will ich den Zähler dieses Bruches $\frac{3}{5}$ mit 4 multipliciren und seinen Nenner unverändert lassen. — So! Nun habe ich $\frac{12}{5}$. In denn $\frac{3}{5}$ jetzt auch so viel Mahl größer geworden, als die Zahl 4 Einheiten hat? K. Freylich, 12 ist ja 4 Mahl mehr als 3.

L. Nunmehr, denke ich, werdet ihr mir sagen können, was mit einem Bruche für eine Veränderung vorgeht, wenn man seinen Zähler mit einer ganzen Zahl (also nicht mit einem Bruche) multiplicirt, und seinen Nenner unverändert läßt. K. Er wird dann so viel Mahl größer, als die Zahl, womit man seinen Zähler multiplicirt hat, Einheiten enthält.

L. Ganz recht! Wer kann jetzt den Inhalt meiner vorhergehenden Frage und eure darauf gegebene Antwort in einen Satz, den wir an die Tafel schreiben können, zusammen fassen? K. Wenn man den Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl multiplicirt und seinen Renner unverändert läßt, so wird der Bruch dadurch so viel Mahl größer, als die Zahl, womit man multiplicirt hat, Einheiten enthält.

L. Das ist recht! Nunmehr habt ihr ein Mittel, jeden gegebenen Bruch so viel Mahl größer zu machen, als ihr wollt. Jetzt will ich euch nur noch zeigen, wie man nach diesem Grundsatz zu rechnende Exempel ansetzt, und wohin man das gefundene Product schreibt. Wenn man z. B. $\frac{2}{15}$ sieben Mahl nehmen oder so viel Mahl größer machen soll, so setzt man die Ziffern so: $\frac{2}{15} \times 7$. Das liegende Kreuz zwischen der 2 und 7 ist das Multiplicationszeichen. Das Ganze wird gelesen: 2 soll mit 7 multiplicirt werden. Das Product wird nebst 2 Querstrichen etwas weiter gegen die Rechte geschrieben, so daß das ausgerechnete Exempel also aussieht:

$$\frac{2}{15} \times 7 = \frac{14}{15}.$$

Die 2 Querstriche sind das Zeichen der Gleichheit, und werden gelesen: äqual, welches ein lateinisches Wort ist, und zu deutsch gleich heißt. Das ganze Exempel, welches hier steht, wird also gelesen: Wenn der Zähler 2 in $\frac{2}{15}$ mit 7 multiplicirt wird, so ist der gefundene Bruch gleich $\frac{14}{15}$.

Oder:

Oder: $\frac{2}{15}$ 7 Mahl genommen giebt $\frac{14}{15}$. — Nun werdet ihr auch das folgende Exempel lesen können $\frac{3}{7} \times 5 = 1\frac{5}{7}$. K. $\frac{3}{7}$ multiplicirt mit 5 ist gleich (áqual) $1\frac{5}{7}$.

Zur Uibung lasse man viele Exempel, wie hier einige folgen, theils im Kopfe, theils auf dem Schiefer ausrechnen.

Wie viel beträgt $\frac{3}{4}$ sechs Mahl genommen?
Antw. $1\frac{8}{4} = 4\frac{1}{2}$. *)

— — — $\frac{2}{3}$ fünf Mahl genommen?
Antw. $1\frac{0}{3} = 3\frac{1}{3}$.

— — — $\frac{3}{5}$ vier Mahl genommen?
Antw. $1\frac{2}{5} = 2\frac{2}{5}$.

— — — $\frac{5}{6}$ drey Mahl genommen?
Antw $1\frac{5}{6} = 2\frac{1}{2}$.

— — — $\frac{4}{7}$ acht Mahl genommen?
Antw. $3\frac{2}{7} = 4\frac{4}{7}$.

— — — $\frac{5}{8}$ neun Mahl genommen?
Antw. $4\frac{5}{8} = 5\frac{5}{8}$.

— — — $\frac{7}{9}$ eilf Mahl genommen?
Antw. $7\frac{7}{9} = 8\frac{5}{7}$.

— — — $\frac{13}{15}$ zwölf Mahl genommen?
Antw. $1\frac{56}{15} = 10\frac{6}{15}$ **).

— — — $\frac{27}{30}$ vier u. zwanzig Mahl genommen?
Antw. $6\frac{48}{30} = 21\frac{18}{30}$.

Wie

*) Die gefundenen unächten Brüche lasse man gleich in Ganze verwandeln.

**) Ich habe hier 6/15 nicht aufgehoben, weil die Kinder von dieser Operation noch nichts wissen. Demungeachtet habe ich im ersten und dritten Beyspiele 2/4 und 3/6 mit 1/2 vertauscht, weil dieses die Kinder jetzt schon thun können.

Wie viel beträgt $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$ dreyzehn Mahl genommen?

Antw. $\frac{4}{4}\frac{5}{8} = 9\frac{2}{4}\frac{3}{8}$.

— — — $\frac{7}{15}\frac{2}{5}$ acht u. dreyßig Mahl genommen?

Antw. $\frac{2}{4}\frac{7}{15}\frac{3}{5}\frac{6}{5} = 7\frac{10}{15}\frac{1}{5}$.

Anwendung des Gelernten.

L. Nunmehr, meine Kinder, seyd ihr schon im Stande, Exempel im Kopfe auszurechnen, welche viele hundert tausend Kinder eures Alters, ja viele erwachsene Leute, die doch rechnen gelernt haben, nicht (im Kopfe) ausrechnen können. Gebt nur recht Achtung, ich denke, ihr werdet mir meine vorgelegten Fragen rasch weg beantworten. Wie oft muß ich denn $\frac{3}{4}$ ℔ Fleisch hingeben, wenn ich von 2 Armen jedem $\frac{3}{4}$ ℔ geben will? K. Zwey Mahl.

L. Wie viel Viertel macht dieses zusammen? K. 6.

L. $\frac{6}{4}$ ist ein unächter Bruch, verwandelt ihn in eine vermischte Zahl. K. Das macht $1\frac{1}{2}$.

L. Gut! Wie viel ℔ Fleisch braucht ein Wirth, welcher 13 Soldaten speisen und jedem $\frac{3}{4}$ ℔ Fleisch vorsetzen muß? K. (denkt bey sich: 13 Mahl $\frac{3}{4}$ und spricht) $\frac{3}{4}\frac{9}{4}$ oder $9\frac{3}{4}$ ℔.

L. Wie viel ℔ Brod braucht eine Hausmutter, wenn sie von 8 Schnittern jedem $\frac{3}{4}$ ℔ aufs Feld schickt? K. $\frac{2}{4}\frac{4}{4}$ oder 6 ℔.

L. Wie viel Käs verzehrt ein Mann mit seiner Frau in 11 Tagen, wenn sie beyde täglich $\frac{2}{3}$ ℔ essen? K. $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$ oder $7\frac{1}{3}$ ℔.

L. Wie

L. Wie viel Baumwolle spinnen 24 Kinder in einem Tage, wenn jedes in dieser Zeit $\frac{2}{5}$ ℔ spinnt?
K. $\frac{48}{5}$ oder $9\frac{3}{5}$ ℔.

L. Wie viel ℔ Schmalz braucht eine Hausmutter in 12 Tagen, wenn sie täglich $\frac{2}{5}$ ℔ nöthig hat?
K. $\frac{24}{5}$ oder $4\frac{4}{5}$ ℔.

L. Wie viel Geld muß ich für 7 Gänse geben, wenn jede $\frac{4}{5}$ fl. kostet? K. $\frac{28}{5}$ oder $5\frac{3}{5}$ fl.

L. Was kosten 18 Ellen Leinwand, wenn jede $\frac{2}{5}$ fl. kostet? K. $\frac{36}{5}$ oder $7\frac{1}{5}$ fl.

L. Wie viel Centner Heu braucht ein Wirth in 8 Tagen, wenn er täglich $\frac{5}{6}$ Centner verfüttert?
K. $\frac{40}{6}$ oder $6\frac{4}{6}$ Cent.

L. Wie viel Brantwein trinkt ein Brantweinsäufer in 18 Tagen, wenn er täglich $\frac{3}{8}$ Maß von diesem Getränke zu sich nimmt? K. $\frac{54}{8}$ oder $6\frac{6}{8}$ Maß.

L. Wie viel kosten 5 Bratwürste, wenn jede $\frac{11}{12}$ Groschen kostet? K. $\frac{55}{12}$ oder $4\frac{7}{12}$ Groschen.

L. Wie viel ℔ Reiß braucht man in 12 Tagen, wenn täglich $\frac{8}{9}$ ℔ verzehrt werden? K. $\frac{96}{9}$ oder $10\frac{6}{9}$ ℔.

L. Wie viel verdient ein Mann in 6 Tagen (einer Woche), wenn er täglich $\frac{11}{12}$ Gulden verdient?
K. $\frac{66}{12}$ oder $5\frac{1}{2}$ Gulden.

Diese und ähnliche Uibungen werden fleißig wiederhohlt.

L. Jetzt will ich sehen, wer so geschickt ist, alles, was ich jetzt befehlen werde, pünktlich zu thun. Schreibet an die Tafel $\frac{3}{4}$ und machet dadurch ei-

nen

nen neuen Bruch aus diesem gegebenen, daß ihr seinen Nenner mit 2 multiplicirt, den Zähler aber unverändert laßt. K. (werden ohne Anstand schreiben: $\frac{3}{8}$).

L. Getroffen! Nun sagt mir doch, wie sich $\frac{3}{8}$ zu $\frac{3}{4}$ verhält. K. $\frac{3}{8}$ ist 2 Mahl kleiner als $\frac{3}{4}$.

L. Also gerade so viel Mahl kleiner als die Zahl, womit wir jetzt multiplicirt haben, Einheiten enthält. — Jetzt multiplicirt den Nenner dieses Bruches ($\frac{2}{3}$ anschreibend) mit 3, laßt seinen Zähler unverändert und sagt mir, welchen Bruch ihr dadurch bekommen habt. K. $\frac{2}{9}$.

L. Wie muß sich $\frac{2}{9}$ zu $\frac{2}{3}$ verhalten? K. $\frac{2}{9}$ muß 3 Mahl kleiner als $\frac{2}{3}$ seyn.

L. Woraus schließt ihr dieses? K. Weil 9 3 Mahl größer als 3 ist.

L. Ihr habt also jetzt nach einem gewissen Satze, den wir neulich gefunden haben, geurtheilt: wie lautet dieser Satz? K. Zwey Brüche, die einerley Zähler haben, verhalten sich umgekehrt zu einander wie ihre Nenner.

L. Gut gemerkt! Nun wollen wir auch sehen, ob dieß in dem vorliegenden Falle an unsern Stäben zutrifft. Hier sind $\frac{2}{3}$ und hier $\frac{2}{9}$, meßt und sagt mir dann eure Meynung. K. (nach der Untersuchung.) Es trifft wirklich zu.

L. Also ist $\frac{2}{9}$ gerade so viel Mahl kleiner als $\frac{2}{3}$, als die Zahl, womit wir den Nenner des gegebenen Bruches multiplicirt haben, Einheiten in sich begreift. Multiplicirt jetzt den Nenner dieses Bruches ($\frac{3}{4}$) mit 4, laßt seinen Zähler unverändert, und

sagt

sagt mir, welchen Bruch ihr dadurch bekommen habt.

K. $\frac{3}{1\,6}$.

L. Wie viel Mahl muß $_1\frac{3}{6}$ kleiner als $\frac{3}{4}$ seyn?

K. Vier Mahl.

L. Also gerade auch so viel Mahl als die Zahl, womit ihr multiplicirt habt, Einheiten enthält. — Nunmehr sollte ich fast glauben, daß ihr schon im Stande seyd, mir zu sagen, welche Veränderung mit einem Bruche vorgeht, wenn ich seinen Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicire und seinen Zähler unverändert lasse. K. Denn wird der Bruch so viel Mahl kleiner als die Zahl, womit man seinen Nenner multiplicirt hat, Einheiten enthält.

L. Faßt jetzt wieder diese eure Antwort und den letzten Theil meiner vorhin ausgesprochenen Worte zusammen, und bildet daraus einen vollständigen Satz, den wir anschreiben können. K. Wenn man den Nenner eines Bruches mit einer ganzen Zahl multiplicirt, den Zähler aber unverändert läßt; so wird dadurch der Bruch so viel Mahl kleiner als die Zahl, womit man multiplicirt, Einheiten in sich hält.

L. Gut! Sollte mir jetzt wohl auch eins von euch folgenden Satz mit den gehörigen Zeichen, ich meyne mit dem Multiplications- und Gleichheitszeichen, anschreiben können: Wenn man von dem Bruche $\frac{2}{5}$ den Nenner mit 5 multiplicirt, so ist der dadurch entstandene Bruch gleich (äqual) $_2\frac{2}{5}$. K. (schreiben ohne Zweifel: $\frac{2}{5} \times 5 = {}_2\frac{2}{5}$).

L. So

L. So ist es recht! Jetzt rechnet mir geschwinde folgende Exempel an der Tafel aus, und schreibt sie alle so, wie ihr erst gethan habt.

Was kommt heraus, wenn der Nenner von $\frac{5}{6}$ mit 4 multiplicirt wird? K. $\frac{5}{6} \times 4 = 2\frac{5}{4}$.

Was kommt heraus, wenn der Nenner von $\frac{3}{7}$ mit 8 multiplicirt wird? K. $\frac{3}{7} \times 8 = \frac{3}{56}$.

Was kommt heraus, wenn der Nenner von $\frac{5}{8}$ mit 12 multiplicirt wird? K. $\frac{5}{8} \times 12 = \frac{5}{96}$.

Was kommt heraus, wenn der Nenner von $\frac{7}{9}$ mit 11 multiplicirt wird?

Was kommt heraus, wenn der Nenner von $\frac{8}{13}$ mit 5 multiplicirt wird? U. s. w.

L. Wie viel Mahl ist denn dieß Stück ($\frac{1}{4}$ vom Stabe Nro. 4.) kleiner als der ganze Stab? K. Vier Mahl.

L. Und wie viel Mahl ist dieses Stück ($\frac{1}{6}$ von Nro. 6.) kleiner als der ganze Stab? K. Sechs Mahl.

L. Hieraus seht ihr, daß es einerley ist, ob ich sage: dieß ist ein Sechstel, Siebentel von dem ganzen Stabe, oder: dieß Stück ist sechs sieben Mahl kleiner als der ganze Stab. Wie viel Mahl ist denn dieses Stück da ($\frac{1}{12}$ von Nro. 12.) kleiner als dieses hier ($\frac{1}{4}$ von Nro. 4.)? K. (nach der Untersuchung.) Drey Mahl.

L. Was könnt ihr jetzt statt des Ausdrucks: $\frac{1}{12}$ ist drey Mahl kleiner als $\frac{1}{4}$, für einen andern gebrauchen? K. $\frac{1}{12}$ ist $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{4}$.

L. Gut!

L. Gut! Da meßt und seht jetzt auch, wie viel Mahl die $\frac{3}{15}$ da kleiner sind als diese $\frac{3}{5}$. K. (nach der Untersuchund). Drey Mahl.

L. Welchen andern Ausdruck können wir gebrauchen statt dieses: $\frac{3}{15}$ ist 3 Mahl kleiner als $\frac{3}{5}$? K. $\frac{3}{15}$ ist der dritte Theil von $\frac{3}{5}$.

L. Ganz recht! Nunmehr, da ihr jeden Bruch so viel Mahl kleiner machen könnt als ihr wollt, könnt ihr mir auch von jedem Bruche die Hälfte, das Drittel, Viertel, oder den wie vielsten Theil ich sonst will, ohne Mühe angeben. Denn es ist, wie ihr jetzt wißt, einerley, ob ich z. B. sage: macht mir den Bruch $\frac{2}{3}$ fünf Mahl kleiner, oder ob ich sage: gebt mir den fünften Theil von $\frac{2}{3}$ an. Ich will jetzt sehen, wer mir auf folgende Fragen am raschesten wird antworten können. Wie groß ist der Bruch, der 2 Mahl kleiner als $\frac{1}{4}$, d. h. der die Hälfte von $\frac{1}{4}$ ist? K. $\frac{1}{8}$.

L. Nehmt $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{4}$ von diesen beyden (Nro. 4. und 8.) Stäben und seht, ob eure Antwort richtig war. K. (nach der Untersuchung). Sie war richtig. Denn $\frac{1}{8}$ ist in $\frac{1}{4}$ zwey Mahl enthalten.

L. Wie viel beträgt denn die Hälfte von $\frac{1}{3}$? K. $\frac{1}{6}$.

L. Prüft auch diese eure Antwort durch Hülfe unserer Stäbe, und seht, ob wirklich $\frac{1}{6}$ zwey Mahl in $\frac{1}{3}$ enthalten ist. K. (nach der Untersuchung). Ja, es ist wirklich so.

L. Nunmehr werdet ihr überzeugt seyn, daß euer Verfahren, immer die Hälfte von einem gegebenen Bruche zu finden, richtig sey. Jetzt will ich

hier eine Reihe Brüche anschreiben und sehen, wer mir von jedem die Hälfte angeben kann. Ihr nennt nämlich einen Bruch nach dem andern, und setzt dazu, wie viel seine Hälfte beträgt.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \frac{1}{14}, \frac{1}{15}, \frac{1}{16}$.

K. Von $\frac{1}{2}$ ist die Hälfte $\frac{1}{4}$; von $\frac{1}{3}$ ist die Hälfte $\frac{1}{6}$; von $\frac{1}{4}$ ist die Hälfte $\frac{1}{8}$ u. s. w.

L. Jetzt lösche ich diese Reihe von Brüchen weg, um zu sehen, wer mir das, was wir jetzt zum Theile von der Tafel abgelesen, zum Theile aus dem Kopfe gesagt haben, ganz aus dem Kopfe wird sagen können. K. (sagen auswendig her: die Hälfte von $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{4}$, die Hälfte von $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{6}$, die Hälfte von $\frac{1}{4}$ ist $\frac{1}{8}$ ꝛc.)

Die Kinder werden jetzt eine Zeitlang geübt, von jedem gegebenen Bruche sogleich die Hälfte, das Drittel, Viertel ꝛc. theils im Kopfe, theils (wenn die Nenner groß sind) durch Rechnen auf der Tafel zu finden. Ich für meine Person lasse dieses nicht allein dadurch thun, daß meine Schüler den Nenner eines gegebenen Bruches mit 2, 3, 4 ꝛc. multiplicieren; sondern ich nehme auch Tab. II. und wo diese nicht mehr zureicht, Linien, die ich auf die schwarze Tafel ziehe, zu Hülfe. Beispiele: L. (ein Stöckchen auf die Mitte des 4ten Streifens setzend). In wie viel gleiche Theile ist dieser Streifen durch diesen kleinen Querstrich getheilt? K. In 2. L. Also heißt jeder Theil —? K. Hälfte. L. In wie viel gleiche Theile ist denn jede dieser Hälften wieder getheilt? K. In zwey. L. Wie viel gleiche Theile sind sonach aus dem Ganzen gemacht? K. Vier. L. Wie heißt jeder solcher Theil? K. Viertel. L. Die Hälfte von einem Halben ist dem-

demnach —? K. Ein Viertel vom Ganzen. L. Wie kannst du dieß leicht finden? K. Wenn ich bey mir denke: Wenn ich die 2 Hälften jede in 2 gleiche Theile zertheile, so bekomme ich 2 Mahl 2, also 4 Theile; und da die Theile einander gleich sind, so sind es Viertel. L. (ein Stöckchen auf die Mitte des 6ten Streifens Tab. II. setzend). In wie viel gleiche Theile ist denn dieser Streifen durch diesen kleinen Querstrich getheilt? K. In 2. L. Wie viel gleiche Theile sind aber aus jeder dieser Hälften durch Querstriche (zeigend) wieder gemacht? K. Drey. L. Da ist also jede dieser Hälften in Drittel getheilt. Der wie vielste Theil vom Ganzen ist aber 1/3 von 1/2? K. Der 6te. L. Wie kann ich daher 1/3 von 1/2 sonst noch nennen? K. Ein Sechstel vom Ganzen. L. (ein Stöckchen auf die Mitte des 8ten Streifens setzend). In wie viel gleiche Theile ist denn dieser Streifen durch diesen Querstrich hier getheilt? K. Auch in 2. L. Aber in wie viel gleiche Theile ist jede dieser Hälften wieder getheilt? K. In 4. L. Da haben wir also vier Viertel von Hälften. Der wie vielste Theil vom Ganzen ist aber 1/4 von 1/2? K. Der 8te. L. Wie können wir daher 1/4 von 1/2 noch nennen? K. 1/8 von dem Ganzen. — So geht es fort, bis die Kinder an dem letzten Streifen gesehen haben, daß 1/8 von 1/2 ein Sechzehntel von dem Ganzen ist. Auf gleiche Weise lernen die Kinder die Hälfte, das Drittel, das Viertel, das Fünftel von 1/3, 1/4, 1/5 ꝛc. finden. — — — L., (welcher an die Tafel geschrieben hat: 3/4, 3/5, 3/6, 3/7, 3/8, 3/10, 3/11). Wer giebt mir jetzt von jedem dieser Brüche sogleich die Hälfte an? K., (welches in Gedanken die Nenner mit 2 multiplicirt). Die Hälfte von 3/4 ist 3/8; die Hälfte von 3/5 ist 3/10; die Hälfte von 3/7 ist 3/14 ꝛc.

L. Wer giebt mir aber jetzt sogleich das Viertel von jedem dieser Brüche an? K. Das Viertel von 3/4 ist 3/16; das Viertel von 3/5 ist 3/20 ꝛc. L. Nun sucht mir auch noch das 5tel. dann das 6tel von jedem dieser Brüche. K. (thun dieß). L. (welcher angeschrieben hat: 4/5, 4/7, 4/9, 4/11, 4/3 ꝛc.) Wer giebt mir geschwind das Drittel (5tel, 6tel ꝛc.) von jedem dieser Brüche an? K. (geben die verlangten Theile an.)

Wie weit jeder Lehrer diese Uibungen fortsetzen will, hängt von ihm ab.

Anwendung des Gelernten.

L. $\frac{3}{4}$ Centner Zwetschen sollen in 5 gleiche Theile getheilt werden: wie viel kommt auf jeden Theil? Von $\frac{2}{3}$ Eymer Wein soll ich den neunten Theil bekommen: wie viel bekomme ich? Wie viel kommt auf jeden Theil, wenn $\frac{5}{8}$ ℔ Safran in 6 gleiche Theile getheilt werden? Wie viel bekommt der Arme, welcher das Viertel von $\frac{5}{8}$ Centner Reiß erhält? Wie viel kommt auf jeden von 12 Menschen, die sich in $\frac{7}{8}$ Eymer Bier so theilen sollen, daß einer so viel als der andere erhält? Eine Bäuerin will $30\frac{2}{3}$ Ellen Leinwand in gleichen Theilen unter 3 Töchter vertheilen: wie viel bekommt jede? K. (denkt hierbey sich: das Drittel von 30 ist 10; das Drittel von $\frac{2}{3}$ ist $\frac{2}{9}$ und antwortet:) $10\frac{2}{9}$ Ellen.

L. Ein Vater will einem seiner Söhne von $45\frac{5}{8}$ Thlr. den dritten Theil schenken: wie viel schenkt er also weg? K. (denkt hier bey sich: das Drittel von 45 ist 15, das Drittel von $\frac{5}{8}$ ist $\frac{5}{24}$ und antwortet:) $15\frac{5}{24}$ Thlr.

L. Un-

L. Unter 8 Arme sollen $32\frac{3}{5}$ ℔ Brod in gleichen Theilen vertheilt werden: wie viel kommt auf jeden? K. $4\frac{3}{40}$ ℔.

L. Von $12\frac{7}{12}$ Gulden soll ich den dritten Theil ausgeben: wie viel muß ich ausgeben? K. $4\frac{7}{36}$ Fl.

In der Auflösung solcher Aufgaben werden die Kinder hier fleißig geübt.

---

m) Welche Veränderung geht mit einem Bruche vor, wenn 1) nur sein Zähler, 2) nur sein Nenner mit einer ganzen Zahl dividirt wird?

L. Wer kann mir wohl einen neuen Bruch dadurch finden, daß er von diesem hier ($\frac{8}{15}$ anschreibend) den Zähler halbirt oder mit 2 dividirt und den Nenner unverändert läßt? K. (findet ohne Zweifel $\frac{4}{15}$).

L. Da habt ihr allerdings auf die von mir angegebene Weise einen neuen Bruch gefunden. Wer kann mir aber auch sagen, auf welche Art dieser entstanden oder gefunden worden ist? K. Er ist dadurch entstanden, daß wir den Zähler des Bruches $\frac{8}{15}$ mit 2 dividirten und den Nenner unverändert ließen.

L. Recht! Sagt mir jetzt auch, wie sich der neugefundene zu dem gegebenen Bruch verhält. K. Der gefundene ist halb so groß (2 Mahl kleiner) als der gegebene.

L. Also gerade so viel Mahl kleiner als die Zahl, womit dividirt worden ist, Einheiten enthält. Nun sagt mir, welcher Bruch entsteht, wenn wir von $\frac{2}{2}$ den Zähler mit 3 dividiren und den Nenner unverändert lassen. K. Da entsteht der Bruch $\frac{3}{2}$.

L. Könnt ihr mir auch sagen, wie dieser Bruch $\frac{3}{2}$ entstanden ist? K. Er ist dadurch entstanden, daß wir von $\frac{2}{2}$ den Zähler mit 3 dividirten ꝛc.

L. Wißt ihr aber auch, in welchem Verhältnisse der gefundene zu dem gegebenen Bruche steht? K. Der gefundene ist 3 Mahl kleiner als der gegebene.

L. Also auch gerade so viel Mahl kleiner, als die Zahl, womit wir dividirt haben, Einheiten enthält. Nun werdet ihr mir gewiß auf folgende Frage richtig antworten können. Welche Veränderung geht mit einem Bruche vor, wenn ich seinen Zähler mit einer ganzen Zahl dividire und seinen Nenner unverändert lasse? K. Er wird dann so viel Mahl kleiner, als die Zahl, womit man dividirt, Einheiten hat.

L. Gut! Macht nun aus dieser eurer Antwort und meiner vorhergehenden Frage einen vollständigen Satz, den wir anschreiben können. K. Wenn man den Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl dividirt, und seinen Nenner unverändert läßt; so wird er so viel Mahl kleiner, als die Zahl, womit man dividirt, Einheiten enthält.

L. Jetzt könnt ihr auf eine doppelte Art einen Bruch so viel Mahl kleiner machen, als man will: wer kann mir diese beyden Arten angeben? K.

Dieß

Dieß kann man thun 1) wenn man seinen Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicirt; und seinen Zähler unverändert läßt; 2) Wenn man seinen Zähler mit einer ganzen Zahl dividirt und seinen Nenner unverändert läßt.

L. Das ist recht! Nur merkt, daß diese letztere Art nur da bequem anzuwenden ist, wo bey der Division kein Rest übrig bleibt. Denn wenn wir z. B. $\frac{7}{8}$ drey Mahl kleiner machen und deßhalb sprechen wollten: 3 in 7 zwey Mahl, so bliebe uns 1 im Reste, und wir müßten sagen: der gefundene Bruch ist: $\frac{2\frac{1}{3}}{8}$ (zwey Achtel und ein Drittelachtel), welche Art von Brüchen, wenigstens jetzt noch, zu schwer für euch ist. Wenn wir hingegen einen Zähler haben, bey dessen Division kein Rest bleibt, so können und wollen wir auch die letztere Art anwenden, weil wir dann kleinere Zahlen bekommen, als bey der erstern Art. Folgende Exempel wollen wir jetzt im Kopfe nach der letztern Art ausrechnen.

Wie viel beträgt die Hälfte von $\frac{4}{7}$? K. $\frac{2}{7}$.
— — — — — — — $\frac{12}{13}$? K. $\frac{6}{3}$.
— — — — — — — $\frac{8}{15}$? K. $\frac{4}{15}$.
— — — — — — — $\frac{10}{19}$? K. $\frac{5}{19}$.

Wie viel beträgt das Drittel von $\frac{2}{16}$?
— — — — — — — $\frac{12}{23}$?
— — — — — — — $\frac{6}{7}$?
— — — — — — — $\frac{15}{17}$?
— — — — — — — $\frac{30}{34}$? u. s. w.

Folgende Exempel rechnet jetzt an der Tafel. Vorher merkt aber, daß das Zeichen der Division zwey über einander stehende Puncte sind, die man zwischen den Dividendus und den Divisor setzt, so daß dieser immer zur Rechten steht. Folgender Ansatz: $\frac{120 : 6}{431}$ wird daher gelesen der Zähler 120 soll mit 6 dividirt werden, sein Nenner aber unverändert bleiben. Der auf diese Weise entstandene neue Bruch wird mit dem Zeichen der Gleichheit (=) etwas weiter rechts gesetzt. Das ganze hier angesetzte Exempel sieht, wenn es ausgerechnet ist, so aus: $\frac{120 : 6}{431} = {}_{4}\frac{2}{3}\frac{0}{1}$ und wird gelesen: wenn der Zähler 120 mit 6 dividirt wird, der Nenner aber unverändert bleibt, so ist dieser gegebene Bruch gleich dem Bruche ${}_{4}\frac{2}{3}\frac{0}{1}$, oder: so kommt ${}_{4}\frac{2}{3}\frac{0}{1}$ heraus. Nun rechnet.

Von ${}_{7}\frac{2}{1}\frac{4}{9}$ sucht mir den vierten Theil.

K. (schreiben: $\frac{324 : 4}{719} = {}_{7}\frac{8}{1}\frac{1}{9}$).

Von ${}_{3}\frac{11}{1}\frac{8}{9}$ sucht mir den halben Theil.

— ${}_{4}\frac{6}{0}\frac{0}{7}$ — — — — 15ten —

— ${}_{2}\frac{2}{5}\frac{4}{5}$ — — — — 8ten —

— ${}_{8}\frac{9}{1}\frac{5}{7}$ — — — — 5ten —

— ${}_{3}\frac{16}{8}\frac{72}{13}$ — — — — 44sten —

L. Jetzt

L. Jetzt sucht mir geschwind einen Bruch auf folgende Weise: dividirt den Nenner dieses Bruches ($3\frac{5}{2}$) mit 4, und laßt den Zähler unverändert. K. (bringen ohne Zweifel heraus: $\frac{5}{8}$).

L. Jetzt dividirt auch den Nenner dieses Bruches ($\frac{3}{20}$) mit 2 und laßt den Zähler unverändert. K. schreiben hin: $\frac{3}{10}$).

L. Ihr habt jetzt 2 neue Brüche aus zwey andern gegebenen gefunden: wie habt ihrs gemacht? K. Wir haben die Nenner der gegebenen Brüche mit ganzen Zahlen dividirt und ihre Zähler unverändert gelassen.

L. Wer kann mir denn geschwind sagen, wie sich $\frac{5}{8}$, also der gefundene Bruch, zu $3\frac{5}{2}$ dem gegebenen, verhält. K. $\frac{5}{8}$ ist vier Mahl größer als $3\frac{5}{2}$.

L. Woran seht ihr das? K. An dem Nenner 8, der vier Mahl kleiner ist, als der Nenner 32.

L. Welches war die Zahl, womit wir vorhin den Nenner dividirt haben? K. Vier.

L. Also ist der Bruch $3\frac{5}{2}$ gerade so viel Mahl größer geworden, als die Zahl, womit wir seinen Nenner dividirt haben, Einheiten enthält. Wie verhält sich denn $\frac{3}{10}$ zu $\frac{3}{20}$? K. $\frac{3}{10}$ ist 2 Mahl größer als $\frac{3}{20}$

L. Und mit welcher Zahl haben wir den Nenner dieses Bruches vorhin dividirt? K. Mit 2.

L. Aus diesen beyden Beyspielen werdet ihr nunmehr schon merken, welche Veränderung mit einem Bruche vorgehe, wenn man seinen Nenner mit einer ganzen Zahl dividirt. K. Er wird dann so

viel Mahl größer, als die Zahl, womit sein Nenner dividirt wird, Einheiten hat.

L. Merkt auch hier, daß diese Art, einen Bruch zu vergrößern, nur dann bequem anzuwenden ist, wenn die Division, ohne daß man einen Rest bekommt, vorgenommen werden kann. — Wer kann mir nun die 2 Arten, einen Bruch zu vergrößern, angeben? K. Einen Bruch kann man vergrößern, wenn man mit einer ganzen Zahl entweder seinen Zähler multiplicirt, oder seinen Nenner dividirt.

L. In welchen Fällen ist aber das Dividiren des Nenners nur bequem anzuwenden? K. In den Fällen, wo man ohne Rest dividiren kann.

L. Jetzt macht den Bruch $\frac{7}{2\,1}$ durch Division seines Nenners 7 Mahl größer. K. Das giebt $\frac{7}{3}$ oder $2\frac{1}{3}$.

L. Wie viel bekomme ich denn, wenn ich 5 Mahl $\frac{4}{1\,5}$ ℔ erhalte? K. (dividirt hier mit 5 in den Nenner 15 und spricht:) $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$ ℔.

L. Wie viel hat derjenige, welcher 4 Mahl mehr als $\frac{1}{1\,2}$ hat? K. $\frac{1}{3}$ oder $2\frac{2}{3}$.

L. Wie viel Geld hat der, welcher 5 Mahl $\frac{9}{2\,0}$ Gulden hat? K. Der hat $\frac{9}{4}$ oder $2\frac{1}{4}$ Gulden.

Fleißige Uibung!

n) Der Werth eines Bruches bleibt unverändert, wenn er im Zähler und Nenner zugleich mit einerley Zahl multiplicirt oder dividirt wird.

L., (welcher $\frac{12}{16}$ u. $\frac{3}{4}$ von den Stäben Nro. 16. und Nro. 4. vor sich hinlegt). Wer nennt mir diesen Bruch (auf $\frac{12}{16}$ zeigend) hier? K. Das sind $\frac{12}{16}$.

L. Und wie heißt dieser andere Bruch da? K. $\frac{3}{4}$.

L. Legt beyde Brüche an einander und sagt, welcher von ihnen mehr Werth hat (größer ist). K. Es hat einer so viel Werth als der andere. (Einer ist so groß als der andere.)

L. Wäre es also gleich viel, ob ich sagte: ich gebe dir $\frac{3}{4}$ oder $\frac{12}{16}$ von diesem Stabe? K. Allerdings.

L. Aber wie kommt das, da 12 Stücke doch mehr als 3 sind? K. Das kommt davon her, weil die Sechzehntel viel kleiner als die Viertel sind.

L. Freylich! Wie viel Sechzehntel gehen denn immer auf Ein Viertel? K. Vier.

L. Da also jedes Sechzehntel vier Mahl kleiner als ein Viertel ist, so brauche ich natürlich eine 4 Mahl größere Anzahl von Sechzehnteln, als ich Viertel zu dem Bruche $\frac{3}{4}$ nöthig habe. Jetzt werdet ihr mir schon zu sagen im Stande seyn, ob es wohl Brüche geben könne, die man zwar auf verschiedene Weise, d. h. mit verschiedenen Zählern

und

und Nennern ausdrücken kann, die aber doch einerley Werth haben. K. Solche Brüche kann es wohl geben.

L. Was behauptet ihr jetzt? K. Daß es Brüche geben könne, die man zwar auf verschiedene Weise ꝛc.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Wir haben es ja erst an einem Beyspiele gesehen.

L. Könnt ihr nicht selbst ein Beyspiel ausdenken, welches eure Behauptung bestätigt? K. (geben wahrscheinlich Beyspiele an).

L. Nun merkt! Nicht nur diese jetzt genannten, sondern jeder Bruch kann, ohne daß sein Werth verändert wird, auf verschiedene Weise ausgedrückt werden. Jetzt werden wir wieder ein bischen an der Tafel rechnen. Schreibt diesen Bruch hier (auf die auf dem Tische liegenden $\frac{3}{4}$ zeigend) an. — So! Jetzt multiplicirt den Zähler 3 mit der Zahl 4, und macht das gefundene Product zum Zähler eines neuen Bruches. — Gut! Nun multiplicirt mit der nämlichen Zahl 4 den Nenner von $\frac{3}{4}$ und macht das gefundene Product zum Nenner des Bruches, dessen Zähler 12 ihr erst hingeschrieben habt. — So ist es recht! Wie heißt der jetzt gefundene Bruch? K. $\frac{12}{16}$.

L. Auf welche Weise habt ihr ihn gefunden? K. Wir haben erst den Zähler des Bruches $\frac{3}{4}$ mit 4 multiplicirt, und das gefundene Product zum Zähler eines neuen Bruches gemacht, dann haben wir auch den Nenner dieses Bruches mit 4 multiplicirt

und

und das gefundene Product zum Nenner des neuen Bruches gemacht.

L. Das wollen wir kürzer so ausdrücken: wir haben den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{3}{4}$ mit einerley Zahl, nämlich mit 4, multiplicirt. Jetzt multiplicirt mir auch den Zähler und Nenner dieses Bruches ($\frac{2}{3}$) mit einerley Zahl, nämlich mit 5. K. (thun dieses).

L. Wie heißt der jetzt gefundene Bruch? K. $\frac{10}{15}$.

L. Wer giebt mir geschwind die Art an, auf welche dieser Bruch entstanden ist? K. Wir haben eben den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{2}{3}$ mit einerley Zahl, nämlich mit 5 multiplicirt.

L. Nun vergleicht doch einmahl $\frac{2}{3}$ von diesem Stabe (Nro. 3.) mit $\frac{10}{15}$ von diesem hier (Nro. 15.) und sagt, welcher von beyden Brüchen der größere ist. K. (nach der Untersuchung). Es ist einer so groß als der andere.

L. Jetzt sagt, ob ihr wohl meynt, daß der Werth eines Bruches verändert werde, wenn wir seinen Zähler und Nenner zugleich mit einerley Zahl multipliciren. K. Er wird nicht verändert.

?. Warum glaubt ihr dieses? K. Weil wir es an einigen Beyspielen gesehen haben.

L. Was behauptet ihr an einigen Beyspielen jetzt gesehen zu haben? K. Daß der Werth (die Größe) eines Bruches nicht verändert werde, wenn man seinen Zähler und Nenner zugleich mit einerley Zahl multiplicirt.

L. Da nun der Zähler und Nenner eines Bruches mit jeder Zahl, die sich nur denken läßt, multiplicirt werden können, so seht ihr leicht ein, daß man einen und den nämlichen Bruch, auf eine unendlich mannichfaltige Weise ausdrücken kann. Wir wollen einmahl einen Versuch machen, einen und den nämlichen Bruch auf verschiedene Weise auszudrücken. Multiplicirt deßhalb den Zähler und Nenner dieses Bruches ($\frac{1}{2}$) mit 3 und schreibt den daraus entstandenen neuen Bruch hin. K. (schreibt $\frac{3}{6}$).

L. Also $\frac{3}{6}$ habt ihr erhalten. Wie viel Sechstel giebt ein Ganzes? K. Sechs.

L. Wie viel muß also ein Halbes geben? K. Drey.

L. Ihr seht also, was ich euch auch mit unsern Stäben bestätigen kann, daß $\frac{3}{6}$ am Werthe einem Halben gleich kommen. Jetzt multiplicirt den Zähler und Nenner dieses Bruches ($\frac{3}{6}$) wieder mit 4. K. (schreibt an $\frac{12}{24}$).

L. Wie viel 24stel giebt ein Ganzes? K. 24.

L. Und also ein Halbes? K. Muß halb so viel, d. i. zwölf 24stel geben.

L. Jetzt multiplicirt den Zähler und Nenner dieses erst gefundenen Bruches mit 2. K. (schreibt $\frac{24}{48}$).

L. Wie viel 48stel braucht man zu einem Ganzen? K. 48.

L. Wie viel also zu einem Halben? K. Halb so viel, d. i. 24.

L. Wir haben jetzt hier $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{24}{48}$ angeschrieben, welcher von diesen Brüchen ist der größte,

dem

dem Werthe nach versteht sich? K. Es ist einer so groß als der andere.

L. Und jeder der 3 letztern beträgt so viel als —? K. Ein Halbes.

L. Dieses Verhältniß, daß nämlich immer einer so groß ist als der andere und jeder $\frac{1}{2}$ ausmacht, wird bleiben, wenn wir auch noch so lange fortführen auf die angegebene Weise zu multipliciren. Aber woher das wohl nur kommen mag? Ihr werdet mir das sagen können, wenn ihr ein bischen mit mir über die Sache nachdenkt. Wir wollen erst den Zähler von $\frac{3}{6}$ mit 4 multipliciren und den Nenner unverändert lassen. Wie viel bekommen wir da? K. $\frac{12}{6}$.

L. Ist dieser Bruch größer oder kleiner als der gegebene $\frac{3}{6}$? K. Größer.

L. Wie viel Mahl ist er größer? K. Vier Mahl.

L. Was für eine Veränderung geht aber mit $\frac{12}{6}$ vor, wenn ich seinen Nenner mit 4 multiplicire? K. Dann wird er vier Mahl kleiner. —

L. Ich will wirklich den Nenner 6 mit 4 multipliciren, daß wir also, wie vorhin, $\frac{12}{24}$ bekommen. Jetzt habe ich $\frac{3}{6}$ vier Mahl größer, nämlich zu $\frac{12}{6}$, diesen Bruch aber gleich wieder vier Mahl kleiner, nämlich zu $\frac{12}{24}$ gemacht, er muß also seinem Werthe nach geblieben seyn, wie er Anfangs war. Denn wenn ich ein Ganzes erst 2, 3 ꝛc. Mahl größer, dann aber gleich 2, 3 ꝛc. Mahl kleiner mache, so kommt es dadurch auf seine vorige Größe zurück. — Nun multipli-

cirt

cirt den Zähler von $\frac{2}{3}$ mit 3 und laßt den Nenner ungeändert. K. (schreibt $\frac{6}{3}$).

L. Wie viel Mahl haben wir jetzt $\frac{2}{3}$ größer gemacht? K. Drey Mahl.

L. Nun wollen wir geschwind den Bruch $\frac{6}{3}$, der drey Mahl größer als $\frac{2}{3}$ ist, wieder drey Mahl kleiner machen, indem wir seinen Nenner mit 3 multipliciren. — So! Jetzt haben wir $\frac{6}{9}$, welches wieder 3 Mahl weniger als $\frac{6}{3}$, also nur $\frac{2}{3}$ ist. Wer sagt mir jetzt, woher es kommt, daß ein Bruch, dessen Zähler und Nenner man zugleich mit einerley Zahl multiplicirt, in Ansehung seines Werthes nicht verändert wird? K. Das kommt daher, weil der Bruch in diesem Falle durch Multiplication seines Nenners in dem Augenblick wieder um so viel kleiner gemacht wird, als er durch Multiplication seines Zählers größer gemacht worden ist.

L. Richtig! Nun will ich auch sehen, ob ihr wißt, was ich mit folgenden Zeichen sagen will:

$\frac{5 \times 3}{8 \times 3}$ K. Das heißt: sowohl der Zähler als der Nenner des Bruches $\frac{5}{8}$ soll mit 3 multiplicirt werden.

L. Gut! Schreibt jetzt den auf diese Weise entstehenden Bruch mit dem Gleichheitszeichen an die gehörige Stelle. K. (schreiben noch: $= \frac{15}{24}$).

L. Wie wird das Ganze gelesen? K. (lesen).

Die Kinder üben sich nun, Brüche im Zähler und Nenner mit einerley Zahl zu multipliciren.

L. Jetzt

L. Jetzt seht doch, welchen Bruch wir bekommen, wenn ihr den Zähler und Nenner dieses Bruches hier ($\frac{2}{4}\frac{4}{8}$) mit einerley Zahl, nämlich mit 2 dividirt. K. (finden $\frac{1}{2}\frac{2}{4}$).

L. Wie verhält sich der gefundene zu dem gegebenen Bruche? K. Er ist ihm gleich.

L. Recht! Jetzt dividirt Zähler und Nenner des erst gefundenen Bruches mit 4, und sagt dann, welchen Bruch ihr dadurch erhalten habt. K. $\frac{3}{8}$.

Auch diesen Bruch verändert noch Ein Mahl, indem ihr seinen Zähler und Nenner mit 3 dividirt. K. (finden $\frac{1}{2}$).

L. Jetzt habt ihr nach und nach aus $\frac{2}{4}\frac{4}{8}$ den Bruch $\frac{1}{2}\frac{2}{4}$, hieraus $\frac{3}{8}$, und endlich daraus wieder $\frac{1}{2}$ gemacht. Durch welche Rechnungsart habt ihr jeden dieser Brüche gefunden? K. Durch die Division.

L. Welche Zahl des vorhergehenden Bruches habt ihr denn immer dividirt, um den nächst folgenden zu finden? K. Beyde Zahlen, den Zähler und Nenner.

L. Wie verhalten sich denn alle die hier angeschriebenen Brüche zu einander? K. Sie sind alle einander gleich.

L. Nun sagt mir doch, welche Veränderung in Ansehung des Werthes (der Größe) mit einem Bruche vorgeht, wenn man seinen Zähler und Nenner mit einerley Zahl zugleich dividirt. K. Es geht gar keine Veränderung in Ansehung des Werthes vor.

L. Aber woher mag das kommen, da ich ja z. B. bey $\frac{3}{6}$ weniger Stücke habe, als bey $\frac{12}{24}$. K. Weil bey $\frac{3}{6}$ die Stücke größer als bey $\frac{12}{24}$. sind.

L. Allerdings. Wenn ich also 12 mit 4 dividire, so mache ich freylich den Bruch $\frac{12}{24}$ vier Mahl kleiner, aber in dem Augenblicke, als ich auch 24 mit 4 dividire, mache ich ihn wieder 4 Mahl grösser, so daß also sein voriger Werth nicht verändert wird. — Nunmehr sind euch 2 Arten bekannt, wie ich die Bezeichnung eines Bruches (die Zahlen, womit er geschrieben wird,) ohne Verminderung oder Vermehrung seines Werthes verändern kann: wer giebt mir diese 2 Arten an? K. Ein Mahl geschieht dieses, wenn man Zähler und Nenner mit einerley Zahl multiplicirt, und dann, wenn man diese beyden Zahlen (Zähler und Nenner) auch mit einerley Zahl dividirt.

L. Recht! Nun betrachtet hier diese Reihe Brüche: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{24}{48}$, von denen immer der nächst folgende durch Multiplication des Zählers und Nenners des vorhergehenden mit einerley Zahl entstanden ist, und sagt mir, was für eine Veränderung mit den Zahlen, wodurch sie ausgedrückt sind, vorgegangen ist, ob diese immer größer oder kleiner geworden sind. K. Sie sind immer größer geworden.

L. Wenn wir den Zähler uud Nenner des letzten dieser Brüche mit 2 dividiren, so entsteht der nächst vorhergehende, und aus diesem wird durch fortgesetzte Division $\frac{3}{6}$, und hieraus $\frac{1}{2}$ gemacht. Hieraus könnt ihr sehen, was für eine Veränderung mit den Zahlen eines Bruches vorgeht, wenn man ihn im

Zäh-

Zähler und Nenner mit einerley Zahl dividirt: was für eine Veränderung geht hiemit vor? K. Die Zahlen werden immer kleiner, je länger man die Division fortsetzt.

L. Gut! Könnt ihr mir denn geschwind an einem dieser Stäbe zeigen, wie viel ich davon bekäme, wenn mir Jemand $\frac{120}{300}$ davon geben wollte? K. —

L. Nicht wahr, ihr könnt euch nicht geschwind vorstellen, wie groß dieser Bruch ist. Nun aber zeigt mir, wie viel ich bekäme, wenn mir Jemand ein Drittel von einem solchen Stabe gäbe. K. So viel (ein Drittel zeigend).

L. Gerade so viel bekäme ich aber auch, wenn mir Jemand $\frac{120}{360}$ davon gäbe; denn beyde Brüche haben einerley Größe. Nun sagt mir, ob sich ein Bruch leichter mit dem Ganzen vergleichen, sich also auch sein Werth leichter erkennen läßt, wenn er mit großen, oder wenn er mit kleinen Zahlen ausgedrückt ist. K. Wenn er mit kleinen Zahlen ausgedrückt ist.

L. Welchen Vortheil gewährt es uns, wenn wir einen Bruch mit kleinen Zahlen ausdrücken? K. Wir können seinen Werth leichter erkennen, weil wir ihn dann leichter mit dem Ganzen vergleichen können.

L. Deßhalb ist es nöthig, daß wir oft einen Bruch, der mit großen Zahlen ausgedrückt ist, mit den kleinsten, womit er sich nur ausdrücken läßt, auszudrücken suchen. Wie man das macht, werden wir nächstens lernen.

o) Vom Aufheben der Brüche.

L., (welcher $\frac{1}{7}\frac{8}{2}$ angeschrieben hat). Macht aus diesem Bruche einen andern, indem ihr seinen Zähler und Nenner mit 2 dividirt. K. (schreibt $\frac{9}{36}$ an).

L. Aus dem jetzt gefundenen macht noch einen andern, indem ihr ihn im Zähler und Nenner mit 3 dividirt. K. (schreibt $\frac{3}{12}$ an).

L. Auch diese beyde Zahlen dividirt noch Ein Mahl mit 3 und seht, was ihr dadurch für einen Bruch bekommt. K. (schreibt $\frac{1}{4}$ an).

L. Läßt sich wohl dieser Bruch durch noch kleinere Zahlen ausdrücken? K. Nein.

L. Also sind das die möglich kleinsten Zahlen, womit wir den Bruch $\frac{1}{7}\frac{8}{2}$ ausdrücken können. Wenn uns daher Jemand fragte, was wir jetzt gethan haben, so könnten wir antworten: wir haben die möglich kleinsten Zahlen gesucht, womit sich der Bruch $\frac{1}{7}\frac{8}{2}$ schreiben (ausdrücken) läßt, oder, welches einerley ist, wir haben den Bruch $\frac{1}{7}\frac{8}{2}$ aufgehoben. Könnt ihr mir mit dem letztern Ausdrucke sagen, was wir jetzt gethan haben? K. Wir haben den Bruch $\frac{1}{7}\frac{8}{2}$ aufgehoben.

L. Recht! Was werde ich denn wohl mit diesem Ausdrucke: Kinder, hebt doch einmahl den Bruch $\frac{2}{4}\frac{4}{8}$ auf, anzeigen wollen? K. Sie wollen damit sagen, daß wir die möglich kleinsten Zahlen suchen sollen, womit sich der Bruch $\frac{2}{4}\frac{4}{8}$ ausdrücken läßt.

L. Was müßtet ihr denn wohl thun, wenn ihr diesen Bruch aufheben, oder — merkt noch einen gleichbedeutenden Ausdruck — unter seine kleinste Benennung bringen wolltet? K. Wir müßten seinen Zähler und Renner mit einerley Zahl dividiren.

L. Gesetzt aber, wir hätten nach der ersten Division die möglich kleinsten Zahlen noch nicht gefunden? K. Dann müßten wir den durch die erste Division erhaltenen Bruch im Zähler und Renner noch Ein Mahl mit einerley Zahl dividiren.

L. Und wie lange müßten wir dieses Verfahren wiederhohlen? K. Bis wir die möglich kleinsten Zahlen gefunden hätten.

L. Recht! So haben wir es vorhin bey $\frac{18}{72}$ gemacht, und jetzt wollen wir es bey $\frac{120}{360}$ so machen. Wißt ihr, was ich meyne, was wir jetzt mit diesem Bruch machen werden? K. Wir werden seinen Zähler und Renner mit einerley Zahl dividiren und die Division so lange fortsetzen, bis wir die möglich kleinsten Zahlen gefunden haben, womit sich dieser Bruch ausdrücken läßt.

L. Das heißt also kürzer: wir wollen diesen Bruch —? K. Aufheben.

L. Oder —? K. Unter seine kleinste Benennung bringen.

L. Hiebey verfährt man also: Hinter den Bruch macht man einen senkrechten Strich, setzt oben in einen Bogen die Zahl, womit man dividirt, und rechts in gleicher Linie mit dem ersten Zähler und Renner, die neu gefundenen Zahlen dieser Benennungen. Dieses wiederhohlt man, so lange die

Division fortgesetzt wird. Daher bekommt unser Exempel diese Gestalt:

$$\frac{\begin{array}{cccccc}(2 & (3 & (4 & (5 & \\ 120 & 60 & 20 & 5 & 1\end{array}}{\begin{array}{ccccc}360 & 180 & 60 & 15 & 3\end{array}}$$

. Erst habe ich, wie ihr seht, mit 2, dann mit 3 u. s. w. dividirt, bis ich auf Zahlen kam, die sich nicht mehr verkleinern ließen. Die senkrechten Striche sollen die einzelnen Ausdrücke des nämlichen Bruches gehörig von einander absondern, und verhindern, daß man nicht 2 solche Ausdrücke für einen einzigen, die beyden letztern also nicht für $\frac{5}{15}\frac{1}{3}$ ansehe. — Die Geschicklichkeit, Brüche aufzuheben, sollt ihr euch nun erwerben, daher ich euch eine Zeitlang in diesem Geschäfte üben will. Hebt mir also auf $\frac{120}{192}$. Was für eine Rechnungsart habt ihr jetzt anzuwenden? K. Die Division.

L. Recht! Aber mit welcher Zahl müßt ihr dividiren? K. —

L. Hier seyd ihr auf einem Punct des Anstoßes. Denn die Zahl, womit ihr einen Bruch aufheben könnt, wird euch nie gegeben, sondern müßt ihr selbst finden: und dieß macht bisweilen etwas Mühe, da man nicht etwa aufs Geradewohl jede Zahl, sondern nur eine solche zum Divisor machen darf, durch die sich sowohl der Zähler als der Nenner ohne Rest dividiren läßt. Ihr habt also jetzt, um den vorgelegten Bruch zu heben, eine gewisse Zahl ausfindig zu machen, aber diese Zahl muß eine besondere Eigenschaft haben: habt ihr gemerkt, welche? K. Man muß mit ihr den Zähler und Nenner des vorgelegten Bruches ohne Rest dividiren können.

L. Frey-

L. Freylich! Wie findet ihr nun eine solche Zahl? Merkt eine Regel! Wenn die Einzelnen (Einheiten der ersten Ordnung) einer gewissen Zahl mit 2 ohne Rest dividirt werden können, so läßt sich die ganze Zahl mit 2 ohne Rest dividiren. Wer kann mir diese Regel nachsagen? K. (wiederhohlen).

L. Nun untersucht den gegebenen Bruch und bedenkt dabey, daß ich auch sagen kann: 2 in 0 Null Mahl, Null von Null geht ohne Rest auf. K. Mit 2 läßt sich dieser Bruch heben.

L. So hebt ihn damit. K. (geben dem Exempel folgende Gestalt: $\frac{120|60}{192|96}$ *)).

L. Sollte sich wohl der gefundene Bruch nicht noch Ein Mahl mit 2 heben lassen? K. Ja.

*) Wenn die Kinder bey der Division des Nenners sprechen: 2 in 19 neun Mahl, 2 Mahl 9 ist 18 von 19 bleibt 1; so sage man ihnen, daß man die 1 unter die 9 setzen könne, aber besser thue, wenn man sie in Gedanken behält. Wird ihnen aber das Letztere schwer oder vergessen sie den Rest, so lasse man ihn hinzusetzen. Wenn folgender Fall vorkäme, $\frac{132}{156}$, so schrieben die Kinder; $\frac{132|66}{156|78}$ $\frac{1}{1}$.

L. Woran seht ihr dieses gleich? K. Daran, weil die Einzelnen dieses Bruches mit 2 ohne Rest dividirt werden können.

L. Hebt also $\frac{60}{96}$ auch mit 2 auf. K. (fügen zum vorigen Exempel noch $\begin{array}{|l}(2\\ \hline 30\\ \hline 48\end{array}$).

L. Sollte wohl dieser Bruch nicht weiter aufgehoben werden können? K. Ja.

L. Mit welcher Zahl glaubt ihr? K. Wieder mit 2.

L. So wollen wir weiter aufheben. K. (fügen hinzu: $\begin{array}{|l}(2\\ \hline 15\\ \hline 24\end{array}$).

L. Ob sich wohl dieser Bruch auch wieder mit 2 aufheben läßt? K. Nein.

L. Woran seht ihr dieses? K. Daran, weil sich die Einzelnen im Zähler nicht mit 2 ohne Rest dividiren lassen.

L. Sinnt doch nach, und seht, ob ihr keine andere Zahl findet, mit der man sowohl 15 als 24 ohne Rest dividiren kann. K. Mit 3 geht dieses an.

L. Richtig! Hebt also auch diesen Bruch gar.

L. (fügen hinzu: $\begin{array}{|l}(3\\ \hline 5\\ \hline 8\end{array}$).

L. Kennt

L. Kennt ihr wohl eine Zahl, womit ihr auch 5 und 8 ohne Rest dividiren könnt? K. Nein.

L. Es giebt auch dergleichen nicht, daher wir $\frac{5}{8}$ nicht weiter aufheben können. Denn — dieß merkt wohl — wenn sich keine Zahl finden läßt, womit wir den Zähler und Nenner eines Bruches, es mögen diese Zahlen mit einer oder mit mehrern Ziffern geschrieben seyn, ohne Rest dividiren können, so läßt sich der Bruch nicht aufheben. Nun betrachtet unser Exempel und sagt, wie oft wir aufheben mußten, bis wir auf den kleinsten Zähler und Nenner kamen. K. Vier Mahl.

L. Jetzt will ich den nämlichen Bruch noch Ein Mahl aufheben, sagt mir nachher, ob ihr zwischen meinem und eurem Verfahren keinen Unterschied bemerkt habt. (Der Lehrer hebt so auf: $\frac{120}{192} \left|\begin{matrix}(24\\5\\8\end{matrix}\right.$)

Nun! welchen Unterschied zwischen dem jetzigen und vorigen Verfahren habt ihr jetzt bemerkt? K. Sie haben einen andern Divisor genommen und durch eine einzige Division (auf Ein Mahl) den kleinsten Zähler und Nenner gefunden.

L. Und dieses Letztere kam eben davon her, weil ich einen größern Divisor genommen habe. Und zwar ist 24 der größte Divisor, womit sich der gegebene Bruch im Zähler und Nenner zugleich ohne Rest dividiren läßt. Unter allen Zahlen, die über 24 gehen, läßt sich keine mehr finden, die das Nämliche leistete. Nun sagt mir, worauf es an-

kommt, wenn wir einen gegebenen Bruch, der sich noch heben läßt, auf Ein Mahl unter seine kleinste Benennung bringen wollen. K. Es kommt darauf an, daß wir gleich den größten Divisor finden, womit sich der gegebene Bruch im Zähler und Nenner dividiren läßt.

L. Gut! Wie man diesen findet, werde ich euch in der Folge zeigen. Jetzt sagt mir nur, ob es durchaus nöthig sey, sogleich mit dem größten Divisor zu dividiren, oder ob wir auch kleinere Divisoren suchen können? K. Wir können auch kleinere Divisoren suchen.

L. Nun wollen wir die Brüche, die ich geben werde, so heben, daß ihr immer nur kleinere Divisoren, und zwar nur aus den Zahlen von 2 — 12 sucht. Hebt $\frac{84}{108}$ auf. Mit welcher Zahl, glaubt ihr diesen Bruch heben zu können? K. Mit 2.

L. Woran seht ihr dieses gleich? K. Daran, weil sich die Einzelnen ꝛc.

L. Nun so dividirt mit 2. K. (schreiben $\frac{84 \mid 42}{108 \mid 54}$ (2).

L. Womit wollt ihr weiter aufheben? K. Noch ein Mahl mit 2.

L. Thut dieses. K. (fügen hinzu: $\frac{\mid 21}{\mid 27}$ (2).

L. Könnt ihr noch Ein Mahl mit 2 heben? K. Nein.

L. War-

L. Warum nicht? K. Weil jetzt die Einzelnen nicht mit 2 ohne Rest dividirt werden können.

L. Nun besinnt euch auf eine andere Zahl, womit dieser Bruch noch gehoben werden kann. K. (werden ohne Schwierigkeit auf 3 kommen und $\frac{7}{9}$ finden).

Nun lasse man jeden der folgenden Brüche nach und nach mit 2 und das letzte Mahl immer mit 3 aufheben:
$\frac{192}{240} = \frac{4}{5}$; $\frac{132}{156} = \frac{11}{13}$; $\frac{192}{216} = \frac{8}{9}$; $\frac{144}{200} = \frac{3}{5}$;
$\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$; $\frac{108}{192} = \frac{9}{16}$; $\frac{240}{432} = \frac{5}{9}$; — —

L. Jetzt merkt wieder eine Regel, und übt euch in der Anwendung derselben. Mit 4 läßt sich eine Zahl ohne Rest dividiren, wenn ihre Einzelnen und Zehende ohne Rest mit 4 dividirt werden können. Weiß Jemand von euch, was ich jetzt gesagt habe? K. (wiederhohlen).

L. Betrachtet diesen Bruch $\frac{240}{432}$ und sagt, ob sich die Zehende (denn Einzelne haben mir hier nicht,) im Zähler, also 40 mit 4 ohne Rest dividiren läßt. K. Ja wohl.

L. Kann man aber auch die Einzelnen und Zehende im Nenner, nämlich 32 mit 4 dividiren? K. Allerdings.

L. Nun fragt sichs, ob sich wohl auch beyde ganze Zahlen, nämlich 240 und 432 mit 4 dividiren lassen? K. Freylich!

L. War-

L. Woraus schließt ihr dieses? K. Aus dem Umstande, daß sich die Einzelnen und Zehende beyder Zahlen mit 4 ohne Rest dividiren lassen.

L. Nun versucht diesen Bruch mit 4 zu heben.

K. (schreiben $\begin{array}{r|l} 240 & 60 \\ \hline 432 & 108 \end{array}^{(4}$).

L. Sollte sich wohl der letztere Bruch nicht noch Ein Mahl mit 4 heben lassen? K. Ja.

L. An welchem Merkmahle seht ihr dieses? K. Daran, daß sich sowohl 60 im Zähler, als Null und 8 im Nenner mit 4 ohne Rest dividiren läßt.

L. Nun hebt also noch Ein Mahl mit 4. K. (heben und erhalten $\frac{15}{27}$).

L. Jetzt hebt diesen Bruch auch gar.

Auffer den vorigen können nach folgende Brüche einige Mahle mit 4 gehoben werden; $\frac{624}{720} = \frac{156}{180}$; $\frac{384}{608} = \frac{192}{304}$; $\frac{144}{432} = \frac{3}{7}$; $\frac{480}{576} = \frac{5}{6}$; $\frac{1034}{2112} = \frac{517}{1056}$; $\frac{1344}{2112} = \frac{7}{11}$; $\frac{1728}{1984} = \frac{27}{31}$; $\frac{832}{864} = \frac{26}{27}$.

Fleißige Uibung!

L. Diese Ziffern (3462) bezeichnen eine gewisse Zahl, die ihr alle aussprechen könnt. Jetzt wollen wir aber nicht an diese Zahl denken, sondern diese Ziffern alle als Einer betrachten und ihre Summe suchen. Zählt mir also 2 und 6 und 4 und 3 zusammen. K. Das macht 15.

L. Sollte

L. Sollte wohl 15 ohne Rest dividirt werden können? K. Ja wohl.

L. Mit welcher Zahl denn? K. Mit 3.

L. Nun seht, ob ihr nicht auch 3462 mit 3 ohne Rest dividiren könnt. K. (dividiren und finden, daß besagte Zahl mit 3 ohne Rest dividirt werden kann).

L. Nun merkt, daß ihr sowohl die Summe, welche uns diese Ziffern als Einer betrachtet geben, als die ganze Zahl, die sie durch ihre Stelle anzeigen, mit 3 dividiren konntet. Jetzt betrachtet auch diese Ziffern (93654) alle als Einer und sucht mir ihre Summe. K. (finden 27).

L. Mit welcher Zahl läßt sich wohl 27 ohne Rest dividiren? K. Mit 3.

L. Nun da will ich wetten, daß ihr auch die ganze Zahl 93654 mit 3 ohne Rest dividiren könnt. Versuchts einmahl und seht, ob ich Recht habe. K. (thun dieß.)

L. Nicht wahr, ich hatte Recht? Merkt ihr wohl, an welchem Kennzeichen ich gleich sehen konnte, daß diese ganze Zahl (hinzeigend) mit 3 ohne Rest dividirt werden kann? K. Vielleicht an dem Umstande, daß man die Summe, welche diese Ziffern als Einer betrachtet geben, mit 3 ohne Rest dividiren kann?

L. Allerdings! Dieser Umstand ist alle Mahl ein sicheres Kennzeichen, daß eine Zahl mit 3 ohne Rest dividirt werden kann. Nunmehr werdet ihr mir wohl sagen können,

nen, ob dieser Bruch $\frac{126}{21}$ mit 3 gehoben werden kann oder nicht. K. Er kann damit gehoben werden.

L. Woran könnt ihr dieses gleich sehen? K. Daran, daß sowohl der Zähler als Nenner, wenn wir seine Ziffern als Einer betrachten, eine Summe giebt, die mit 3 ohne Rest dividirt werden kann.

Nun so hebt diesen Bruch auf. K. (thun dieß und finden $\frac{42}{7}$, welcher Bruch noch Ein Mahl mit 3 gehoben wird).

Nach der jetzt gegebenen Regel lasse man folgende Brüche beurtheilen und sie dann aufheben: $\frac{486}{99} = \frac{18}{37}$; $\frac{450}{522} = \frac{25}{29}$; $\frac{1692}{1746} = \frac{94}{97}$; $\frac{25110}{2700} = \frac{93}{100}$; $\frac{2592}{2916} = \frac{8}{9}$; $\frac{1044}{1908} = \frac{29}{53}$; $\frac{324}{504} = \frac{9}{14}$; $\frac{1494}{1530} = \frac{83}{85}$.

L. (der an die Tafel geschrieben hat: $\frac{2592}{4212}$). Sucht mir jetzt die Summe, welche die Ziffern dieses Zählers, als lauter Einer betrachtet, geben. K. 2 und 5 macht 7, und 9 dazu macht 16, und 2 macht 18.

L. Läßt sich wohl 18 mit 9 ohne Rest dividiren? K. Ja wohl.

L. Nun betrachtet auch die Ziffern im Nenner als lauter Einer, sucht ihre Summe und seht, ob sie sich auch mit 9 ohne Rest dividiren läßt. K. Die Summe ist 9 und läßt sich freylich mit 9 ohne Rest dividiren.

L. Nun bin ich gewiß, daß ihr diesen ganzen Bruch mit 9 aufheben könnt. Versucht es einmahl.

K. (rechnen $\begin{array}{r|l} & (9 \\ 77 & \\ \hline 2592 & 288 \\ \hline 4212 & 468 \\ 67 & \end{array}$).

L. Wer vermuthet wohl, woher ich wissen konnte, daß dieser Bruch mit 9 gehoben werden kann? K. Vielleicht aus dem Umstande, daß die Summe der Ziffern, als Einer betrachtet, mit 9 ohne Rest dividirt werden konnte.

L. Freylich! Ihr könnt mir also jetzt sagen, wie ich gleich erfahren kann, wie ein Bruch mit 9 gehoben werden kann oder nicht? K. Ich darf nur die Ziffern, womit sowohl der Zähler als Renner geschrieben ist, als Einer betrachten, ihre Summen suchen und sehen, ob jede derselben mit 9 ohne Rest dividirt werden kann oder nicht. Im erstern Falle läßt sich der Bruch mit 9 heben, im letztern aber nicht.

L. Nun wendet diese Regel auf den erst gefundenen Bruch $\frac{288}{468}$ an und seht, ob er sich noch Ein Mahl mit 9 heben läßt oder nicht. K. Ja, man kann ihn mit dieser Zahl heben.

L. Nun so hebt ihn weiter auf. K. (heben erst noch Ein Mahl mit 9, dann mit 4).

L. Jetzt sagt mir, mit welcher Zahl ihr diesen Bruch ($\frac{12}{53}\frac{15}{46}$) heben zu können glaubt. K. Auch mit 9.

L. Wor-

L. Woran seht ihr dieses gleich? K. An dem Umstande, daß ꝛc.

Nun lasse man folgende Brüche bald nach der einen, bald nach der andern der gegebenen Regeln, also bald mit 3, bald mit 9 heben: $\frac{243}{1296} = \frac{3}{16}$; $\frac{2754}{43908} = \frac{34}{553}$; $\frac{378}{4372} = \frac{7}{8}$; $\frac{3888}{43774} = \frac{8}{9}$; $\frac{3016}{38888} = \frac{3}{4}$; $\frac{1296}{16200} = \frac{4}{51}$.

L. Was für eine Ziffer steht in folgenden Brüchen in der Stelle der Einer: $\frac{400}{7500}$; $\frac{1575}{20225}$; $\frac{1000}{87750}$; $\frac{375}{16225}$? K. Bald eine Null, bald eine 5.

L. Da könnt ihr sicher seyn, daß sich diese Brüche alle mit 5 aufheben lassen. Versucht es, und ihr werdet sehen, daß ich Recht habe. K. (heben auf).

L. Woran mag ich wohl gesehen haben, daß sich diese Brüche alle mit 5 würden heben lassen. K. An dem Umstande, daß in der Stelle ihrer Einer entweder eine Null oder 5 steht.

L. Richtig! Nun merkt auch, daß sich diejenigen Brüche, welche in der Stelle der Einer eine Null haben, auch mit 10 heben lassen. Zwey von den hier bemerkten Brüchen könnt ihr daher auch mit 10 aufheben, welches man am kürzesten dadurch bewerkstelligt, daß man die Null im Zähler und Nenner wegstreicht, wodurch, wie ihr wißt, jede Ziffer einen 10 Mahl niedrigern Werth erhält, als sie vorher hatte. — Nun sagt mir, ob sich dieser

Bruch

Bruch ($\frac{24}{36}\frac{18}{12}$) wohl mit 2 heben läßt? K. Ja wohl.

L. An welchem Merkmahle sieht man dieses? K. Daran, daß die Einzelnen mit 2 ohne Rest dividirt werden können.

L. Sollte er aber nicht auch mit 3 aufgehoben werden können? K. Auch dieß.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil die Summe der Ziffern ꝛc.

L. Wenn nun Jemand sagte: an diesem Bruche befinden sich die Merkmahle der Divisoren 2 und 3 zugleich, hätte der etwas falsches behauptet? K. Nein.

L. Und wenn er dann weiter spräche und sagte: deßhalb laßt er sich mit 6 aufheben; so hätte er ebenfalls Recht, wie ihr gleich sehen werdet, wenn ihr diesen Bruch mit 6 aufhebt. K. (heben mit 6 auf).

L. Wer weiß wohl jetzt, wenn sich ein Bruch mit 6 aufheben läßt? K. Wenn er die Merkmahle der Divisoren 2 und 3 zugleich hat. (Wenn er sich sowohl mit 2 als mit 3 aufheben läßt.)

L. Jetzt untersucht folgende Brüche*), und seht, mit welchen Zahlen sie sich nach und nach aufheben lassen. $\frac{600}{1080}$ ($= \frac{5}{9}$); $\frac{720}{1020}$ ($= \frac{12}{17}$); $\frac{612}{720}$ ($= \frac{17}{20}$); $\frac{3960}{5040}$ ($= \frac{11}{14}$); $\frac{1944}{2304}$ ($= \frac{27}{32}$); $\frac{1200}{1680}$ ($= \frac{5}{7}$); $\frac{630}{4050}$ ($= \frac{7}{45}$). — So wie wir

*) Man schreibe einen um den andern davon an die Tafel, und frage bey jedem, woran die Kinder erkennen, daß er mit diesem oder jenem Divisor gehoben werden kann.

wir Brüche, welche sowohl mit 2 als mit 3 aufgehoben werden können, auch mit dem Product aus 2 und 3, nämlich mit 6 heben können, so lassen sich Brüche, welche mit 3 und 4 gehoben werden können, auch mit dem Producte aus 3 und 4, nämlich mit 12 heben. Wenn wir demnach einen Bruch mit 12 heben möchten, so dürfen wir nur sehen, ob er sich sowohl mit 3 als auch mit 4 heben läßt. Untersucht diesen ($\frac{1}{1}\frac{3}{4}\frac{2}{4}$) und seht, ob man ihn mit 3 oder mit 4 heben kann. K. Man kann ihn mit beyden Zahlen heben.

L. Nun, da läßt er sich auch noch mit einer andern Zahl heben: mit welcher? K. Mit 12.

L. Woran erkennt man dieses? K. Daran, daß er sowohl mit 3 als auch mit 4 gehoben werden kann.

L. Gut! Hebt ihn jetzt mit 12. K. (rechnen

(12
132|11
144|12).

L. Jetzt sagt mir, ob sich dieser Bruch ($\frac{168}{288}$) auch mit 12 heben läßt. K. Er läßt sich mit dieser Zahl heben.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Wir sehen es daran, weil er sich sowohl mit 3 als mit 4 aufheben läßt.

L. So hebt ihn denn auch mit 12 auf. K.

(12
(rechnen: 168|14
288|24).

L. Nunmehr könnt ihr es einem Bruche gleich ansehen, ob er sich mit 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10

oder

oder 12 aufheben läßt. Sagt mir noch Ein Mahl, woran man gleich sehen kann, daß sich ein Bruch mit 2 heben läßt. K. Daran, wenn die Einzelnen im Zähler und Nenner mit 2 ohne Rest dividiri werden können.

L. Und wenn läßt er sich mit 3 heben? — u. s. w. Nun haben wir noch Merkmahle für die Divisoren 8 und 11 zu suchen; denn für den Divisor 7 läßt sich kein bequemes Merkmahl angeben, daher man am besten thut, wenn man Zähler und Nenner mit 7 wirklich dividirt, um zu erfahren, ob sich ein Bruch mit dieser Zahl heben lasse oder nicht. Um zu erkennen, ob sich ein Bruch mit 8 heben lasse, muß man untersuchen, ob seine Hunderte, wenn er deren hat, Zehende und Einzelne zusammen genommen mit 8 ohne Rest dividirt werden können. Ist dieses möglich, so kann der ganze Bruch mit 8 gehoben werden. Bestünde aber jede Zahl desselben nur aus 2 Stellen, so sagt euch gleich euer Einmahleins, ob ihr ihn mit 8 heben könnt oder nicht, da ihr wißt, daß nur die Zahlen 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88 und 96 mit 8 ohne Rest dividirt werden können. Da sich aber jeder Bruch, den man mit 8 heben, kann, auch mit 2 und 4 heben läßt, und Anfänger nicht so leicht beurtheilen können, ob sich die Hunderte, Zehende und Einzelne eines Bruchs mit 8 ohne Rest dividiren lassen, so können wir vor der Hand das Heben mit 8 entbehren, bis ihr geübt genug seyd, das Merkmahl für diesen Divisor gleich zu finden. —

Wollten wir uns versichern, daß wir eine Zahl mit 11 ohne Rest dividiren können, so müßten wir die gegebene Zahl 1) in Classen von der Rechten gegen die Linke theilen, und jeder Classe 2 Ziffern geben. Die letzte Classe linker Hand kann auch nur eine einzige haben Diese Ziffern (3|68|48|57) sind in Classen getheilt, wovon jede Classe, die letzte ausgenommen, 2 Ziffern hat. 2) Müßten wir jede Classe als eine bloße zweystellige Zahl lesen, in Gedanken von ihr so viel abziehen, bis wir auf eine Zahl kämen, die mit einerley Ziffern ausgedrückt werden kann, und das Abgezogene unten bemerken. In dem vorliegenden Falle müßten wir also von 57 in der ersten Classe 2 wegrechnen, so hätten wir 55, welches eine Zahl ist, die mit einerley Ziffern, nämlich mit 2 Fünfen ausgedrückt wird, und die Zahl 2 unten darunter schreiben. In der zweyten Classe müßten wir von 48 vier wegnehmen, so bekämen wir 44, welches wieder eine Zahl ist, die wir mit einerley Ziffern ausdrücken, und die abgezogenen 4 unten bemerken. In der dritten Classe müßten wir von 68 zwey wegnehmen, wodurch wir 66 bekämen, und die weggenommenen 2 würden unten hingesetzt. Die Zahl 3 in der vierten Classe müßte endlich ganz herabgerückt werden, so daß das Exempel folgende Gestalt

bekäme: 3|68|48|57.
3| 2| 4| 2.

3) Müßten wir die Reste alle addiren und sehen, ob die gefun-

fundene Summe mit 11 ohne Rest dividirt werden kann oder nicht. Im erstern Falle läßt sich die ganze in Classen getheilte Zahl mit 11 dividiren, im letztern aber nicht. Da 3 und 2 und 4 und 2 gerade 11 macht, welche Zahl auch mit 11 ohne Rest dividirt werden kann, so ist dieses ein Zeichen, daß man auch die ganze Zahl 3684857 mit 11 ohne Rest dividiren kann. Ich will mich nun bemühen, euch das jetzt Gesagte recht geläufig zu machen. Schreibt: 87295 — So! Theilt diese Zahl von der Rechten gegen die Linke in Classen und gebt jeder Classe 2 Ziffern. K. (theilen: 8|72|95).

L. Zieht von 95 so viel ab, bis ihr auf eine Zahl kommt, welche mit einerley Ziffern ausgedrückt wird, und setzt die abgezogene Zahl unter. K. (zählen zurück bis auf 88 und setzen 7 unter die 5).

L. Zieht von 72 so viel ab, bis ihr auf eine Zahl kommt, die mit einerley Ziffern angezeigt wird. K. (zähler 6 weg, und bemerken diese unter der 2).

L. Acht bleibt, weil es nur eine einstellige Zahl ist, unverändert, wird aber herab gesetzt, wie die abgezogenen Zahlen. (Das Exempel hat nun diese Gestalt: 8|72|95. / 8| 6| 7) Jetzt addirt 7 und 6 und 8 zusammen und seh, tob die gefundene Summe mit 11 aufgeht oder nicht. K. Die Summe ist 21 und geht nicht mit 11 auf.

L. Was könnt ihr hieraus erkennen? K. Daß auch die ganze Zahl 87295 nicht mit 11 aufgeht.

Auf diese Weise übe man die Kinder, bis ihnen diese Sache recht geläufig ist.

L. Jetzt untersucht, ob sich dieser Bruch ($\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{1}{3}$) mit 11 heben läßt oder nicht. K. (machen Anwendung von dem vorher Gelernten, und heben also:

(11
1 |
121|11).
143|13)
3 |

L. Hebt auch diesen Bruch $\frac{1}{2}\frac{9}{0}\frac{8}{9}$ *). K. (rechnen:

(11
8 |
198|18).
209|19)
9 |

L. Hier schreibe ich noch einige Brüche her, seht, ob ihr sie mit 11 heben könnt oder nicht. $\frac{2}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{3}$ ($= \frac{24}{23}$); $\frac{3}{4}\frac{8}{0}\frac{5}{7}$ ($= \frac{35}{37}$); $\frac{7}{9}\frac{0}{3}\frac{4}{5}$ ($= \frac{64}{85}$); $\frac{8}{1}\frac{2}{0}\frac{5}{6}\frac{7}{7}$ ($= \frac{75}{97}$); $\frac{4}{7}\frac{0}{8}\frac{8}{9}\frac{1}{8}$ ($= \frac{371}{718}$).

L. Betrachtet einmahl diesen Bruch ($\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{4}{0}$) und sagt, ob er sich mit 4 oder mit 3 aufheben läßt. K. Er läßt sich mit beyden Zahlen aufheben.

L. Woran

*) Diese Zahl in Classen nach der vorgeschriebenen Weise getheilt, sieht so aus: 2|09|. Da jede Classe nur eine einstellige Zahl hat, so werden gleich 9 und 2 addirt, welches 11 giebt.

L. Woran erkennt ihr dieses? K. (geben die Merkmahle an) *).

L. Nun merkt! Ein Bruch, der sich mit 2 verschiedenen Zahlen aufheben läßt, läßt sich auch zwey Mahl hinter einander, das eine Mahl mit der einen, das andere Mahl mit der andern dieser beyden Zahlen aufheben. Gesetzt nun, ihr hebt diesen Bruch mit 3 auf, so wißt ihr jetzt schon, mit welcher Zahl ihr den durch diese Hebung entstandenen heben könnt: mit welcher meynt ihr? K. Mit 4.

L. Woher wißt ihr denn schon, daß ihr den neu entstandenen Bruch noch Ein Mahl, und zwar mit 4 heben könnt? K. Weil wir den gegebenen mit 3 und 4 heben können, und ihn das erste Mahl mit 3 heben wollen.

L. Was habe ich euch nun von einem Bruche, der sich mit 2 verschiedenen Zahlen heben läßt, bekannt gemacht? K. Daß er sich 2 Mahl hinter einander, das eine Mahl mit der einen, das andere Mahl mit der andern dieser beyden Zahlen heben lasse.

L. Gut! Jetzt hebt diesen Bruch ($\frac{144}{156}$) erst mit 3, und den dadurch entstandenen mit 4. K. (heben).

L. Welches ist denn das Product aus 3 und 4? K. 12.

L. Sollte sich denn $\frac{144}{156}$ nicht auch mit 12 heben lassen? K. O ja.

*) Dergleichen Wiederhohlungen dürften nur manchem überflüßig scheinen.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil er sich mit 3 und 4 heben läßt.

L. Hebt ihn mit 12. K. heben:

(12
2 | 144 | 12
3 | 156 | 13
3 |

L. Ihr seht, daß ihr durch euer jetziges Heben auf einmahl die Zahlen gefunden habt, welche ihr vorhin nur durch zweymahliges Heben finden konntet. Woher dieses komme, will ich euch jetzt zeigen. Hier liegen 144 Bohnen: theilt sie in 3 gleiche Theile. K. (theilen).

L. Wie viel kommen auf jedes Drittel? K. 48.

L. Gesetzt nun, wir theilten jedes dieser Drittel wieder in 4 gleiche Theile, wie viel gleiche Theile bekämen wir dadurch aus der ganzen Anzahl 144? K. 3 Mahl 4. oder 12 Theile.

L. Wie hieße dann jeder dieser 12 Theile? K. Zwölftel.

L. Würde ich wohl auch erfahren, wie viel Bohnen auf das Zwölftel von 144 gehen, wenn ich nur einen dieser 3 Theile wieder in 4 gleiche Theile theilte? K. Allerdings!

L. Nun theilt eines dieser Drittel in 4 gleiche Theile und sagt, wie viel auf jeden Theil kommen? K. 12.

L. Der wie vielste Theil von 144 ist 12? K. Der zwölfte.

L. Wer sagt mir denn, auf welche Weise wir jetzt das Zwölftel von 144 gefunden haben? K. Erst haben wir 144 in Drittel, und eines derselben wieder in 4 gleiche Theile getheilt.

L. Gesetzt nun, ihr solltet von einer gewissen Zahl das Zwölftel suchen, könntet aber noch nicht mit 12 dividiren, wie könntet ihr denn doch das Zwölftel durch Hülfe der Division mit Ziffern finden? K. Wir dürften nur erst mit 3 (oder 4) und den gefundenen Quotienten mit 4 (oder 3) dividiren.

L. Richtig! Denn das Viertel von einem Drittel ist ja, wie ihr schon gelernt und an unsern Stäben gesehen habt, vom Ganzen das Zwölftel. Ihr werdet also einsehen, daß es einerley seyn müsse, ob wir eine Zahl mit 12 oder erst mit 3 und den gefundenen Quotienten wieder mit 4 dividiren. In beyden Fällen erhalten wir das Zwölftel von der ganzen Zahl. Wenn wir das Zwölftel auf die letztere Art suchen, so sagt man: wir haben der Divisor 12 in zwey kleinere, nämlich in 3 und 4 zerfällt. Natürlich kann man nicht bloß die Zahl 12, sondern jede Zahl, welche ein Product aus 2 andern ist, zerfällen. Denn einen Divisor zerfällen heißt: 2 Zahlen suchen, welche, wenn man sie mit einander multiplicirt, den Divisor zum Product geben. Die Zahl 15 z. B. kann zerfällt werden, weil sie ein Product aus 2 andern Zahlen ist: aus welchen wohl? K. Aus 3 und 5.

L. Recht! Wenn ich nun geschwind das 15tel von hundert finden sollte, ohne daß ich mit 15 dividiren könnte oder wollte, wie dürfte ich es nur machen? K. Ich dürfte 100 nur erst mit 5 oder 3 und den Quotienten mit 3 oder 5 dividiren.

L. Ganz recht! Hiebey merkt, daß es bequem ist, wenn wir da, wo es angeht, die erste Division mit der Zahl verrichten, die uns keinen Bruch verursacht. Wenn wir z. B. 100 mit 5 dividiren, so erhalten wir keinen Bruch; wenn wir aber diese Zahl mit 3 dividiren, so bekommen wir im Quotienten einen Bruch mit. Nun dividirt 100 mit 15 im Kopfe, zerfällt aber den Divisor in 3 und 5. Mit welcher dieser Zahlen wollt ihr zuerst dividiren? K. Mit 5.

L. Warum erst mit 5? K. Weil diese Zahl keinen Bruch läßt.

L. Nun! das Fünftel von 100? K. Ist 20.

L. Und das Drittel von 20? K. Ist 6 und $\frac{2}{3}$.

L. Nun wißt ihr auch das 15tel von 100: wie viel macht es? K. $6\frac{2}{3}$.

L. Freylich! Wie habt ihr denn diese Zahl gefunden? K. Wir haben erst von 100 das 5tel, und von diesem das 3tel wieder genommen.

L. Und der wie vielste Theil vom Ganzen ist das 3tel vom 5tel? K. Das 15tel.

L. Wir werden uns in der Folge in dieser Art, den verlangten Theil einer gewissen Zahl zu finden, noch mehr üben. Hier war es mir nur darum zu thun, euch zu zeigen, wie es kommt, daß, wenn wir einen Bruch hinter einander durch 2 Zahlen auf=

aufheben, wir denselben Bruch bekommen, den wir erhalten, wenn wir gleich das erste Mahl durch das Product dieser beyden Zahlen aufheben. — Jetzt sagt mir, mit welcher Zahl man diesen Bruch ($\frac{420}{480}$) aufheben kann. K. Mit 2, mit 3, mit 4 und mit 5.

Wir wollen nicht mit 2, sondern gleich mit 3, dann mit 4, und endlich mit 5 aufheben. K. (heben:

(3 (4 (5
1 | 2 | |
420 | 140 | 35 | 7
480 | 160 | 40 | 8
1 | | |

).

L. Die kleinste Benennung für den Bruch $\frac{420}{480}$ wäre also? K. $\frac{7}{8}$.

L. Jetzt multiplicirt die 3 Divisoren, womit ihr nach und nach aufgehoben habt, mit einander, indem ihr erstlich sagt: 4 Mahl 5 —? K. Ist 20.

L. Und dann 3 Mahl 20 ist —? K. 60.

L. Nun haben wir die Divisoren 3, 4 und 5 mit einander multiplicirt. Jetzt hebt mit 60, dem gefundenen Producte, den Bruch $\frac{420}{480}$. K. (heben:

(60
420 | 7
480 | 8

).

L. Nun habt ihr auch, wie vorhin, $\frac{7}{8}$. Jetzt sagt mir, ob wir am Ende verschiedene Brüche erhalten, wenn wir einen gegebenen Bruch das eine Mahl mit 2 oder mehrern kleinern Divisoren, das andere Mahl aber mit dem Producte aller dieser Divisoren

viſoren heben. K. Das giebt keine verſchiedenen Brüche.

L. Sie können auch nicht verſchieden ſeyn, da wir durch die 2te Verfahrungsart das Nämliche ausrichten, was wir durch die erſte ausrichten. In dem letzten Beyſpiele haben wir die Zahl 420 zuerſt getheilt — nun, in was für Theile? K. In Drittel.

L. 140 (hinzeigend) iſt alſo das Drittel von —? K. 420.

L. Hier habt ihr den Stab (Nro. 3.), unterſucht, wie viel Theilen ihr bekommt, wenn ihr jedes Drittel in 4 gleiche Theile theilet. K. Da bekommen wir 12 gleiche Theile.

L. Alſo 12tel. Da wir das Drittel von 420 wieder in 4 gleiche Theile getheilt haben, ſo müſſen wir auch 12tel erhalten haben, aber von welcher Zahl? K. Von 420.

L. Wie viel macht denn das 12tel von 420? K. 35.

L. Recht! Wenn wir nun jedes 12tel wieder in 5 gleiche Theile theilen, ſo müſſen wir 12 Mahl 5 Theile erhalten, und wie viel ſind das zuſammen? K. 60.

L. Der 5te Theil von einem 12tel heißt alſo —? K. Ein Sechzigſtel.

L. Gut! Da nun 7 der 5te Theil von 35, und dieſes der 12te von 420 iſt, der wie vielſte Theil von 420 muß denn da 7 ſeyn? K. Der 60ſte.

L. Wir haben alſo durch 3-mahliges Dividiren den 60ſten Theil von 420 gefunden. Den wie vielſten

sten Theil von 420 finden wir aber, wenn wir diese Zahl gleich mit 60 dividiren. K. Auch den 60sten.

L. Der 60ste Theil von 420 ist aber alle Mahl 7, wir mögen ihn auf ein Mahl, oder durch wiederhohltes Dividiren finden. Daraus seht ihr, daß es einerley ist, ob wir einen Bruch mehrmahls hinter einander, oder gleich auf Ein Mahl mit dem Producte der mehrern Divisoren oder seinem größten gemeinschaftlichen Maße aufheben. Merkt, was ich sage! Das Product der mehrern Divisoren, womit man einen Bruch nach und nach aufheben kann, heißt sein größtes gemeinschaftliches Maß, welchen Namen aber auch überhaupt die Zahl führt, womit man einen Bruch auf Ein Mahl auf seine kleinste Benennung bringen kann, wenn diese Zahl auch kein Product aus andern Zahlen wäre. Welche Zahl wird denn wohl das größte gemeinschaftliche Maß des Bruches $\frac{420}{480}$ seyn? K. 60.

L. Was heißt denn aber der Ausdruck: 60 ist das größte gemeinschaftliche Maß des Bruches $\frac{420}{480}$? K. 60 ist die Zahl, womit man diesen Bruch auf Ein Mahl auf seine kleinste Benennung bringen kann.

L. Könnt ihr mir wohl gleich sagen, welches das größte gemeinschaftliche Maß dieses Bruches $(\frac{420}{481})$ ist? K. Nein.

L. Nun sagt mir, ob man es jedem Bruche gleich ansehen kann oder nicht, welches sein größtes gemeinschaftliches Maß ist. K. Das kann man nicht jedem ansehen.

L. Freylich nicht! Auch geübtere Rechner, als ihr, würden des vorliegenden Bruches größtes gemeinschaftliches Maß nicht gleich angeben können. Da uns nun öfters daran gelegen ist, einen Bruch, dessen größtes gemeinschaftliches Maß nicht sogleich in die Augen fällt, auf seine kleinste Benennung zu bringen; so ist es nöthig, daß ihr ein Verfahren, wodurch man dasselbe finden kann, lernt. Gebt recht Achtung und merkt genau, was ich euch nach und nach werde thun heißen. Dividirt den Nenner dieses Bruches ($\frac{3}{3}\frac{4}{6}\frac{5}{8}$) durch seinen Zähler. Wer hat gemerkt, was ihr jetzt thun sollt? K. Wir sollen ꝛc.

L. Thut dieses. K. (dividiren: 345|368|1 / |345| / ——— / 23).

L. Jetzt habt ihr Ein Mahl dividirt oder die erste Division vorgenommen. Welche Zahl war der Divisor bey dieser ersten Division? K. 345.

L. Und welche Zahl ist der Rest, welcher bey dieser Division blieb? K. 23.

L. Nun macht den Rest dieser Division zu einem Divisor, und dividirt damit den vorigen Divisor. Der Bequemlichkeit und der leichtern Uibersicht wegen setzt den vorigen Divisor, welchet jetzt zum Dividendus wird, gleich rechts neben den Rest. K. (geben dem vorigen Exempel folgende Gestalt:

345

345 | 368 | 1
| 345 |
| 23 | 345 | 15).
| 23 : |
115
115

L. Weil der letzte Divisor in 345 gerade aufgieng, d. h. keinen Rest ließ, so ist das ein Kennzeichen, daß er das größte gemeinschaftliche Maß des gegebenen Bruches ist. Mit 23 muß sich also dieser Bruch heben lassen. Seht, ob ich Recht habe:

(23
11 |
345 | 15
368 | 16).
13 |

K. (heben:

L. Dieß ist die kleinste Benennung, die wir diesem Bruche geben können. Wer kann mir jetzt sagen, wie wir das größte gemeinschaftliche Maß zu unserm gegebenen Bruche gefunden haben? K. Wir haben erstlich den Nenner durch den Zähler dividirt: zweytens mit dem durch diese Division erhaltenen Rest den vorigen Divisor wieder dividirt.

L. Und woran sahen wir, daß der letztere Divisor das größte gemeinschaftliche Maß des gegebenen Bruches seyn müsse? K. Daran, daß er im Dividendus aufgieng.

L. Rich-

L. Richtig! Jetzt wollen wir auf die nehmliche Weise das größte gemeinschaftliche Maß zu diesem Bruche ($\frac{253}{115}$) suchen. Was werdet ihr nun thun müssen? K. Wir müssen den Nenner mit dem Zähler dividiren.

L. Thut dieses. K. (nehmen nur erst die Division A vor, ich setze aber das Exempel gleich in der Gestalt her, die es nach und nach bekommt:

A) 253 | 115 | 2
| 506 |

B) 209 | 253 | 1
| 209 |

C) 44 | 209 | 4
| 176 |

D) 33 | 44 | 1
| 33 |

E) | 11 | 33 | 3).
| 33 |

L. Nun haben wir, wie vorhin, einen Rest, nämlich 209: was werden wir damit machen? K. Wir dividiren damit in den vorigen Divisor.

L. Recht! Thut dieses. K. (vermehren das Exempel mit B).

L. Da wir bey dieser Division wieder einen Rest, nämlich 44 erhielten, so kann der Divisor 200 nicht das gesuchte gemeinschaftliche Maß seyn. Wir müssen deßhalb noch eine Division vornehmen

und

und den zuletzt erhaltenen Rest zum Divisor, den vorigen Divisor aber zum Dividendus machen. Wie wollt ihr also wohl rechnen? K. (fügen C hinzu).

L. Wir haben also hier wieder einen Rest. Sollte wohl der letzte Divisor, 44 nämlich, das gesuchte gemeinschaftliche Maß seyn können? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil er in seinem Dividendus nicht aufgeht.

L. Gut! Was glaubt ihr wohl, daß wir mit diesem Reste jetzt thun müssen? K. Wir müssen damit den vorigen Divisor dividiren.

L. Getroffen! Thut dieses. K. (vermehren das Exempel mit D).

L. Glaubt ihr, daß 33 das gesuchte größte gemeinschaftliche Maß sey? K. Nein.

L. Warum glaubt ihrs nicht? K. Weil diese Zahl nicht in ihrem Dividendus aufgeht.

L. Was werdet ihr daher mit dem erhaltenen Reste 11 thun? K. Wir müssen damit wieder den vorigen Divisor dividiren.

L. Ganz recht! Dividirt nur. K. (fügen E hinzu).

L. Endlich habt ihr einen Divisor gefunden, der in seinem Dividendus aufgieng, und daraus könnt ihr erkennen — nun, was meynt ihr? K. Daß er (dieser Divisor) das größte gemeinschaftliche Maß des gegebenen Bruches ist.

L. Richtig! Mit 11 läßt sich unser Bruch heben. Hebt ihn nun mit dieser Zahl. K. (heben:

(11

3 |

253 | 23).

715 | 65

5 |

L. Jetzt haben wir die kleinste Benennung für unsern gegebenen Bruch; denn $\frac{23}{65}$ läßt sich nicht mehr aufheben*). Jetzt sucht mir auch auf die erst an-

*) Grund des obigen Verfahrens: Wenn eine kleinere Zahl in einer größern aufgeht, so ist die kleinere das größte gemeinschaftliche Maß für beyde. Denn da sich jede Zahl mit sich selbst ohne Rest dividiren läßt, so braucht sie ja nur noch in einer andern aufzugehen, um für diese und für sich das größte gemeinschaftliche Maß seyn zu können. Daher können wir z. B. 7/21 mit 7 aufheben. Geht aber die kleinere nicht in der größern auf, so kann ihr größtes gemeinschaftliches Maß, wenn anders eins Statt findet, kein anderes, als eine solche Zahl seyn, welche in dem Reste, der bleibt, wenn wir die größere mit der kleinern dividiren, und in dem Divisor nicht nur zugleich aufgeht, sondern auch das größte gemeinschaftliche Maß für diese beyden Zahlen ist. Wenn wir z. B. 44 mit 12 dividiren, so bleibt der Rest 8. Eine Zahl, welche für diesen Rest 8 und den Divisor 12 das größte gemeinschaftliche Maß ist, muß es auch für den Divisor 12 und den Dividendus 44 seyn. Denn da 44 aus 3 Mahl 12 und 8 besteht, so muß ja die Zahl, welche

angezeigte Weise das größte gemeinschaftliche Maß dieses Bruches ($\frac{260}{780}$). K. (dividiren: $\begin{array}{r|l|l} 260 & 780 & 3 \\ & 780 & \end{array}$).

L. Hier welche im Divisor 12 aufgeht, auch in den 3 Zwölfen des Dividendus aufgehen: geht sie nun überdieß auch in dem Reste 8 auf, so folgt, daß sie auch in 44 aufgehen müsse. Wem dieß nicht deutlich ist, der stelle sich die Sache also vor:

Divisor	Dividendus
12	12
	12
	12
	8
	44

Wenn eine Zahl das größte gemeinschaftliche Maß für 8 (den Rest) und 12 (den Divisor) ist; so muß sie eben deßwegen, weil sie Ein Mahl in 12 aufgeht, in jeder Zwölfe, oder in jeder Zahl, die aus lauter Zwölfen zusammengesetzt ist, aufgehen. Sie muß also, da sie in 8 und 12 aufgehen soll, in allen Theilen, in welche der Dividendus hier zerlegt ist, aufgehen. Geht sie aber in allen seinen Theilen (12 + 12 + 12 + 8) auf, so muß sie auch im Ganzen, also in der Summe 44 aufgehen. Die größte Zahl, mit der wir in 12 und 8 dividiren können, ist 4, folglich ist diese Zahl das größte gemeinschaftliche Maß für 12 und 44. — Sind uns nun 2 Zahlen, z. B. $\frac{253}{715}$ gegeben, um ihr größtes gemeinschaftl. Maß zu suchen, so dividiren wir wie S. 140. Hiebey schließen wir also: entweder ist die Zahl 253 selbst das größte gemeinschaftliche Maß oder nicht. Ist sie es, so muß sie in der andern (715) aufgehen;

L. Hier ist schon bey der ersten Division der Divisor im Dividendus aufgegangen, wir können daher schon

geben; ist sie es nicht, so läßt sie uns einen Rest. Wir dividiren und finden den Rest B (209). Nun schließen wir weiter: wenn 253 und 715 ein gemeinschaftl. Maß haben, so kann dieß keine andere Zahl seyn, als diejenige, welche im Reste 209 und dem Divisor 253 aufgeht. Es kommt also nur darauf an, zu erforschen, welches — um gleich das größte gemeinschaftliche Maß zu finden — der größte Divisor ist, womit beyde (209 und 253) aufgehen. Wir sind aber hier wieder in dem vorigen Falle, und müssen sehen, ob 209 in 253 aufgeht oder nicht. Wir finden durch die deßhalb angestellte Division den Rest C (44), und schließen wieder: das größte gemeinschaftliche Maß für 209 und 253 muß der größte Divisor seyn, mit welchem 44 und 209 aufgehen. Um zu sehen, ob es etwa 44 selbst sey, dividiren wir damit in 209 und finden den Rest D (33). Wir fahren fort zu schließen: wenn 44 und 209 ein größtes gemeinschaftliches Maß haben, so ist dieß der größte Divisor, womit wir in den Rest 33 und den Divisor 44 ohne Rest dividiren können. Dieß kann aber ebenfalls keine andere Zahl seyn, als diejenige, welche zugleich das größte gemeinschaftliche Maß für 33 und den Rest E abgiebt. Durch die wiederhohlte Division mit 11 in 33 sehen wir, daß 11 selbst das größte gemeinschaftliche Maß für den Rest E und den Divisor D ist. Nun schließen wir folgender Maßsen: da die Zahl 11 das größte gemeinschaftliche Maß für den Rest 11 und den Divisor 33 ist, so muß sie es auch für 33 und den Dividendus 44 seyn, da diese Zahl aus 33 + 11 besteht. Was aber das größte gemeinschaftliche Maß für 33 als Rest und den Divisor

schon wissen, welches das gesuchte größte gemeinschaftliche Maß ist; welches meynt ihr? K. 260.

L. Recht! Bringt nun unsern gegebenen Bruch auf seine kleinste Benennung. K. (rechnen:

$$\left(\frac{260}{780}\middle|\frac{1}{3}\right).$$

L. Was hätten wir denn wohl thun müssen, wenn wir bey der vorhergegangenen Division einen Rest bekommen hätten? K. Dann hätten wir mit diesem Reste in den vorigen Divisor dividiren müssen.

L. Und wenn wir bey dieser zweyten Division wieder einen Rest bekommen hätten? K. Dann hätten wir auch mit diesem in den vorhergehenden Divisor dividiren müssen.

L. Wie lange hätten wir denn aber dieses Geschäft fortzusetzen nöthig gehabt? K. Bis wir ei-

 nen

für 44 ist, muß es auch für den Divisor 44 und den Dividendus 209 seyn, da diese Zahl aus 44 + 44 + 44 + 44 + 33 besteht. Also ist 11 auch das größte gemeinschaftliche Maß für 44 und 209. Das gemeinschaftliche Maß für diese beyden Zahlen, wovon 44 der Rest und 209 der Divisor ist, muß es aber nothwendig auch für 209 und den Dividendus 253 seyn. 11 ist also auch für diese beyden Zahlen das größte gemeinschaftliche Maß. Hieraus folgt aber, wie bisher, daß diese Zahl 11 auch das größte gemeinschaftliche Maß für 253 und 715 ist, da letztere Zahl aus 253 + 253 + 209 besteht. Durch diese Kette von Schlüssen liegt klar vor Augen, daß 11 das größte gemeinschaftliche Maß für den Bruch $\frac{253}{715}$ seyn müsse.

nen Divisor gefunden hätten, der in seinem Dividendus aufgegangen wäre.

L. Und was hätten wir mit diesem letzten Divisor, welcher im Dividendus aufgegangen wäre, thun müssen? K. Damit den gegebenen Bruch aufheben.

L. Recht gut! Wer wird mir denn jetzt im Zusammenhange sagen können, wie man das größte gemeinschaftliche Maß eines gegebenen Bruches findet? K. Man dividirt den Renner durch den Zähler, und sieht, ob letzterer im erstern aufgeht oder nicht. Geht er auf, so ist das ein Zeichen, daß er selbst das größte gemeinschaftliche Maß ist. Geht er aber nicht auf, so macht man den Rest zum Divisor, und den vorigen Divisor zum Dividendus und dividirt wieder. Erhält man auch dann einen Rest, so wird dieser zum Divisor und der vorige Divisor zum Dividendus gemacht; und auf diese Weise setzt man das Dividiren fort, bis man auf einen Divisor kommt, welcher in seinem Dividendus aufgeht. Und dieser Divisor ist das größte gemeinschaftliche Maß des gegebenen Bruches.

L. So ist es recht! Jetzt merkt noch, daß, wenn am Ende der Divisor 1 wird, sich der Bruch gar nicht aufheben läßt. Denn wenn wir mit 1 einen Bruch heben wollten, so würden wir immer die nämlichen Zahlen wieder erhalten. Wollte z. B. Jemand sehen, ob dieser Bruch ($\frac{18}{35}$) noch ein gemein-

meinschaftliches Maß habe oder nicht, so würde seine deßhalb angestellte Rechnung also aussehen:

18 | 35 | 1
| 18 |
17 | 18 | 1
| 17 |
1 | 17 | 17.

Der letzte Divisor wäre 1, womit er die Zahlen 18 und 25 nicht verkleinern könnte, wenn er sie auch damit dividirte. — Nun sucht auf die angegebene Weise das größte gemeinschaftliche Maß zu folgenden Brüchen: $\frac{391}{425}$ (= $\frac{23}{25}$); $\frac{1055}{1885}$ (= $\frac{217}{377}$); $\frac{2566}{6088}$ (= $\frac{8}{9}$); $\frac{1626}{2176}$ (= $\frac{3}{4}$); $\frac{2700}{3960}$ (= $\frac{15}{22}$); $\frac{11116}{21170}$ (= $\frac{18}{35}$); $\frac{12}{32}$ (= $\frac{3}{8}$); $\frac{25}{45}$ (= $\frac{5}{9}$); $\frac{36}{84}$ (= $\frac{3}{7}$).

L. Jetzt wollen wir uns bemühen von mehrern Brüchen die kleinste Benennung im Kopfe zu behalten, oder sie wenigstens gleich ohne Hülfe der Ziffern zu finden. Wir wollen hiezu unsere Stäbe wieder zu Hülfe nehmen. Wie heissen diese beyden Stücken (von Nro. 2.)? K. Hälften.

L. Wie viel Stücke bekommen wir denn, wenn wir jede dieser beyden Hälften wieder in 2 gleiche Theile theilen? K. Vier

L. Und wie heißen die Stücke? K. Viertel.

L. Wie viel Viertel bekommen wir denn aus einem Halben? K. Zwey.

L. Wenn ich nun diese 2 Stücke (von Nro. 4.) hieher, und dieses Stück (von Nro. 2) hieher lege: auf welcher Seite liegt alsdann ein größerer Bruch? K. Auf keiner. (Der eine dieser Brüche ist so groß als der andere.)

L. Was könnt ihr also statt $\frac{2}{4}$ für einen Ausdruck nehmen? K. $\frac{1}{2}$.

L. Gut! Ich will dieses an der Tafel bemerken, indem ich herschreibe: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Wer kann dieses lesen? K. $\frac{2}{4}$ sind gleich einem Halben. ($\frac{2}{4}$ sind so viel als ein Halbes.)

L. Ganz recht! Hier habe ich, wie ihr seht, lauter Viertel (Nro. 4). Sagt mir, wie viel ich Stücke bekomme, wenn ich jedes Viertel in 2 gleiche Theile zerlege. K. 8.

L. Und wie heißt dann jedes Stück? K. Achtel.

L. Sucht mit den Stab, welcher in Achtel getheilt ist. K. (suchen Nro. 8.).

L. Nun sagt mir, wie sich ein Achtel zu einem Viertel verhält. K. Ein Achtel ist zwey Mahl kleiner als ein Viertel.

L. Wie viel Viertel muß ich also aus 2 Achteln erhalten? K. Eins.

L. Und aus 4 Achteln? K. Zwey Viertel oder ein Halbes.

L. Und wie viel Viertel müssen $\frac{6}{8}$ seyn? K. $\frac{3}{4}$

L. Das wollen wir wieder an die Tafel also schreiben: $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Wer liest mir dieses her? K. $\frac{2}{8}$ sind gleich $\frac{1}{4}$ ꝛc.

L. Jetzt will ich aber die kleinste Benennung dieser Brüche weglassen, und nur herschreiben: $\frac{2}{8}$; $\frac{4}{8}$;

$\frac{4}{8}$; $\frac{6}{8}$, und sehen, wer mir sie, diese kleinste Benennung, gleich angeben kann. K. (geben sie an).

L. Wenn ich nun jedes Achtel in 2 gleiche Theile theilte, wie viel müßte ich denn Stücke bekommen? K. 16.

L. Und wie müßten sie heißen? K. Sechzehntel.

L. Freylich! Wenn ich jedes dieser Achtel in der Mitte entzwey schnitte, so würde dieser Stab so eingetheilt, wie dieser da (Nro. 16). Nun sagt mir, wie sich $\frac{1}{16}$ zu $\frac{1}{8}$ verhält. K. $\frac{1}{16}$ ist zwey Mahl kleiner als $\frac{1}{8}$.

L. Wie viel Achtel können sonach aus $\frac{2}{16}$ werden? K. Ein einziges.

L. Wie viel Achtel geben aber 4 Sechzehntel? K. Zwey.

L. Wie viel sind aber dieses Viertel? K. Eins.

L. Gut! Seht her, $\frac{1}{4}$ ist gerade so groß als diese $\frac{4}{16}$. Die kleinste Benennung für $\frac{4}{16}$ wäre also —? K. $\frac{1}{4}$.

L. Welches möchte denn wohl die kleinste Benennung für $\frac{6}{16}$ seyn? K. $\frac{3}{8}$.

L. Und für $\frac{8}{16}$? K. $\frac{1}{2}$.

L. Und für $\frac{10}{16}$? K. $\frac{5}{8}$.

L. Und für $\frac{12}{16}$? K. $\frac{3}{4}$.

L. Und für $\frac{14}{16}$? K. $\frac{7}{8}$.

L. Gut! Damit ihr euch aber auch durch den Augenschein überzeugt, daß ihr jetzt richtig geantwortet habt, so wollen wir $\frac{4}{16}$ neben $\frac{1}{4}$, $\frac{6}{16}$ neben $\frac{3}{8}$ ꝛc. legen. — So! Nun seht ihr, daß immer der eine von 2 dieser neben einander liegenden Brüchen so groß als der andere ist. Ich will also wie-

der an die Tafel schreiben: $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$; $\frac{4}{16} = \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$; $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$; $\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$; $\frac{12}{16} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$. Wie wird dieß alles gelesen? K. (lesen).

L. Auch jetzt will ich die kleinsten Benennungen dieser Brüche wieder weglöschen und sehen, ob ihr sie mir doch angeben könnt. K. (geben sie an).

K. Wie viel Stücke würde ich wohl bekommen, wenn ich jedes Sechzehntel wieder in 2 gleiche Theile theilte? K. 32.

L. Und wie hießen diese Stücke? K. Zwey und dreyßigstel.

L. Wie verhält sich denn $\frac{1}{32}$ zu $\frac{1}{16}$? K. $\frac{1}{32}$ ist zwey Mahl kleiner als $\frac{1}{16}$.

L. Wie viel 32stel gehen denn also auf ein 16tel? K. Zwey.

L. Welches mag wohl die kleinste Benennung für $\frac{4}{32}$ seyn? K. $\frac{1}{8}$.

L. Und für $\frac{6}{32}$? K. $\frac{3}{16}$. U. s. w.

Auf diese Weise bringe man die Kinder dahin, daß sie nach und nach von folgenden Brüchen, deren Anzahl jeder Lehrer nach Befinden der Umstände vermehren oder vermindern kann, die kleinste Benennung aus dem Kopfe angeben lernen.

$\frac{2}{6}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{10}{12}$; $\frac{2}{24}$; $\frac{4}{24}$; $\frac{8}{24}$; $\frac{10}{24}$; $\frac{12}{24}$; $\frac{14}{24}$; $\frac{16}{24}$; $\frac{20}{24}$; $\frac{22}{24}$; $\frac{2}{48}$; $\frac{4}{48}$; $\frac{8}{48}$; $\frac{10}{48}$; $\frac{14}{48}$; $\frac{16}{48}$; $\frac{20}{48}$; $\frac{24}{48}$ ꝛc. $\frac{2}{10}$; $\frac{4}{10}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{2}{20}$; $\frac{4}{20}$; $\frac{6}{20}$; $\frac{8}{20}$; $\frac{10}{20}$; $\frac{12}{20}$; $\frac{14}{20}$; $\frac{16}{20}$; $\frac{18}{20}$; $\frac{2}{40}$; $\frac{4}{40}$ ꝛc. $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{14}$; $\frac{6}{14}$; $\frac{8}{14}$; $\frac{10}{14}$; $\frac{12}{14}$; $\frac{2}{28}$; $\frac{4}{28}$; $\frac{6}{28}$; $\frac{8}{28}$; $\frac{10}{28}$; $\frac{12}{28}$; $\frac{14}{28}$ ꝛc. $\frac{2}{18}$; $\frac{4}{18}$; $\frac{8}{18}$; $\frac{10}{18}$; $\frac{14}{18}$; $\frac{16}{18}$; $\frac{2}{36}$; $\frac{4}{36}$; $\frac{8}{36}$;

$\frac{8}{36}$; $\frac{10}{36}$; $\frac{14}{36}$; $\frac{16}{36}$; $\frac{18}{36}$ ꝛc. *) $\frac{3}{6}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{6}{9}$; $\frac{3}{27}$; $\frac{6}{27}$; $\frac{9}{27}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{15}{27}$ ꝛc. $\frac{3}{12}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{3}{15}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{9}{15}$; $\frac{12}{15}$; $\frac{3}{18}$; $\frac{6}{18}$; $\frac{9}{18}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{15}{18}$; — $\frac{3}{21}$; $\frac{6}{21}$; $\frac{9}{21}$; $\frac{12}{21}$; $\frac{15}{21}$; $\frac{18}{21}$ — $\frac{3}{24}$; $\frac{6}{24}$; $\frac{9}{24}$; $\frac{15}{24}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{21}{24}$ — $\frac{3}{30}$; $\frac{6}{30}$; $\frac{9}{30}$; $\frac{12}{30}$; $\frac{15}{30}$ ꝛc. — $\frac{3}{33}$; $\frac{6}{33}$; $\frac{9}{33}$; $\frac{12}{33}$; $\frac{15}{33}$; $\frac{18}{33}$; — $\frac{3}{36}$; $\frac{6}{36}$; $\frac{9}{36}$; $\frac{12}{36}$; $\frac{15}{36}$ ꝛc. — $\frac{5}{10}$; $\frac{5}{15}$; $\frac{10}{15}$; — $\frac{5}{20}$; $\frac{15}{20}$; — $\frac{5}{25}$; $\frac{10}{25}$; $\frac{15}{25}$; $\frac{20}{25}$; — $\frac{5}{30}$; $\frac{10}{30}$; $\frac{15}{30}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{25}{30}$; — $\frac{5}{35}$; $\frac{10}{35}$; $\frac{15}{35}$; $\frac{20}{35}$ ꝛc. — $\frac{5}{40}$; $\frac{10}{40}$; $\frac{15}{40}$; $\frac{20}{40}$; $\frac{25}{40}$ ꝛc. — $\frac{5}{45}$; $\frac{10}{45}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{20}{45}$; $\frac{25}{45}$ ꝛc. — $\frac{6}{18}$; $\frac{12}{18}$. — $\frac{6}{24}$; $\frac{18}{24}$. — $\frac{6}{42}$; $\frac{12}{42}$; $\frac{18}{42}$; $\frac{24}{42}$; $\frac{30}{42}$; $\frac{36}{42}$.

p) Brüche

*) Diese und ähnliche Brüche lasse man so aufheben, daß die Kinder Zähler und Nenner so lange halbiren, als es angeht. Z. B. 20/48 sind 10/24, und dieß macht 5/12. 16/48 sind 8/24, und diese geben 4/12, diese 2/6, und diese endlich 1/3. Bey diesem letztern Falle sage man auch den Kindern, daß, weil 24/24 zu einem Ganzen gehören, 8/24 gerade 1/3 ausmachen müssen, weil 8 der dritte Theil von 24 ist. Man lasse überall, wo es angeht, so schließen; weil der Zähler 1/2, 1/3 1/4, 1/5 ꝛc. Mahl so groß als der Nenner ist, so ist der vorliegende Bruch 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 ꝛc. vom Ganzen.

p) Brüche mit verschiednen Nennern werden ohne Veränderung ihres Werthes auf einerley Benennung gebracht.

L. Was müßte ich wohl thun, wenn ich diesen Bruch ($\frac{1}{2}$ anschreibend) mit größern Zahlen ausdrücken, jedoch seinen Werth nicht verändern wollte? K. Da müßten Sie seinen Zähler und Nenner mit einerley Zahl multipliciren.

L. Welches wäre denn die niedrigste Zahl, womit ich multipliciren und Zähler und Nenner vergrößern könnte? K. Die Zahl 2.

L. Mit welcher Zahl könnte ich wohl sonst noch diesen Bruch im Zähler und Nenner multipliciren? K. Mit jeder andern.

L. Freylich! Denn jede gegebene Zahl läßt sich mit jeder andern multipliciren. Jetzt multiplicirt $\frac{1}{2}$ erstlich mit 2, dann mit 3, dann mit 4, endlich mit 5. K. (schreiben an:

2) 3) 4) 5)

$\frac{1}{2}\frac{|2}{|4}$; $\frac{1}{2}\frac{|3}{|6}$; $\frac{1}{2}\frac{|4}{|8}$; $\frac{1}{2}\frac{|5}{|10}$).

L. Um wie viel ist denn immer der nächstfolgende dieser Nenner größer als der nächstvorhergehende? K. Um 2.

L. Sollte denn, wenn ihr fortführet in der angefangenen Ordnung zu multipliciren, und z. B. sprächet: 6 Mahl 2; 7 Mahl 2 ꝛc. nicht auch einmahl ein Nenner zum Vorschein kommen, der nur um 1 größer als der nächstvorhergehende wäre? K. Nein.

L. War-

L. Warum denn nicht? K. Eben weil die vorhergehende Zahl immer um 2 vermehrt wird.

L. Richtig! Wer erst 1 Mahl 2, dann wo anders hin 2 Mahl 2, und wieder an eine andere Stelle 3 Mahl 2 u. s. f. legt, der bekommt lauter Zahlen, die, der Ordnung nach genommen, immer um 2 unterschieden sind. Gesetzt nun, ich habe $\frac{1}{2}$ und will den Zähler und Renner dieses Bruches mit der niedrigsten ganzen Zahl, die möglich ist, multipliciren, mit welcher kann ich dieses thun? K. Mit 2.

L. Und welchen Renner bekomme ich dadurch? K. Den Renner 4.

L. Wenn ich nun aber durch Multiplication gerade einen solchen Bruch aus $\frac{1}{2}$ machen wollte, dessen Renner 3 wäre, mit welcher Zahl müßte ich denn da multipliciren? K. Eine solche Zahl giebt es nicht.

L. Richtig! Keine einzige ganze Zahl giebt, wenn man mit ihr die Zahl 2 multiplicirt, zum Product 3. Und hieraus seht ihr, daß man aus einem Halben keine Drittel macheu (die Hälften nicht eben so gut in Drittel als in Viertel, Sechstel ꝛc. verwandeln) kann. Zwar kann ich von diesem halben Stabe (Nro. 2.) ein Stück abschneiden, welches einem Drittel vom Ganzen gleich kommt, wie ihr gleich sehen könnt, wenn ich dieses Drittel (von Nro. 3.) an diese Hälfte (von Nro. 2.) lege; allein dann wäre das übrige Stück dem abgeschnittenen nicht gleich. Und eine solche Verwandlung geht bey der Bruchrechnung nicht an: immer müssen da die Theile, wenn sie aufs Neue eingetheilt werden, in

gleiche

gleiche Theile getheilt werden. Ein Halbes mag ich aber theilen, wie ich will, so kann ich, wenn die Theile gleich werden sollen, keine Drittel daraus machen. Denn wenn ich es nur Einmahl von einander schnitte und 2 gleiche Theile daraus machte, so würde ich Viertel, also schon kleinere Stücke als ein Drittel erhalten. — Das zweyte von unsern Exempeln an der Tafel zeigt euch, daß, wenn ihr $\frac{1}{2}$ im Zähler und Nenner mit 3 multiplicirt, ihr einen Bruch erhaltet, dessen Nenner 6 ist. Nun sagt mir, ob wir aus $\frac{1}{2}$ wohl einen Bruch durch Multiplication erhalten können, dessen Nenner 5 wäre? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil es keine ganze Zahl giebt, die mit 2 multiplicirt das Product 5 gäbe.

L. Freylich! Multipliciren wir 2 mit 2, so ist das Product 4; multipliciren wir 2 mit der nächst höhern Zahl, nämlich mit 3, so ist das Product 6, also schon mehr als 5. Jetzt werdet ihr mir sagen können, ob sich ein Halbes so eintheilen läßt, daß wir lauter 5tel daraus bekommen. K. Das ist nicht möglich.

L. Freylich nicht! Denn schnitte ich, wie ich erst gesagt habe, diesen halben Stab nur Ein Mahl in der Mitte entzwey, so bekämen wir — ? K. Viertel.

L. Schnitte ich ihn aber zwey Mahl entzwey und machte die dadurch entstehenden 3 Stücke einander gleich, so erhalten wir — ? K. Sechstel.

L. Und was für Theile erhielten wir, wenn ich 4 gleiche Stücke daraus machte? K. Achtel.

L. Also

L. Also auf keinen Fall Fünftel. Aber seht, ich kann doch dieses Fünftel (von Nro. 5.) ein paar Mahl auf den halben Stab legen, er enthält ja also doch Fünftel? K. Ja, aber dann bleibt ein Stück übrig, welches kein Fünftel ist.

L. Das ist die Sache. Und ein solches Zertheilen in ungleiche Stücke darf beym Rechnen, wie ich schon erinnert habe, nicht Statt finden. — Daß man diesem Bruche ($\frac{1}{2}$) andere Nenner geben kann, ohne dabey seinen Werth zu verändern, zeigen euch diese Beyspiele an der Tafel. Kann man ihm aber jeden Nenner, den man will, geben? K. Nein.

L. Was verneinet ihr jetzt? K. Daß man diesem Bruche ($\frac{1}{2}$) jeden Nenner, den man will, geben könne.

L. Gut! Dieß merkt euch einstweilen. Unsere Exempel wollen wir stehen lassen und daneben noch einige schreiben. Multiplicirt den Bruch $\frac{1}{3}$ auch mit 2, 3, 4 und 5. K. (schreiben: $\frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$; $\frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3}{9}$; $\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$; $\frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$).

L. Wie heißen die Nenner, die ihr jetzt nach und nach erhalten habt? K. 6, 9, 12, 15.

L. Diese Zahlen, die ihr jetzt dadurch erhalten habt, daß ihr 3 nach und nach mit 2, 3, 4 und 5 multiplicirtet, sagen euch, daß ihr die Drittel in 6tel, 9tel, 12tel, 15tel verwandeln könnt. Sollte

es

es aber wohl möglich seyn, ein Drittel in lauter 4tel, 5tel, 7tel, 8tel zu verwandeln? K. Nein.

L. Freylich nicht! Denn was für Theile entstehen, wenn wir ein 3tel nur in 2 gleiche Theile theilen? K. 6tel.

L. Also weder 4tel. noch 5tel. Und was für Theile bekommen wir, wenn wir dieses Drittel (von Nro. 3.) in 3 gleiche Theile zerlegen? K. 9tel.

L. Also weder 7tel noch 8tel. Nunmehr seyd ihr im Stande mir zu sagen, ob man einem gegebenen Bruche jede beliebige Zahl, oder nur manche Zahlen zum Nenner geben dürfe, im Falle man nämlich den Bruch, ohne seinen Werth zu verändern, durch größere Zahlen ausdrücken will. K. Nur manche Zahlen.

L. Gut! Aber welche? K. —

L. Das Merkmahl dieser Zahlen sollt ihr jetzt gleich kennen lernen. Nehmt einmahl den Nenner des gegebenen Bruches $\frac{1}{2}$ und seht, ob er in den Nennern der übrigen Brüche, die mit $\frac{1}{2}$ einerley Werth haben, und hier an unserer Tafel bezeichnet sind, aufgeht oder nicht. K. Er geht darin auf.

L. Seht jetzt, ob auch der Nenner von $\frac{1}{3}$ in den Nennern der übrigen Brüche, welche wir aus $\frac{1}{3}$ gemacht haben, aufgeht. K. Auch der geht in diesen Nennern auf.

L. Ist wohl folgende Behauptung richtig: als wir den Bruch $\frac{1}{2}$ mit größern Zahlen ausdrückten, so nahmen wir immer eine solche Zahl zum Nenner, in welcher der Nenner des gegebenen Bruches nicht aufgieng. K. Diese Behauptung ist nicht richtig.

L. Wer

L. Wer kann sie berichtigen? K. Als wir den Bruch $\frac{1}{2}$ — — in welcher der Nenner des gegebenen Bruches aufgieng.

L. Und was für Zahlen nahmen wir zu Nennern, als wir $\frac{1}{3}$ nach und nach mit größern Zahlen ausdrückten? Solche, worin der Nenner 3 aufgeht, oder andere? K. Solche, worin der Nenner 3 aufgeht.

L. Richtig! Wer jetzt recht Achtung gegeben hat, der kann mir wahrscheinlich sagen, was für eine Beschaffenheit eine Zahl haben muß, welche zum Nenner eines gegebenen Bruches, den wir mit grössern Zahlen ausdrücken wollen, tauglich seyn soll. K. Sie muß so beschaffen seyn, daß in ihr der Nenner des gegebenen Bruches aufgeht.

L. Getroffen! Könnt ihr denn jetzt wohl den Bruch $\frac{1}{4}$ mit größern Zahlen ausdrücken? K. O ja.

Mit welchen z. B.? K. Mit $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{16}$ ꝛc.

L. Könnt ihr aber auch $\frac{1}{4}$ mit einem andern Bruche ausdrücken, dessen Nenner 6, oder 7, oder 9 ist? K. Nein.

L. Woher wißt ihr gleich, daß dieses nicht angeht? K. Weil 6, 7 und 9 keine Zahlen sind, in denen der Nenner des gegebenen Bruches $\frac{1}{4}$ aufgeht.

L. Das heißt mit andern Worten: ein 4tel kann man weder in 6tel, noch in 7tel oder 9tel verwandeln. Nun sagt mir doch, welche Benennungen Theile führen können, die ich aus einem 5tel

mache? K. Diese können 10tel, 15tel, 20stel, 25stel ꝛc. heißen.

L. Wenn würden sie denn 10tel heißen? K. Wenn Sie 2 gleiche Theile daraus machten.

L. Und wenn würden sie 15tel heißen? U. s. w. Wenn ich also statt $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{15}$ herschriebe, so machte dieses, wie ihr schon wißt, nicht in Ansehung des Werthes, sondern nur in Ansehung des Ausdrucks einen Unterschied. Ich hätte nämlich den Bruch $\frac{1}{5}$ nur unter einen größern Nenner gebracht. Wer kann mir jetzt mit einem kurzen Ausdrucke sagen, was ich thue, wenn ich statt $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$ herschreibe? K. Sie bringen den Bruch $\frac{1}{3}$ unter einen größern Nenner.

L. Gut! Wer bringt mir denn $\frac{1}{6}$ unter einen größern Nenner? K. (giebt einen andern gleich bedeutenden Bruch mit größerm Nenner an.)

L. Was darf man denn nur thun, wenn man einen Bruch unter einen größern Nenner bringen will? K. Man darf seinen Zähler und Nenner nur mit einerley Zahl multipliciren.

L. Aber warum muß man denn auch den Zähler multipliciren, da doch der Nenner nur größer werden soll? K. —

L. Wenn ich einen Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$, in lauter 12tel zerlege, werden da die Theile kleiner oder größer? K. Kleiner.

L. Welche Veränderung geht aber mit ihrer Anzahl vor? K. Diese wird größer.

L. Und

L. Und zwar gerade so viel Mahl größer, als die Theile kleiner wurden. Wenn ich z. B. aus diesen $\frac{3}{4}$ (von Nro. 4.) lauter Zwölftel mache, so bekomme ich 9 Stücke, wie ihr seht, wenn ich von dem Stabe da (Nro.. 12.) so viel wegnehme, als diese 3 Stücke (von Nro. 4) betragen. Neun Stücke sind aber 3 Mahl mehr als 3. Wie viel Mahl ist aber ein 12tel kleiner als ein 4tel? K. Drey Mahl.

L. An diesem Beispiele seht ihr also, daß wenn ich einen Bruch aufs neue in gleiche Theile zerlege, also seinen Nenner vergrößere, die Anzahl der Theile so viel Mahl größer wird, als die Theile kleiner werden. Wenn ich daher den Nenner von $\frac{3}{4}$ mit 3 multiplicirte, aber den Zähler unverändert ließe, so bekäme ich — nun wie viel? K. $\frac{3}{12}$.

L. Hätte denn dieser Bruch so viel Werth als $\frac{3}{4}$? K. Nein.

L. Wie viel Mahl wäre er kleiner als $\frac{3}{4}$? K. 3 Mahl.

L. Wenn ich aber den Zähler von $\frac{3}{12}$ mit 3 multiplicire, wie viel 12tel bekomme ich dadurch? K. $\frac{9}{12}$.

L. Und wie viel Mahl ist der Bruch $\frac{9}{12}$ größer als $\frac{3}{12}$? K. Drey Mahl.

L. Da der Bruch $\frac{3}{12}$ nur der dritte Theil von $\frac{3}{4}$ ist, so muß ein 3 Mahl größerer Bruch, also $\frac{9}{12}$, gerade so viel als $\frac{3}{4}$ ausmachen. Ihr seht hieraus, daß es, um einen Bruch, dessen Werth nicht verändert werden soll, unter einen größern Nenner zu bringen, nicht genug ist, wenn man nur seinen Nenner vergrößert; sondern es muß auch der Zähler so

viel Mahl größer gemacht werden, als der Nenner. Ich will euch dieß noch Ein Mahl mit unsern Stäben erläutern. Wie heißt der Bruch da ($\frac{2}{3}$ von Nro. 3. hinlegend)? K. $\frac{2}{3}$.

L. Nun wollen wir die 3tel in lauter 5tel verwandeln. K. Das ist nicht möglich.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil 3 nicht in 5 aufgeht.

L. So wollen wir sie in 6tel verwandeln. Was müßt ihr mit jedem 3tel vornehmen, wenn ihr 6tel daraus machen wollt? K. Wir müssen jedes in der Mitte entzwey schneiden.

L. Wenn ihr dieses thätet, so bekämet ihr gerade solche Stücke, wie diese hier (von Nro. 6). Und wie viel solcher Stücke bekämet ihr aus $\frac{2}{3}$? K. 4.

L. Richtig! Seht, diese 4 Stücke (von Nro. 6.) sind gerade so lang, als diese 2 (von Nro. 3). Wie verhält sich denn aber $\frac{1}{6}$ zu $\frac{1}{3}$? K. $\frac{1}{6}$ ist zwey Mahl kleiner als $\frac{1}{3}$.

L. Aber wie viel Mahl ist die Zahl der 6tel, welche wir aus 2 Dritteln bekommen haben, größer, als die Zahl dieser unserer Drittel? K. Zwey Mahl.

L. Ihr seht also, daß es richtig ist, wenn ich sage: so viel Mahl die Stücke eines Bruches kleiner werden, so viel Mahl wird ihre Anzahl größer. Soll nun aber ein Bruch am Werthe nichts verlieren, so muß ich alle die Theile, die ich erhalte, wenn ich größere in kleinere verwandle, beysammen lassen.

lassen. Wie viel 6tel muß ich daher Jemanden geben, wenn er gerade $\frac{2}{3}$ erhalten soll? K. 4.

L. Und wenn ich dem Bruch $\frac{2}{3}$ den Nenner 6 geben soll, welche Zahl muß ich ihm dann zum Zähler geben? K. Die Zahl 4.

L. Warum gerade 4? K. Weil $\frac{2}{3}$ gerade $\frac{4}{6}$ ausmachen.

L. Wie viel Mahl ist der Nenner 6 größer als der Nenner 3? K. Zwey Mahl.

L. Wie viel Mahl muß daher der Zähler 2 größer werden, wenn der Bruch nichts an seinem Werthe verlieren soll? K. Auch zwey Mahl.

L. Nun sagt mir, warum ich auch den Zähler eines Bruches, den ich unter einen größern Nenner bringen will, mit der nämlichen Zahl multipliciren muß, womit ich seinen Nenner multiplicire. K. Weil die Anzahl seiner Theile, (welche ja der Zähler ausdrückt), so viel Mahl größer wird, als diese kleiner werden.

L. Gut! Ihr könnt wohl jetzt einen Bruch unter einen größern Nenner überhaupt bringen, indem ihr ihn im Zähler und Nenner mit einer beliebigen Zahl multiplicirt. Wie wollt ihr es aber anfangen, wenn ich euch den Nenner vorschreibe und z. B. sage: gebt dem Bruche $\frac{3}{5}$, ohne seinen Werth zu verändern, zum Nenner die Zahl 75? Dürft ihr etwa da nur die 5 weglöschen und 75 dafür hinschreiben? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil $\frac{3}{75}$ weit weniger als $\frac{3}{5}$ wären.

L. Was für eine Zahl müßte auſſer der 5 noch verändert werden? K. Der Zähler 3.

L. Müßte diese Zahl größer oder kleiner werden? K. Offenbar größer.

L. Freylich! Aber wißt ihr auch schon, wie groß diese Zahl werden müßte? K. Nein.

L. Die Art dieses zu erforschen, sollt ihr jetzt lernen. Erst sagt mir, wie oft 5 in 15 enthalten ist. K. 3 Mahl.

L. Nun da wißt ihr auch, wie viel Mahl die Zahl 15 größer als 5 ist: wie viel Mahl? K. 3 Mahl.

L. Nun sagt, ob ihr dieseu Satz für richtig haltet: so viel Mahl eine kleinere Zahl in einer größern enthalten ist, so viel Mahl ist die größere größer als die kleinere. K. Dieser Satz ist richtig.

L. So sagt mir ihn nach. K. (wiederhohlen.)

L. Wenn ihr nun erfahren wolltet, wie viel Mahl 75 größer als 5 ist, und ihr untersuchtet deßhalb, wie oft 5 in 75 enthalten ist, würdet ihr da wohl eure Absicht erreichen? (würdet ihr erfahren, was ihr zu erfahren wünscht?) K. Allerdings.

L. Durch welche Rechnungsart erfährt man denn aber, wie oft eine kleinere Zahl in einer größern enthalten ist? K. Durch die Division.

L. So wendet diese Rechnungsart an und sehet, wie oft 5 in 75 enthalten ist. K. (rechnen und sagen:) 15 Mahl.

L. Wie viel Mahl ist also 75 größer als 5? K. 15 Mahl.

L. Wenn wir also in dem Bruche $\frac{3}{5}$ statt 5 den Nenner 75 hinsetzen, so ist das eben so viel, als wenn wir 5 mit 15 multiplicirt hätten. Mit welcher Zahl müßte denn jetzt auch noch 3 multiplicirt werden, wenn der Bruch $\frac{3}{5}$ an seinem Werthe nichts verlieren sollte? K. Auch mit 15.

L. Freylich? Weil die Theile 15 Mahl kleiner würden, so würde ihre Anzahl 15 Mahl größer. Daher die Regel: Wenn der Nenner eines Bruches mit einer gewissen Zahl multiplicirt wird; so muß auch sein Zähler mit der nämlichen Zahl multiplicirt werden, wenn anders sein Werth der nämliche bleiben soll. Nun multiplicirt 3 mit 15. K. Das giebt 45.

L. Also $\frac{45}{75}$ wären am Werthe gleich $\frac{3}{5}$. Den Nenner des Bruches $\frac{45}{75}$ habe ich euch gegeben: welche Zahl mußtet ihr aber selbst finden? K. Den Zähler.

L. Wir wollen diesen Zähler noch Ein Mahl suchen: gebt Acht, wie wir es machen, damit ihr mirs nachher deutlich sagen könnt. 75 ist der gegebene Nenner, welchen der Bruch $\frac{3}{5}$ erhalten soll, deßwegen schreiben wir 75 rechts neben die 5. Was müssen wir jetzt thun, um zu erfahren, wie viel Mahl der größere Nenner, welchen unser Bruch erhalten soll, größer ist der Nenner 5? K. Wir müssen mit dem Nenner 5 in 75 dividiren.

L. Welchen Quotienten finden wir dadurch?

K. 15.

L. Was müssen wir mit diesem Quotienten thun?

K. Wir müssen damit den Zähler 3 multipliciren.

L. Jetzt sagt mir, wie wir den Zähler zu unserm vorgeschriebenen Nenner 75 gefunden haben. K. Wir haben mit dem Nenner des gegebenen Bruches $\frac{3}{5}$ in den uns vorgeschriebenen Nenner dividirt und mit dem gefundenen Quotienten den Zähler 3 multiplicirt.

L. Gut! Jetzt sagt mir, wie ihr es anfangen müßt, um dem Bruche $\frac{5}{8}$, ohne Veränderung seines Werthes, den Nenner 72 zu geben. K. Wir schreiben 72 hin, dividiren mit 8 in diese Zahl und multipliciren mit dem gefundenen Quotienten den Zähler 5. Das dadurch erhaltene Product setzen wir als Zähler über 72.

L. Das ist recht! Macht es so. K. (rechnen: $\frac{5}{8} = \frac{45}{72}$).

L. Warum mußtet ihr erst mit 8 in 72 dividiren? K. Um zu erfahren, wie viel Mahl 72 größer als 8 ist.

L. Das heißt auch mit andern Worten: um zu erfahren, wie viel Mahl ein 72stel kleiner als ein 8tel ist. Warum mußtet ihr aber nachher mit dem gefundenen Quotienten den Zähler 5 multipliciren? K. Weil die Anzahl der Theile so viel Mahl größer wird, als die Theile kleiner werden. (Weil der Zähler eines Bruches eben so viel Mahl größer als sein Nenner werden muß, wenn er bey vergrößertem Nenner, im Werthe nicht verändert werden soll.)

L. Wenn ich also jedes dieser 8 Achtel (Nro. 8. haltend) in 9 gleiche Theile zerlegte, so würde ich erhalten — wie viel Stücke? K. 72.

L. Wie müßten daher die Stücke heißen?

K. 72stel.

L. Und wie viel Stücke müßte ich davon nehmen, wenn ich in 72steln gerade so viel als $\frac{5}{8}$ haben wollte? K. 45.

L. Wie viel Mahl ist die Zahl 45 größer als 5?

K. 9 Mahl.

L. Warum müßte ich denn wohl gerade 9 Mahl mehr 72stel als 8tel haben, wenn ich so viel 72stel haben wollte, als $\frac{5}{8}$ ausmachen? K. Weil ein 72stel gerade 9 Mahl kleiner als ein 8tel ist.

L. Richtig! Daher brauchte ich statt eines Achtels schon 9 Zweyundsiebenzigstel, und statt 5 Achtel 5 Mahl 9 oder 45 Zweyundsiebenzigstel. Nunmehr, hoffe ich, werdet ihr folgenden Brüchen, ohne ihren Werth zu verändern, die beygesetzten Nenner geben können.

$\frac{3}{4}$	soll zum	Nenner	erhalten	288.
$\frac{3}{8}$	—	—	—	96.
$\frac{4}{5}$	—	—	—	180.
$\frac{5}{9}$	—	—	—	144.
$\frac{2}{7}$	—	—	—	105.
$\frac{8}{9}$	—	—	—	117.
$\frac{7}{10}$	—	—	—	160.
$\frac{1}{1}$	—	—	—	52.
$\frac{1}{1}$	—	—	—	119.
$\frac{1}{1}$	—	—	—	95.
$\frac{1}{1}$	—	—	—	328.
$\frac{1}{4}$	—	—	—	

L. Jetzt will ich sehen, wer die Brüche, die ich jetzt nennen werde, im Kopfe unter den gegebenen größern Nenner bringen kann.

Wie viel giebt $\frac{1}{2}$ Viertel? — 6tel? — 8tel? — 10tel? — 12tel? u. ſ. w.

Wie viel giebt $\frac{1}{3}$ Sechſtel? — 9tel? — 12tel? — 15tel? u. ſ. w.

Wie viel geben $\frac{2}{3}$ Sechſtel? — 9tel? u. ſ. w.

Wie viel giebt $\frac{1}{4}$ Achtel? — 12tel? — 16tel? — 20ſtel? u. ſ. w.

Wie viel geben $\frac{3}{4}$ Achtel? — 12tel? — 16tel? — 20ſtel? u. ſ. w.

Wie viel giebt $\frac{1}{5}$ Zehntel? — 15tel? — 20ſtel? — 25ſtel? u. ſ. w.

Wie viel geben $\frac{2}{5}$ Zehntel? — 15tel? — 20ſtel? — 25ſtel? u. ſ. w.

Wie viel geben $\frac{3}{5}$ Zehntel? — 15tel? — 20ſtel? — 25ſtel? u. ſ. w.

Wie viel geben $\frac{4}{5}$ Zehntel? — 15tel? — 20ſtel? — 25ſtel? u. ſ. w.

Wie viel giebt $\frac{1}{6}$ Zwölftel? — 18tel? — 24ſtel? — 30ſtel? u. ſ. w.

Wie viel geben $\frac{5}{6}$ Zwölftel? — 18tel? — 24ſtel? — 30ſtel? u. ſ. w.

Auf dieſe Weiſe übe man die Kinder ſo lange, bis ſie wenigſtens Brüche, deren Zähler und Nenner einſtellig ſind, mit Fertigkeit unter gegebene größere Nenner bringen können. Man bleibe aber nicht alle Tage in der hier angegebenen Ordnung; ſondern frage z. B.: wie viel 30ſtel geben 5/6? — Wie viel 18tel geben ſie? — Wie viel 36ſtel? ꝛc.

L. Es ist bisweilen nöthig, daß wir zweyen oder auch mehrern Brüchen einen gemeinschaftlichen Nenner geben, oder, wie man auch spricht, sie unter einerley Nenner bringen. Daher müßt ihr lernen, wie man dieses bewerkstelligt. Ob diese zwey Brüche ($\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{8}$) schon einerley Nenner haben oder nicht, das könnt ihr mir sagen. K. Sie haben noch nicht einerley Nenner.

L. Würde ich aber wohl beyde Brüche unter einerley Nenner bringen, wenn ich $\frac{3}{4}$ in $\frac{6}{8}$ verwandelte? K. Ja wohl!

L. Nun so will ich statt $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ herschreiben. — So! Was können wir jetzt von diesen beyden Brüchen ($\frac{6}{8}$ und $\frac{5}{8}$) in Ansehung ihrer Nenner behaupten? Oder: wie verhalten sich diese beyden Nenner zu einander? K. Sie sind einander gleich.

L. Wenn die Nenner zweyer oder mehrerer Brüche einander gleich sind, so sagt man: die Brüche haben einerley oder einen gemeinschaftlichen Nenner; und wenn man Brüche, die verschiedene Nenner haben, so ausdrückt, daß sie einerley Nenner bekommen, so sagt man — wer weiß wie? K. Man bringt sie unter einerley Nenner.

L. Gut! Nun seht hier diese $\frac{5}{8}$ (von Nro. 8.) und diese $\frac{3}{4}$ (von Nro. 4.) an, und sagt, ob man wohl aus den $\frac{5}{8}$ lauter Viertel ohne Rest machen kann. K. Das kann man nicht.

L. Kann man denn gar keine Viertel daraus machen? K. Ja.

L. Wie viel denn? K. Zwey.

L. Was bleibt aber dann noch übrig? K. $\frac{1}{8}$.

L. $\frac{5}{8}$

L. $\frac{5}{8}$ lassen sich also nicht in 4tel verwandeln. Lassen sich denn die $\frac{3}{4}$ nicht in lauter 8tel verwandeln? K. O ja.

L. Jetzt könnt ihr mir sagen, ob man jedem Bruch einen kleinern Nenner geben, oder jeden Bruch aufheben kann oder nicht. K. Man kann nicht jedem einem kleinern Nenner geben.

L. Sollte man aber nicht jedem einen größern Nenner geben können? K. Ja.

L. Aus welchem Grunde behauptet ihr dieses? K. Weil man jedes Bruches Zähler und Nenner mit jeder Zahl multipliciren kann.

L. Richtig! Wenn ich nun 2 oder mehrere Brüche unter einerley Nenner bringen soll, werde ich da den größern oder kleinern Nenner zum gemeinschaftlicher Nenner machen müssen? K. Den größern.

L. Welches wird also der gemeinschaftliche Nenner werden müssen, wenn ich $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{8}$ unter einerley Nenner bringen soll? K. Der Nenner 8.

L. In was für Theile müssen wir also $\frac{1}{2}$ verwandeln? K. In 8tel.

L. Und wie viel 8tel giebt $\frac{1}{2}$? K. Vier.

L. Ich setze also $\frac{4}{8}$ mit dem Gleichheitszeichen neben $\frac{1}{2}$. Wie viel 8tel geben $\frac{3}{4}$? K. $\frac{6}{8}$.

L. Wir wollen also auch $\frac{6}{8}$ herschreiben, so daß wir folgende Ausdrücke bekommen: $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$. Wer

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

kann mir sagen, was wir jetzt gethan haben? K. Wir haben diese Brüche (die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{8}$) unter einerley Nenner gebracht.

L. Gut!

L. Gut! In diesen Beyspielen wußtet ihr gleich, welchen Ausdruck (Bruch) wir statt $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ hinschreiben mußten; allein dieses fällt nicht in allen Fällen gleich in die Augen, daher wollen wir eine Regel lernen, welche uns sagt, wie wir verfahren müssen, wenn wir mehrere Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen wollen. Hier stehen die Brüche: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{23}{24}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$. Welcher von diesen Nennern wird wohl der gemeinschaftliche, oder — merkt noch einen Ausdruck — der Generalnenner werden müssen? K. Der Nenner 24.

L. Warum gerade dieser? K. Weil der der größte ist *).

L. Was für Theile müssen wir also aus den 3teln, 6teln, 12teln, dem Halben und den 4teln machen? K. lauter 24stel.

L. Damit wir aber keine vergebliche Arbeit unternehmen, so müssen wir vorher wissen, ob sich die 3tel, 6tel, 12tel ꝛc. in 24stel verwandeln lassen. Wie erforschen wir dieses? Wie erfahren wir z. B., ob der Bruch $\frac{2}{3}$ den Nenner 24 annehmen kann oder nicht? K. Wir dürfen nur sehen, ob 3 in 24 aufgeht oder nicht.

L. Und wie ist es? geht 3 in 24 auf oder nicht? K. Es geht darin auf.

L. Was erkennt ihr daraus? K. Daß sich die 3tel in 24stel verwandeln lassen. (Daß der Bruch $\frac{2}{3}$ den Nenner 24 annehmen kann.)

L. Wie

*) Diese Antwort wird in der Folge schon noch näher bestimmt werden.

L. Wie wollt ihr denn erfahren, ob die übrigen Brüche den Nenner 24 annehmen können? K. Wir dürfen nur sehen, ob ihre Nenner in 24 aufgehen.

L. Untersucht dieses. K. (nach der Untersuchung) Sie gehen alle darin auf.

L. In welche Theile können folglich alle diese Brüche verwandelt werden? K. In 24stel.

L. Und woran seht ihr dieses? K. An dem Umstande, daß alle ihre Nenner in 24 aufgehen.

L. Gut! Jetzt sollt ihr also $\frac{2}{3}$ in 24stel verwandeln, folglich muß der Zähler 2 größer werden. Wie findet ihr denn die Zahl, welche ihr statt 2 zum Zähler machen müßt? Wenn wir mit 3 in 24 dividiren und mit dem gefundenen Quotienten den Zähler 2 multipliciren.

L. Daß ist recht! Macht es so. — — Gut! Nun sollen $\frac{5}{6}$ in einen Bruch verwandelt werden, dessen Nenner 24 ist: wie findet ihr den Zähler hiezu? K. Wenn wir mit 6 in 24 dividiren und mit dem Quotienten den Zähler 5 multipliciren.

L. Macht es so. — Auch recht! Auf diese Weise fahrt fort, auch die übrigen Brüche unter den Nenner 24 zu bringen. — — So ist es recht! Jetzt will ich euch aber zeigen, welche Gestalt man diesem und andern Exempeln dieser Art giebt.

A.

	24)	
$\frac{2}{3}$	8	$\frac{16}{24}$
$\frac{5}{6}$	4	$\frac{20}{24}$
$\frac{7}{12}$	2	$\frac{14}{24}$
$\frac{23}{24}$	1	$\frac{23}{24}$
$\frac{7}{12}\frac{2}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{4}$	12	$\frac{6}{24}$

B.

	24)	
$\frac{2}{3}$	8	16
$\frac{5}{6}$	4	20
$\frac{7}{12}$	2	14
$\frac{23}{24}$	1	23

C.

	24)	
$\frac{2}{3}$	16	
$\frac{5}{6}$	20	
$\frac{7}{12}$	14	
$\frac{23}{24}$	23	

Die gegebenen Brüche schreibt man nämlich wie in A. alle in einer Reihe (Säule) unter einander, dann macht man neben diese Reihe eine Verticallinie*), stellt oben einen Bogen darauf und setzt darein den gemeinschaftlichen oder Generalnenner. In einiger Entfernung macht man noch eine solche Verticallinie, und schreibt in den dadurch entstehenden Zwischenraum die Quotienten, welche man erhält, indem man mit jedes Bruches Nenner in den Generalnenner dividirt. Hinter die zweyte Linie wird jeder der gegebenen Brüche, die einerley Nenner erhalten sollen, mit dem verlangten Nenner und den dadurch nöthig gemachten größern Zähler geschrieben. Dabey ist zu bemerken, daß man den Nenner, da er oben schon Ein Mahl bemerkt ist, weglassen und nur die Zähler, wie bey B., hinschreiben kann. Auch die Quotienten, womit die Zähler multiplicirt werden müssen, behalten geübte Rechner meistens im Kopfe und schreiben ihr Exempel wie bey C. Zwey- und mehrstellige Quotienten und Zähler werden an besondern Stellen der Rechentafel mit einander multiplicirt und das Product wird dann als Zähler hinter die Verticallinie geschrieben. — Jetzt sagt mir, wie man es anfangen muß, um folgende Brüche unter einerley Nenner zu bringen: $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{30}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{15}$. K. Man muß erstlich alle diese Brüche in eine Säule ordnen, dann

*) Eine Linie, welche die nämliche Richtung hat, die ein Faden hat, woran ein schwerer Körper ruhig hängt, heißt Verticallinie.

dann den größten Nenner heraussuchen und ihn zum Generalnenner machen, dann muß man mit jedem der übrigen Nenner in diesen dividiren, mit dem gefundenen Quotienten jeden Zähler der gegebenen Brüche multipliciren, und das dadurch gefundene Product zum Zähler des neuen Bruches machen, der dem vorigen am Werthe gleich seyn, aber den gemeinschaftlichen Nenner erhalten soll.

L. Jetzt habt ihr mir die Regel angegeben, die man zwar nicht, wie ihr bald sehen werdet, in allen, aber doch in manchen Fällen befolgen muß, wenn man mehrere Brüche unter einerley Nenner bringen will. Nach dieser Regel könnt ihr auch folgende Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen: $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{9}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$. || $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{23}{48}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{1}{8}$. || $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{72}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{24}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{29}{72}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$. || $\frac{7}{36}$, $\frac{31}{72}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{4}{18}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{1}{4}$. || $\frac{7}{10}$, $\frac{21}{80}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$. || $\frac{17}{20}$, $\frac{31}{80}$, $\frac{33}{40}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{5}$. || $\frac{17}{18}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{4}$. || $\frac{1}{2}$, $\frac{14}{27}$, $\frac{21}{54}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$. || $\frac{25}{52}$, $\frac{73}{104}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{19}{26}$.

L. Jetzt sagt, ob ihr diese 2 Brüche ($\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$) auch unter einerley Nenner bringen könnt, oder nicht. K. Das können wir nicht.

L. Wa-

L. Warum denn nicht? K. Weil der Renner 3 nicht im Renner 4 aufgeht.

L. Also weil sich die Drittel nicht in Viertel und diese nicht in Drittel verwandeln lassen. Aber diese 3 Brüche ($\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{6}$) werdet ihr unter einen gemeinschaftlichen Renner bringen können? K. Auch nicht.

L. Ich dächte, ihr dürftet nur den größten Renner heraussuchen, ihn zum Generalrenner machen, mit den übrigen Rennern darein dividiren u. s. w. K. Aber die übrigen gehen nicht in 9 auf, folglich taugt diese Zahl nicht zum Renner für die übrigen 2 Brüche.

L. Jetzt werdet ihr mir sagen können, ob die Regel, nach welcher man den größten Renner heraussuchen soll u. s. w. auf alle, oder nur auf manche Fälle paßt. K. Sie paßt nur auf manche Fälle.

L. Auf welche Fälle mag sie wohl, eurer Meynung nach, nur passen? K. Auf die Fälle, wo die Renner aller Brüche, welche einen gemeinschaftlichen Renner erhalten sollen, in dem größten Renner, der sich unter ihnen befindet, aufgehen.

L. Das ist recht! Bey diesen 2 Brüchen ($\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$) ist also diese Regel nicht anzuwenden, da müssen wir ein anders Verfahren suchen. Erst sagt mir, ob ihr glaubt, daß sich sowohl $\frac{2}{3}$ als $\frac{3}{4}$ unbeschadet ihres Werthes mit andern Rennern ausdrücken lassen? K. Ja wohl.

L. Welche Zahlen taugen denn nur zum Renner für $\frac{2}{3}$? K. Solche, worin 3 aufgeht.

L. Und welche taugen zum Nenner für $\frac{3}{4}$? K. Solche, worin 4 aufgeht.

L. Gut! Nun wie? wenn es eine Zahl gäbe, worin 3 und 4 zugleich aufgienge, taugte diese wohl nicht zum Nenner für beyde Brüche, also zum Generalnenner? K. Freylich wohl.

L. Nun seht, ob ihr keine Zahl finden könnt, worin sowohl 3 als 4 aufgeht. K. In 12*) gehen diese beyden Zahlen auf.

L. Nun so muß 12 für beyde Brüche zum Nenner taugen, d. h. beyde Brüche, sowohl die 3tel als 4tel, lassen sich in 12tel verwandeln. Gebt ihnen daher diesen Nenner. K. (rechnen: $\frac{2}{3}|4|\frac{8}{12}$ $\frac{3}{4}|3|\frac{9}{12}$).

L. Taugt denn einer der Nenner von diesen Brüchen ($\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{6}$) zum gemeinschaftlichen Nenner? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil keiner darunter ist, in dem die andern aufgehen.

L. Was wird denn wohl zu thun seyn, um diesen 3 Brüchen doch einen gemeinschaftlichen Nenner zu geben? K. Man muß eine Zahl suchen, worin 4, 9 und 6 zugleich aufgehen und diese Zahl zum Generalnenner machen.

L. Das ist recht! Aber wer von euch findet eine solche Zahl? K. 36 ist eine solche.

L. Getroffen! Nun gebt diese Zahl den 3 Brüchen zum gemeinschaftlichen Nenner. K. (rechnen:

36)

*) Die meisten Kinder kommen auf diese Zahl. Sagte eins: 24, 48 ꝛc. so sage man, daß es bequemer ist, die möglich kleinste Zahl zum Generalnenner zu machen.

36)
$\frac{3}{4}$ | 9 | $\frac{27}{36}$
$\frac{4}{9}$ | 4 | $\frac{16}{36}$
$\frac{5}{6}$ | 6 | $\frac{30}{36}$).

L. Das ist recht! Jetzt sagt mir, was zu thun ist, wenn kein Nenner der Brüche, die unter einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden sollen, zum Generalnenner tauglich ist. K. Dann muß man eine solche Zahl suchen, worin die Nenner der gegebenen Brüche alle aufgehen.

L. Richtig! Aber wie findet man diese Zahl immer, da sie nicht in allen Fällen so leicht, wie in unsern jetzigen Beyspielen in die Augen fällt? So werdet ihr mir z. B. gewiß nicht sagen können, in welcher Zahl 7, 2 und 15 aufgehen. — Wer recht Achtung giebt, wird mir bald sagen können, wie man eine Zahl findet, worin immer 2 oder mehrere andere aufgehen. Welche Zahl erhalten wir denn zum Producte, wenn wir 3 und 4 mit einander multipliciren? K. Die Zahl 12.

L. Jetzt seht doch, welcher von beyden Factoren in diesem Producte aufgeht. K. Sie gehen beyde darin auf.

L. Richtig! 3 in 12 geht 4 Mahl, und 4 in 12 3 Mahl. Welches ist denn das Product aus 3 und 5? K. 15.

L. Sollten denn wohl auch in diesem Producte die beyden Factoren aufgehen? K. Ey freylich.

L. Jetzt denkt doch euer Einmahleins ein bischen durch und seht, ob ihr nicht einige Producte findet,

in denen die Factoren nicht aufgehen. K. Dergleichen finden wir nicht.

L. Ich könnte auch ein Product, worin beyde Factoren nicht aufgiengen, nicht finden. Es müssen also alle Produkte eine gewisse Eigenschaft mit einander gemein haben: was mag dieses für eine Eigenschaft seyn? K. Diese, daß in ihnen ihre Factoren aufgehen.

L. Ganz recht! Da ihr nun wißt, daß in jedem Producte die beyden Factoren aufgehen, so muß es euch leicht seyn, eine Zahl zu finden, worin zwey andere gegebene Zahlen aufgehen. Wie werdet ihr diese wohl finden können? K. Wenn wir die zwey gegebenen Zahlen mit einander multipliciren.

L. Richtig! Wenn ihr also $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{12}$ unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen solltet, so würdet ihr diesen finden — nun wie glaubt ihr wohl? K. Wenn wir 8 und 12 mit einander multiplicirten.

L. Freylich? denn dadurch würdet ihr ja eine Zahl bekommen, worin so wohl 8 als 12 aufgienge, die also zum Nenner für $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{12}$ tauglich wäre. Nun bringt mir geschwind folgende Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner: $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$. || $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$. || $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$. || $\frac{5}{24}$, $\frac{8}{13}$. || $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{7}$. || $\frac{7}{10}$, $\frac{12}{17}$. || $\frac{4}{7}$, $\frac{9}{11}$. || $\frac{18}{35}$, $\frac{16}{21}$. || $\frac{24}{33}$, $\frac{13}{14}$. || $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{9}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{18}{25}$.

K. (rechnen das 5te Exempel also:

42)

$\frac{5}{6}$	7	$\frac{35}{2}$
$\frac{3}{7}$	6	$\frac{18}{2}$

Sie sprechen nämlich 6 Mahl 7 ist 42; dieß giebt

den

den Generalnenner; 6 in 42 geht 7 Mahl und 5 Mahl 7 ist 35 ꝛc.)

L. Zwey Brüche, wovon keiner einen Nenner hat, worin des andern Nenner aufgeht, könnt ihr jetzt unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen. Aber wie steht es mit mehrern solchen Brüchen? Was ist anzufangen, wenn $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{7}$, wovon also kein Nenner in dem andern aufgeht, einen gemeinschaftlichen Nenner enthalten sollen? K. —

L. Merkt dieß: Nicht nur wenn man 2 Zahlen mit einander multiplicirt gehen die Factoren im Producte auf: sondern wenn man dieß Product mit einer dritten, und das nun erhaltene Product mit einer 4ten Zahl u. s. w. multiplicirt, so gehen in dem zuletzt erhaltenen Producte alle Zahlen auf, womit man nach und nach multiplicirt hat. Wenn ich z. B. 2 und 3 mit einander multiplicire, so gehen in dem Producte 6 auf — nun welche Zahlen? K. 2 und 3.

L. Wenn ich 6 noch mit 5 multiplicire, so erhalte ich zum Producte —? K. 30.

L. Welche Zahlen müssen in diesem Producte gehen? K. 2, 3, und 5.

L. Richtig! Und wenn ich 30 überdieß mit 7 multiplicire, wodurch ich zum Producte 210 erhalte, so müssen in dieser Zahl nicht nur 2, 3, und 5, sondern auch 7 aufgehen. Versucht es einmahl, und seht, ob das wahr ist. K. (dividiren 210 nach und nach mit 2, 3, 5 und 7.)

L. Nicht wahr, die Zahlen, womit wir nach und nach multiplicirt haben, gehen alle in dem

letzten Producte 210 auf? So ist es in allen Fällen. Alle Factoren, die man mit einander multiplicirt, gehen in ihrem Producte auf. Da ihr dieses wißt, so wird es euch leicht seyn, eine Zahl zu finden, welche zum Generalnenner für diese Brüche ($\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$) taugt. Wie glaubt ihr eine solche Zahl finden zu können? K. Wenn wir alle Nenner dieser Brüche mit einander multipliciren, wie Sie es erst gemacht haben.

L. Richtig! Setzt diese Brüche gehörig unter einander, multiplicirt ihre Nenner mit einander und gebt dem dadurch gefundenen Generalnenner seine gehörige Stelle. K. (ordnen die Säule A, multi-

B	A	210) C	D
3	$\frac{1}{2}$	105	$\frac{105}{2}$
2	$\frac{2}{3}$	70	$\frac{140}{2}$
6	$\frac{4}{5}$	42	$\frac{168}{2}$
5	$\frac{5}{7}$	30	$\frac{150}{2}$
30			
7			
210			

pliciren wie bey B und setzen das Product 210 als Generalnenner in den Bogen neben A.)

L. Nunmehr wißt ihr, was zu jedem dieser Brüche für ein Nenner paßt. Allein wenn wir jedem den Nenner 210 geben, so muß auch eines jeden Zähler (verhältnißmäßig) vergrößert werden. Wie erfahrt ihr, was jetzt der erste (oberste) Bruch ($\frac{1}{2}$) für einen Zähler erhalten muß? K. Wenn

wir

wir mit seinem Nenner in den Generalnenner dividiren und mit den gefundenen Quotienten seinen Zähler multipliciren.

L. Recht! Verwandelt nun den Bruch $\frac{1}{2}$ in einen andern, ihm gleichen, dessen Nenner 210 ist. K. (finden die erste, in C befindliche Zahl, nämlich 105, multipliciren damit sowohl den Zähler als den Nenner des ersten Bruches und bemerken die Producte in D mit $\frac{105}{105}$).

L. Jetzt muß auch der Bruch $\frac{2}{3}$ den Nenner 210 bekommen: wie findet ihr den dazu gehörigen Zähler? K. Wenn wir mit 3, dem Nenner des Bruches $\frac{2}{3}$, in 210 dividiren und mit dem gefundenen Quotienten den Zähler 2 multipliciren.

L. Nun so bringt jetzt $\frac{2}{3}$ auch unter den Nenner 210. K. (finden die in C befindliche Zahl 70, multipliciren damit Zähler und Nenner des Bruches $\frac{2}{3}$ und schreiben die Producte $\frac{140}{140}$ zur Seite in die Säule D.)

L. Jetzt bringt die übrigen beyden Brüche auch gar unter den Nenner 210. K. (verfahren wie vorhin.)

L. Nun habt ihr 4 Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht, ohne dabey ihren Werth zu verändern. Denn da ihr immer den Zähler und Nenner eines jeden dieser Brüche mit einerley Zahl multiplicirt habt, so mußte ja, wie ihr wißt, ihr Werth unverändert bleiben. Statt des Ausdrucks: $\frac{1}{2}$, haben wir also hier in unserm Exempel einen andern: welchen? K. $\frac{105}{210}$.

L. Und was steht jetzt Statt des Ausdrucks: $\frac{2}{3}$, für einer da? K. $\frac{140}{210}$. U. s. w.

L. Nun sagt mir, wie man es macht, um Brüche, deren Nenner nicht in einander aufgehen, unter einerley Nenner zu bringen. K. Man multiplicirt alle einzelne Nenner mit einander und macht das Product zum Generalnenner. Hierauf nimmt man einen Nenner der gegebenen Brüche um den andern und dividirt damit in den Generalnenner, mit dem jedes Mahl gefundenen Quotienten multiplicirt man den Zähler des Bruches, mit dessen Nenner man erst in den Generalnenner dividirt hat. Das dadurch erhaltene Product giebt den Zähler des neuen Bruches*).

L. Gut! Auf diese Weise bringet mir auch folgende Brüche unter einerley Nenner: $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{11}$. ||
$\frac{1}{2}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{5}{7}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, || $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$,
$\frac{102}{113}$. || $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$. || $\frac{7}{24}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{5}{7}$. || $\frac{1}{3}$,
$\frac{3}{16}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{3}{5}$. || $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{11}$.

L. Jetzt betrachtet diese Brüche ($\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{16}$), und seht, ob nicht einige Nenner darunter sind, welche in einander aufgehen. K. Ja, 4 geht in 8 auf, und diese beyden Zahlen gehen in 16 auf.

L. Und welche dieser Nenner gehen nicht in einander auf? K. 3, 5, und 16.

L. Wenn

*) So vollständig und zusammenhängend antwortet freylich kein Kind. Der Lehrer muß einhelfen und berichtigen.

L. Wenn wir diese Reihe von Brüchen unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen wollen, so ist es nicht nöthig, daß wir alle Nenner mit einander multipliciren, sondern wir dürfen dieses nur mit den Nennern 3, 5 und 16 thun. Das aus diesen Factoren erhaltene Product ist dann zum Generalnenner schon tauglich. Sollte wohl jetzt eins von euch die Regel finden können, nach welcher man verfahren muß, wenn man eine Reihe Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen soll, deren Nenner zum Theil in einander aufgehen, zum Theil aber nicht? K. Dann multiplicirt man nur diejenigen Nenner, welche nicht in einander aufgehen, und macht das dadurch erhaltene Product zum Generalnenner.

L. Richtig! Am bequemsten und sichersten verfährt man hiebey also: Man sucht vor allem den größten Nenner von den in eine Säule geordneten Brüchen heraus, vergleicht damit der Reihe nach jeden andern und sieht, ob er darin aufgeht oder nicht. Diejenigen, welche nicht darin aufgehen, setzt man neben hin und multiplicirt sie alle mit einander. Das gefundene Product ist der Generalnenner, in welchem alle in der Säule befindliche Nenner aufgehen, und man kann nun wie vorhin verfahren. Nach dieser Regel verfahrt jetzt, indem ihr diesen Brüchen ($\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{16}$) einen gemeinschaftlichen Nenner gebt. K. (rechnen:

3
5

15
16

90

15

240)

3/4	60	180
5/8	30	150
2/3	80	160
4/5	48	192
7/16	15	105
		240

Generalnenner 240

L. Das ist recht gerechnet! Aber nun sagt mir noch Ein Mahl, was ihr, um diese Brüche alle unter einen gemeinschaftlichen Nenner zu bringen, nach und nach gethan habt K. Erstlich haben wir diejenigen Nenner, welche nicht in einander aufgehen, herausgesucht und sie dann mit einander multiplicirt. Deßhalb sprachen wir erst: 5 Mahl 3 ist 15, und nachher: 16 Mahl 15 ist 240. Hierauf nahmen wir diese Zahl zum Generalnenner und verfuhren wie gewöhnlich.

L. Nunmehr könnt ihr mir auch folgende Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen: $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{4}{9}$. || $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{16}$. || $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. || $\frac{14}{15}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$. || $\frac{3}{11}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$. || $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$. || $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{1}{2}$. || $\frac{8}{25}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{12}{17}$.

L. Wenn Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden sollen, so können 3 verschiedne Fälle vorkommen, die ich euch jetzt nach und nach bekannt gemacht habe. Es können nämlich erstlich alle die Brüche, welche einen gemeinschaftlichen Nenner erhalten sollen, solche Nenner haben,

die

die in einander aufgehen; zweytens — nun! wer weiß den 2ten Fall? K. Es können die Brüche, welche einen gemeinschaftlichen Nenner bekommen sollen, alle mit einander solche Nenner haben, wovon gar keiner in dem andern aufgeht.

L. Und welches ist der dritte Fall? K. Die Nenner können theils in einander aufgehen, theils aber nicht.

L. Wie findet man im ersten Falle den Generalnenner? K. Man macht den größten Nenner der gegebenen Brüche dazu.

L. Wie findet man ihn im 2ten Falle? K. Wenn man alle Nenner in einander multiplicirt. Denn in dem auf diese Weise gefundenen Producte müssen alle Nenner aufgehen.

L. Welche Zahl nimmt man aber im 3ten Falle zum gemeinschaftlichen Nenner? K. Diejenige, welche entsteht, wenn man nur die Nenner, welche nicht in einander aufgehen, mit einander multiplicirt.

L. Alles recht! Nächstens will ich euch einige Abkürzungsarten, welche bey den Exempeln, die wir in den letzten Stunden gerechnet haben, anzubringen sind, bekannt machen.

L. Ihr könnt jetzt zu einer jeden gegebenen Reihe von Brüchen zwar einen Generalnenner finden, aber nicht immer den kleinsten, welcher möglich ist. Da man aber desto bequemer mit Brüchen rechnen kann,

je

je kleiner ihre Nenner sind, so will ich euch auch noch zeigen, wie man immer den möglich kleinsten Generalnenner finden kann. Erst sucht mir den Generalnenner zu $\frac{4}{15}$ und $\frac{3}{25}$. K. (rechnen: 25

15

125

25

375).

L. Also 375. Jetzt seht doch einmahl, ob ihr diese beyden Brüche nicht auch unter den viel kleinern Nenner 75 bringen könnt. K. (rechnen:

75)

$\frac{4}{15}$ | 5 | $\frac{20}{75}$

$\frac{3}{25}$ | 3 | $\frac{9}{75}$).

L. Seht, es gieng wirklich! Und ihr lernt aus diesem Beyspiele, daß ein kleinerer Generalnenner möglich war, als der von euch gefundene. Die Kunst, diesen kleinern Generalnenner zu finden, will ich euch jetzt lehren. Seht doch, ob die beyden Nenner, die freylich nicht in einander aufgehen, nicht ein gemeinschaftliches Maß haben? K. Das haben sie.

L. Welche Zahl ist es? K. 5.

L. Recht! Mit diesem gemeinschaftlichen Maße dividirt von beyden Nennern, welchen ihr wollt, und gebt mir den gefundenen Quotienten an. K. (dividiren z. B. mit 5 in 25 und sagen: 5 ist der Quotient.)

L. Mit

K. Mit diesem Quotienten multiplicirt den andern Nenner. K. (multipliciren: $\frac{15}{5}$).

$$75$$

L. Seht, da habt ihr die Zahl 75: welche der kleinste gemeinschaftliche Nenner für die beyden gegebenen Brüche ist. Jetzt sagt mir geschwind, wie ihr diese Zahl gefunden habt? K. Wir haben das gemeinschaftliche Maß, welches beyde Nenner der gegebenen Brüche haben, gesucht, damit den einen der beyden Nenner dividirt und mit dem auf diese Weise gefundenen Quotienten den andern Nenner multiplicirt.

L. Jetzt sucht den gemeinschaftlichen Nenner für diese beyden Brüche ($\frac{4}{9}$, $\frac{7}{24}$) dadurch, daß ihr, wie ihrs neulich gelernt habt, beyde Nenner mit einander multiplicirt. K. (finden 216.)

L. Könnt ihr nicht noch einen kleinern Nenner für diese 2 Brüche finden? K. Ja.

L. Wie wollt ihrs anfangen? K. Wir nehmen das gemeinschaftliche Maß, welches hier 3 ist, dividiren damit in einen von beyden Nennern, und mit dem gefundenen Quotienten multipliciren wir den andern Nenner.

L. Suchet auf diese Weise den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner für beyde Brüche. K. (sagen: 3 in 24 acht Mahl, 8 Mahl 9 ist 72.)

L. Nun bringt beyde Brüche unter diesen Nenner. K. (rechnen:

72)

72)

$\frac{4}{9}$	8	$\frac{32}{72}$
$\frac{7}{24}$	3	$\frac{21}{72}$

L. Meynt ihr wohl, daß alle und jede Nenner ein gemeinschaftliches Maß haben? K. Nein.

L. Werden wir also wohl in allen Fällen einen kleinern Generalnenner finden können, als den, welchen die mit einander multiplicirten Nenner geben? K. Auch nicht.

L. In welchen Fällen werden wir nur einen kleinern Generalnenner finden können, als den, welchen die mit einander multiplicirten Nenner geben? K. In den Fällen, wo immer 2 Nenner ein gemeinschaftliches Maß haben.

L. Kann denn für diese beyden Brüche ($\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$) der Generalnenner auch auf die euch jetzt bekannt gemachte Weise gefunden werden? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil beyde Nenner kein gemeinschaftliches Maß haben.

L. Haben denn folgende Brüche: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{9}$ alle Ein gemeinschaftliches Maß? K. Nein.

L. Sind gar keine darunter, welche ein gemeinschaftliches Maß haben? K. Ja, 3 und 9 haben das gemeinschaftliche Maß 3; 4 und 8 haben das gemeinschaftliche Maß 4.

L. Richtig! Nun sucht mir für die beyden ersten Brüche den gemeinschaftlichen Nenner. Wie findet ihr ihn? K. Den finden wir, wenn wir 3 und 4 mit einander multipliciren.

L. Thut dieses. K. Da finden wir 12.

L. Für welche Brüche ist diese Zahl der gemeinschaftliche Nenner? K. Für $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$.

L.

L. Hat dieser Nenner mit dem folgenden (8) kein gemeinschaftliches Maß? K. Ja, die Zahl 4.

L. Nun so können wir für die 2 ersten und den folgenden Bruch einen kleinern gemeinschaftlichen Nenner finden, als wenn wir 12 mit 8 multiplicirten: wie wollt ihr es machen? K. Wir nehmen das gemeinschaftliche Maß 4, dividiren damit in 8 oder in 12 und multipliciren mit dem Quotienten den andern Nenner.

L. Thut dieses. K. (sprechen: 4 in 12 drey Mahl, 3 Mahl 8 ist 24.)

L. Jetzt ist 24 der kleinste Nenner für $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{8}$. Nun sollten wir 24 mit 9 multipliciren, um auch $\frac{7}{9}$ mit unter den gemeinschaftlichen Nenner zu bringen. Ist es aber nöthig, daß ihr 24 mit 9 multiplicirt? K. Nein.

L. Woran seht ihr dieses? K. An dem Umstande, daß 24 und 9 das gemeinschaftliche Maß 3 haben.

L. Mit welcher Zahl dürft ihr also nur 24 oder 9 multipliciren? K. 9 z. B. multipliciren wir mit dem Quotienten aus 3 und 24, also mit 8, welches 72 giebt.

L. Diese Zahl ist der kleinste gemeinschaftliche Nenner für die angeschriebenen 4 Brüche. Damit ihr die Art, wie wir ihn gefunden haben, recht behaltet, so gebt mir sie noch Ein Mahl an. K. Wir suchten den gemeinschaftlichen Nenner für $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$, welcher 12 war. Da dieser ein gemeinschaftliches Maß mit 8, nämlich die Zahl 4 hatte, so dividirten wir mit 4 in 12 und multiplicirten mit dem

Quo-

Quotienten 3 den Renner 8, wodurch wir 24 zum kleinsten Generalrenner für die 3 ersten Brüche bekamen. Da aber auch dieser Renner 24 ein gemeinschaftliches Maß mit 9 hatte, so dividirten wir 24 mit diesem gemeinschaftlichen Maße 3 und multiplicirten mit dem Quotienten 8 den 4ten Renner 9, wodurch wir 72 bekamen.

L. Nun bringt diese 4 Brüche unter diesen Renner. K. rechnen:

72)

$\frac{2}{3}$	24	$\frac{48}{72}$
$\frac{3}{4}$	18	$\frac{54}{72}$)
$\frac{5}{8}$	9	$\frac{45}{72}$
$\frac{7}{9}$	8	$\frac{56}{72}$

L Um euch diese Art, den kleinsten Generalnenner für mehrere Brüche zu finden, recht geläufig zu machen, rechnet noch folgende Exempel: $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{8}{9}$. || $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{5}{9}$. || $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{7}{9}$. || $\frac{7}{24}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{9}{20}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{17}{42}$.

L. Was es für Nutzen habe, wenn man Brüche unter einen gemeinschaftlichen Renner bringen kann, werdet ihr in der Folge erst recht einsehen. Vor der Hand will ich euch nur einen Vortheil zeigen, den uns diese Veränderung des Ausdrucks mehrerer Brüche gewährt. Nicht wahr, ihr könnt mir nicht gleich sagen, welcher von diesen beyden Brüchen $\frac{13}{15}$ und $\frac{59}{75}$ den größten Werth hat? K. Nein.

L. Nun gebt einmahl beyden Brüchen einen gemeinschaftlichen Renner. K. (rechnen:

225)

$\frac{13}{15}$	15	$\frac{195}{225}$
$\frac{59}{75}$	3	$\frac{177}{225}$.

L. Daß

L. Daß der erste dieser Brüche ($\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{5}{5}$) so viel als $\frac{1}{1}\frac{3}{5}$, und der zweyte so viel als $\frac{5}{7}\frac{9}{5}$ ist, wißt ihr schon. Welcher von den beyden neugefundenen ist nun der größere? K. $\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{5}{5}$.

L. Welcher von den beyden zuerst gegebenen muß also der größere seyn? K. $\frac{1}{1}\frac{3}{5}$.

L. Da die Vergleichung zweyer Brüche von einerley Nennern gar keine, hingegen von verschiednen Nennern oft sehr große Schwierigkeiten hat; so werdet ihr mir wohl sagen können, wozu es nützt, wenn man Brüche unter einerley Nenner bringen kann. K. Man kann dann zwey (oder mehrere) Brüche leicht mit einander vergleichen und ohne Mühe sagen, welcher der größere (oder größte) ist.

L. Richtig! Könnt ihr mir geschwind ohne alles Rechnen sagen, welcher von diesen beyden Brüchen ($\frac{7}{2\,4}$ und $\frac{1\,3}{3\,0}$) der größere ist? K. Nein.

L. Aber ihr habt ein Mittel, dieses gleich erfahren zu können: welches ists? K. Wir dürfen nur beyde Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen und dann sehen, welcher den größern Zähler hat.

L. Thut dieses. K. (rechnen:

120)

$\frac{7}{2\,4}$	5	$\frac{3\,5}{1\,2\,0}$
$\frac{1\,3}{3\,0}$	4	$\frac{5\,2}{1\,2\,0}$

L. Welcher von beyden gegebenen Brüchen ist also größer? K. $\frac{1\,3}{3\,0}$.

L. Jetzt sucht von jedem Paare der folgenden Brüche den größern: $\frac{7}{13}$, $\frac{8}{14}$. || $\frac{21}{25}$, $\frac{19}{22}$. || $\frac{7}{8}$, $\frac{48}{58}$, || $\frac{2}{8}$, $\frac{21}{32}$. || $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{19}$.

L. Jetzt will ich sehen, ob ihr von der Geschicklichkeit, Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner zu bringen, in vorkommenden Fällen auch Anwendung machen könnt. Ich habe z. B. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ Centner dürre Zwetschgen, welche ich in lauter gleiche, aber doch auch in die möglich größten Theile zerlegen und unter so viel Menschen, als ich Theile habe, austheilen möchte. Hier entstehen verschiedene Fragen, welche ich von euch selbst zu hören wünsche.

K. Erstlich kann man fragen: welches sind die möglich größten und gleichen Theile, worein so wohl $\frac{1}{3}$ als $\frac{1}{5}$ zerlegt werden kann? Zweytens: wie viel Menschen können etwas von den zu vertheilenden Zwetschgen bekommen?

L. Die Fragen sind recht aufgeworfen, es kommt jetzt nur darauf an, wie ihr ihre Beantwortung findet. K. Da dürfen wir ja nur beyde Brüche unter einerley Nenner und zwar unter den möglich kleinsten bringen und dürfen dann nur sehen, wie viel Theile (von gleicher Benennung) wir bekommen.

L. Recht gut! Thut dieses nun ohne Hülfe der Ziffern. K. (denken bey sich: 3 Mahl 5 ist 15, das ist der gemeinschaftliche Nenner, also 15tel sind die möglich größten und gleichen Theile, welche man aus $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ machen kann. Und da Ein Drittel 5 und Ein 5tel 3 funfzehntel giebt, so erhal-

erhalten) 8 Menschen etwas, jeder nämlich $\frac{1}{15}$ Centner.

L. Das war gut! Wir wollen noch mehr Exempel dieser Art im Kopfe rechnen. Ich habe $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ Centner Schmalz und will beyde Mengen zusammen in lauter gleiche und die möglich größten Theile zerlegen und sie unter so viel Menschen austheilen, als ich Theile bekomme. Welche Fragen entstehen hier? K. Die nämlichen, wie vorhin. 1) Was für eine Benennung erhalten die möglich größten und gleichen Theile? 2) Wie viel dergleichen Theile erhalten wir, wie viel Menschen können also etwas davon bekommen?

L. Dieses sind die richtigen Fragen: beantwortet sie nun. K., (die bey sich denken: 2 Mahl 3 ist 6, welche Zahl der gemeinschaftliche Nenner ist. $\frac{1}{2}$ giebt $\frac{3}{6}$ und $\frac{1}{3}$ giebt $\frac{2}{6}$, zusammen also $\frac{5}{6}$.) Fünf Personen können etwas bekommen, jede nämlich $\frac{1}{6}$ Centner.

L. Richtig! $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ Centner Kaffe sollen zusammen in gleichen aber in den möglich größten Theilen verkauft werden: wie heißen die Theile und welches ist ihre Anzahl? K. Das giebt $\frac{7}{12}$ *).

*) Exempel, der obigen Art, wo Zähler und Nenner mit einander multiplicirt werden müssen, um den gemeinschaftlichen Nenner zu finden, und wo in beyden Brüchen der Zähler 1 ist, können in einem Augenblicke von Kindern im Kopfe ausgerechnet werden. Sie sprechen im obigen Falle: 3 Mahl 4 ist 12, (welche Zahl der gemeinschaftliche Nenner ist,) und 3 und 4 ist 7,

(welche

L. Ein Kaufmann hat $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ ℔ Safran, er verkauft beyde Mengen nach und nach in gleichen und den möglich größten Theilen: auf wie viel Mahl und in was für Theilen hat er seinen Safran verkauft? K. Auf 11 Mahl, und jedes Mahl hat er $\frac{1}{30}$ ℔ weggegeben.

L. Wie viel Menschen können etwas bekommen, wenn $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{8}$ Centner Fleisch in gleichen und in den möglich größten Theilen so vertheilt werden sollen, daß jeder Einen Theil bekommt? K. 15 Menschen.

L. Und wie viel bekommt jeder? K. $\frac{1}{56}$ Centn.

Diese Uibungen werden unter folgenden Abstufungen fortgesetzt:

1) $\frac{1}{7}$ u. $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{8}$ u. $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{13}$ ꝛc. $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{13}$ ꝛc. $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{11}$ ꝛc.

2) $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{10}$ ꝛc. $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{15}$ ꝛc. $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{4}$ u. $\frac{1}{20}$ ꝛc. $\frac{1}{5}$ u. $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{5}$ u. $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{5}$ u. $\frac{1}{20}$ ꝛc. *)

3) $\frac{1}{2}$

(welche Zahl der Zähler wird,) denn 1/3 giebt 4/12 und 1/4 giebt 3/12, also darf man nur 3 und 4, die beyden Nenner, addiren.

*) Es ist den Kindern schon bekannt, daß hier der größere Nenner der gemeinschaftliche wird; deßhalb dürfen sie nur mit dem kleinern Nenner in den größern dividiren und zum Quotienten den Zähler des kleinen Bruches addi-

3) $\frac{1}{2}$ u. $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{2}$ u. $\frac{7}{8}$ ꝛc. $\frac{3}{4}$ u. $\frac{5}{8}$ *); $\frac{3}{4}$ u. $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{4}$ u. $\frac{5}{16}$ ꝛc. $\frac{2}{5}$ u. $\frac{9}{10}$; $\frac{3}{5}$ u. $\frac{7}{15}$; $\frac{4}{5}$ u. $\frac{7}{20}$ ꝛc. $\frac{5}{6}$ u. $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$ u. $\frac{7}{18}$; $\frac{5}{6}$ u. $\frac{5}{24}$ ꝛc.

4) $\frac{2}{3}$ u. $\frac{3}{4}$ **); $\frac{2}{3}$ u. $\frac{4}{5}$; $\frac{2}{3}$ u. $\frac{5}{7}$; $\frac{2}{3}$ u. $\frac{7}{8}$; $\frac{2}{3}$ u. $\frac{11}{10}$ ꝛc. $\frac{3}{4}$ u. $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$ u. $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$ u. $\frac{7}{9}$ ꝛc. $\frac{2}{5}$ u. $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{5}$ u. $\frac{4}{7}$; $\frac{4}{5}$ u. $\frac{3}{8}$ ꝛc. $\frac{5}{6}$ u. $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{6}$ u. $\frac{7}{8}$ ꝛc. $\frac{5}{9}$ u. $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{8}$ u. $\frac{7}{9}$; $\frac{7}{8}$ u. $\frac{5}{9}$.

5) $\frac{7}{15}$ u. $\frac{3}{20}$ ***); $\frac{3}{8}$ u. $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{8}$ u. $\frac{7}{20}$; $\frac{5}{6}$ u. $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{6}$ u. $\frac{4}{9}$; $\frac{3}{4}$ u. $\frac{7}{16}$; $\frac{3}{16}$ u. $\frac{5}{12}$; $\frac{2}{21}$; u. $\frac{9}{14}$; $\frac{3}{22}$ u. $\frac{5}{33}$; $\frac{7}{18}$ u. $\frac{5}{12}$. ꝛc.

---

addiren, um die Summe der beyden Zähler zu erhalten. Z. B. 5 in 20 vier Mahl, d. h. 1/5 giebt 4/20; 4 und 1 macht 5, nämlich 4 Zwanstigstel und Ein 20stel machen 5/20.

*) In diesem und ähnlichen Fällen denken die Kinder bey sich selbst: die Viertel lassen sich in Achtel verwandeln, also wird 8 der gemeinschaftliche Nenner. Ein Viertel giebt zwey Achtel, also geben drey Viertel 6/8; sechs Achtel und fünf Achtei machen 11/8.

**) Hier müssen die Kinder gewöhnt werden zu schließen: 1/3 giebt 4/12, also geben 2/3 8/12, und 1/4 giebt 3/12, also geben 3/4 9/12, zusammen also 17/12. Man findet diese Summe, wenn man beyde Brüche übers Kreuz multiplicirt und die beyden Producte addirt. Nämlich so: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ = 3 Mahl 3 ist = 9, und 2 Mahl 4 = 8, zusammen 17.

***) Hier und bey den folgenden Brüchen findet ein gemeinschaftliches Maß Statt.

q) Den verlangten Theil einer gegebenen Zahl durch Zerfällung des Divisors zu finden.

L. Wir wollen uns jetzt noch ein bischen im geschwinden Auffinden verlangter Theile einer gegebenen Zahl üben, wozu wir neulich schon einen kleinen Anfang gemacht haben. Hier habe ich 36 Bohnen: theilt sie in 4 gleiche Theile. K. (theilen).

L. Wie heißt jetzt jeder Theil? K. Viertel.

L. Jetzt theilt jedes Viertel in 3 gleiche Theile. K. (theilen).

L. Wie viel gleiche Theile habt ihr jetzt überhaupt aus den 36 Bohnen gemacht? K. 12.

L. Wie müssen daher die Theile heißen? K. 12tel.

L. Und wie viel einzelne Bohnen kommen auf jeden Theil (jedes Zwölftel)? K. 3.

L. Wenn ich nun noch gar nicht wüßte, wie viel das 12tel von 36 beträgt; und ich theilte erst 36 Bohnen in 4 gleiche Theile und zerlegte dann nur Einen von diesen 4 Theilen wieder in 3 gleiche Theile, würde ich dadurch wohl erfahren, wie viel das Zwölftel von 36 beträgt? K. Allerdings.

L. Freylich! Denn ich bekäme ja nach der 2ten Theilung so gut 3 Bohnen auf einen Theil, als wenn ich alle 4 Viertel von 36 jedes wieder in 3 gleiche Theile getheilt hätte. — Hier liegen 48 Bohnen: theilt sie in 2 gleiche Theile. K. (theilen).

L. Wie viel sind auf jede Hälfte gekommen? K. 24.

L. Jetzt

L. Jetzt theilt mir nur eine Hälfte in 8 gleiche Theile. K. (theilen).

L. Wenn wir nun die andere Hälfte auch in 8 gleiche Theile theilten, in wie viel gleiche Theile wäre denn da die ganze Zahl 48 zerlegt worden? K. In 16.

L. Ist es denn nöthig, daß ihr die andere Hälfte auch in 8 Theile zerlegt, wenn ihr mir sagen wollt, wie viel Bohnen auf das 16tel von 48 gehen? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil wir hier schon 16tel haben, und also sehen können, wie viel Bohnen auf $\frac{1}{16}$ von 48 gehen.

L. Wie viel gehen denn darauf? K. 3.

L. Wer sagt mir geschwind, wie wir jetzt das 16tel von 48 gefunden haben? K. Wir haben 48 erst in 2 gleiche Theile, und einen davon wieder in 8 gleiche Theile zerlegt.

L. Jetzt stellt die nämliche Rechnung mit Hülfe der Ziffern an. K. (dividiren: 2 | 48 | 24. 8 | 24 | 3).

	48		24
- -		- -	

L. Jetzt dividirt 48 mit 16. K. (dividiren: 16 | 48 | 3.)

48

L. Der Augenschein lehrt euch, daß ihr in beyden Fällen einerley Quotienten gefunden habt. Im Erfolge ist es also einerley, ob ihr 48 erstlich mit 2 und den dadurch gefundenen Quotienten mit 8, oder 48 gleich mit 16 dividirt. Jetzt betrachtet

die beyden Divisoren 2 und 8, sagt, auf welche Weise ihr die Zahl 16 aus ihnen finden könnt. K. Wenn wir sie mit einander multipliciren.

L. Aus welchen Zahlen ist also 16 ein Product? K. Aus 2 und 8.

L. Könnten nicht noch ein Paar Zahlen 16 zum Producte geben? K. Ja, 4 und 4.

L. Jetzt dividirt 48 erstlich mit 4, und den gefundenen Quotienten wieder mit 4, und sagt welche Zahl ihr zum Quotienten erhaltet. K. (nach angestellter Rechnung) 3.

L. Also auch das 16tel von 48. Nun gebt Acht! Ich will jetzt die Zahl 100 mit dem Divisor 24, welcher ein Product aus den 2 Factoren 4 und 6 ist, dividiren, und ihr sollt die nämliche Zahl 100 erstlich mit 4, dem einen dieser beyden Factoren, und hierauf den Quotienten mit 6, dem andern Factor, dividiren: werde ich, oder werdet ihr auf diese Weise das 24stel von 100 finden? K. Sie und wir werden es finden.

L. Wie geht aber das zu, da ihr ja nicht mit 24 dividirt? K. Wenn wir erstlich 100 mit 4 dividiren, so finden wir das Viertel von 100, und wenn wir ein Viertel in 6 gleiche Theile theilen, so finden wir das 24stel vom Ganzen. Denn das Sechstel von einem Viertel ist ja das 24stel vom Ganzen.

L. Richtig! Ich hätte dann nur gleich mit dem gegebenen Divisor 24 dividirt, ihr hättet aber diesen Divisor in seine Factoren zerfällt, und damit eine doppelte Division angestellt. Merkt

recht,

recht, was es heiße: einen Divisor in seine Faktoren zerfällen. Wer diejenigen zwey Zahlen sucht, von denen ein gegebener Divisor ein Product ist, der zerfällt ihn (den Divisor). Was werdet ihr also thun müssen, wenn ich sage: zerfällt mir den Divisor 18? K. Wir müssen zwey Zahlen suchen, von denen 18 ein Product ist.

L. Das heißt auch: ihr müßt die Factoren von 18 suchen. Sucht sie einmahl. K. 2 und 9 oder 3 und 6.

L. Sucht nun auch die Factoren von 15. K. 3 und 5.

L. Gut! Nun merkt! Da man mit kleinern Divisoren im Kopfe leichter dividiren kann, als mit größern, so ist es bequem, alle die Divisoren, welche sich in Factoren zerfällen lassen, zu zerfällen, und damit eine doppelte Division, auf die Art, wie ihr jetzt gesehen habt, anzustellen. Aber warum mag ich wohl erst gesagt haben: die Divisoren, welche sich in Factoren zerfällen lassen? Ich hätte ja sagen können: alle Divisoren soll man zerfällen. K. Weil sich nicht alle Divisoren zerfällen lassen.

L. Gut! Wer giebt mir solche Zahlen an, die nicht Producte von zwey Factoren sind? K. (geben vielleicht an:) 7, 13, 17, 19 ꝛc.

L. Nun wollen wir uns üben, durch Hülfe der Division mit zerfällten Divisoren den verlangten

Theil einer gegebenen Zahl *) zu finden. Wie viel beträgt der 6te Theil von 100? Mit welcher Zahl müßtet ihr, um diese Frage zu beantworten, dividiren? K. Mit 6.

L. Läßt sich wohl 6 in Factoren zerlegen? K Ja.

L. In welche? K. In 2 und 3.

L. Gut! Es wäre jetzt einerley, ob wir 100 zuerst mit 2 oder mit 3 dividirten. Allein wenn wir zuerst mit 3 dividiren, so bekommen wir im Quotienten einen Bruch, nämlich $33\frac{1}{3}$, und dieser Bruch macht, wenn dieser Quotient wieder dividirt werden soll, Schwierigkeiten. Daher ist es bequemer, wenn wir 100 zuerst mit 2 dividiren, weil wir dadurch den Bruch bey der ersten Division vermeiden, welches ihr immer, wo es nur möglich ist, thun müßt. Nun die Hülfte von 100? K. Ist 50.

L. Womit müßt ihr jetzt 50 dividiren? K. Mit 3.

L. Und wie viel ist das 3tel von 50? K. $16\frac{2}{3}$.

L. Der wie vielste Theil von 100 ist dieses? K. Der 6te.

L. Nun haben wir das 6tel von 100 gefunden. Wenn wir nun wieder von einem 100 das Sechstel suchten, wie viel würde denn dieses betragen? K. Wieder $16\frac{2}{3}$.

L. Wie

*) Ich werde hier häufig nur solche Zahlen wählen, die oft im gemeinen Leben vorkommen, z. B. 100 als die Anzahl der Pfunde, die ein Centner hat; 60 als die Anzahl der Kreuzer, die 1 fl. rhn. hat.

L. Wie viel macht 2 Mahl 16? K. 32.

L. Und 2 Mahl 2 Drittel? K. 4 Drittel oder $1\frac{1}{3}$.

L. Wie viel macht 32 und $1\frac{1}{3}$? K. $33\frac{1}{3}$.

L. Wer das 6tel von einem, und das 6tel von einem andern Hundert hat, der hat das 6tel von 200. Wie viel macht das 6tel von 200? K. $33\frac{1}{3}$.

L. Wie haben wir diese Zahl gefunden? K. Wir haben erst das 6tel von einem 100 gesucht, und es dann doppelt genommen.

L. Wenn wir nun das 6tel von 400 suchen sollten, wie könnten wir dieses leicht finden? K. Wenn wir erst das 6tel von 100 suchten und es 4 Mahl nähmen.

L. Ganz recht! Nun wollen wir das 8tel von 100 durch Zerfällung des Divisors suchen. In welche Factoren kann er zerfällt werden? K. In 2 und 4.

L. Welche von diesen beyden Zahlen gehen in 100 auf? K. Sie gehen beyde darin auf.

L. Nun so dividirt erst mit 4, oder nehmt das Viertel von 100. K. Das ist 25.

L. Jetzt dividirt in diese Zahl mit 2 und gebt den Quotienten an. K. $12\frac{1}{2}$.

L. Der wievielste Theil von 100 ist $12\frac{1}{2}$? K. Der achte.

L. Wie viel ist das 8tel von 200? K. 25.

L. Und von 300? K. $37\frac{1}{2}$.

L. Jetzt sagt mir geschwind, wie viel jedes Kind bekäme, wenn sich ihrer 12 in 100 Aepfel

so theilen sollten, daß eins so viel als das andere erhielte. K. (denken bey sich: 12 läßt sich in die Factoren 2 und 6 oder 3 und 4 zerfällen, wenn wir die zwey letztern zu Divisoren nehmen und erstlich das Viertel von 100 nehmen, so bekommen wir 25, mit 3 in diese Zahl dividirt, giebt den Quotienten) $8\frac{1}{3}$.

L. Wie viel ist denn das Zwölftel von 200?

K. 16 und $\frac{2}{3}$.

L. Und von 300? K. 25.

L. Wie viel bekommt jeder von 14 Menschen, wenn 100 fl in gleichen Theilen unter sie vertheilt werden sollen? K. (denken bey sich: 14 läßt sich in die Factoren 2 und 7 zerfällen, mit 2 in 100 dividirt, giebt gerade 50, 7 in 50 sieben Mahl und 1 bleibt im Reste, welches $\frac{1}{7}$ giebt, also) $7\frac{1}{7}$ fl.

L. Wie aber, wenn 300 fl. auf die nämliche Weise unter 14 Menschen sollten vertheilt werden?

K. Dann bekäme jeder 3 Mahl mehr, also $21\frac{3}{7}$ fl.

L. Wenn aber nur 90 fl. also vertheilt werden sollten? K. (denken bey sich: 2 ist in 90 fünf und vierzig Mahl enthalten, 7 in 45 sechs und $\frac{3}{7}$ Mahl) $6\frac{3}{7}$ fl.

L. Und wenn die zu vertheilende Summe nur 80 fl. betrüge? K. (denken bey sich: 2 in 80 vierzig Mahl, 7 in 40 fünf und $\frac{5}{7}$ Mahl) $5\frac{5}{7}$ fl.

L. Wie viel Erbsen erhielte jeder von 15 Menschen, wenn ich 100 Maß in gleichen Theilen unter sie vertheilte? K. (denken bey sich: 15 läßt sich in die Factoren 3 und 5 zerlegen. Da 3 in 100 nicht aufgeht, so nehmen wir 5 und dividiren damit,

mit, wodurch wir zum Quotienten 20 erhalten; 3 in 20 geht 6 und $\frac{2}{3}$ Mahl, also) $6\frac{2}{3}$ Maß.

L. Recht! Wie aber, wenn ich einmahl 300 Maß Erbsen auf diese Weise vertheilen wollte? K. Da würde jeder 3 Mahl mehr, also 20 Maß erhalten.

L. Und wenn ich 120 Maß in 15 gleiche Theile zerlegte? K. (nach gehöriger Uiberlegung) Da kämen 8 Maß auf einen Theil.

Diese Uibung setze man fleißig fort, sie verschaft große Fertigkeit im Kopfrechnen. Ich setze noch einige Uibungsbeyspiele her:

Die Zahlen 100, 120, 140, 60 werden dividirt mit 60.

Die Zahlen 102, 108, 120, 116, 90 werden dividirt mit 18, 21.

Die Zahlen 100, 200, 300 ꝛc. 104, 108 ꝛc. werden dividirt mit 24, 28, 32.

Die Zahlen 100, 200 ꝛc. 124, 128, 132 ꝛc. werden dividirt mit 36 *).

Die Zahlen 100, 200 ꝛc. 105, 110, 115, 120 ꝛc. werden dividirt mit 35, 40, 45.

Die Zahlen 108, 114, 120, 126, 60, 66, 72, 78 ꝛc. werden dividirt mit 42, 48, 54.

*) Es ist bequemer, wenn man diese Zahl in 4 und 9 als wenn man sie in 6 und 6 zerfällt.

B) Von den 4 einfachen Rechnungsarten mit Brüchen.

a) Addition.

L. Wie viel 7tel bekäme Fritz, wenn ich ihm deren 2, 5 und 4 gäbe? K. Da bekäme er ihrer 11.

L. Welche Rechnungsart habt ihr denn angewendet, um mir diese Antwort geben zu können? K. Die Addition.

L. Was habt ihr denn addirt, Brüche oder lauter Ganze? K. Brüche.

L. Nun da könnt ihr mir schon sagen, ob man auch Brüche addiren kann oder nicht. K. Man kann sie auch addiren.

L. Freylich! Und wie man bey der Addition der Brüche zu Werke geht, das sollt ihr jetzt lernen. Ich will die Brüche, die ihr erst addirt habt, herschreiben: $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{7}$ — So! Habt ihr wohl die Zähler oder die Nenner addirt, um auf meine Frage antworten zu können? K. Die Zähler.

L. Aber warum nicht auch die Nenner? K. —

L. Zeigt denn der Nenner auch eine gewisse Anzahl von Theilen an, die ich habe, so daß, wenn ich $\frac{2}{7}$ bekomme, ich ausser den 2 Theilen deren noch 7 erhalte? K. Nein.

L. Was zeigt denn der Nenner nur an? K. Die Anzahl der Theile, worein das Ganze getheilt worden ist.

L. Und warum heißt diese Zahl gerade Nenner? K. Weil sie den Theilen ihre Benennung giebt.

L. Wenn

L. Wenn ich nun $\frac{2}{7}$ und $\frac{4}{7}$ zusammen lege, bekommen denn die Theile, weil es ihrer nun 6 werden, andere Benennungen, oder bleiben es 7tel?

K, Es bleiben 7tel.

L. Da darf ja ihre Benennung nicht verändert werden: dieß würde aber geschehen, wenn ich etwa 7 und 7 zusammenzählen und 14 zum Nenner machen wollte. Statt $\frac{6}{7}$ bekämen wir $\frac{6}{14}$, welches, wie ihr wißt, nur die Hälfte von $\frac{6}{7}$ ist. Nun sagt mir, warum ihr beym Addiren der vorhin gegebenen Brüche nicht auch die Nenner zusammenzählen durftet? K. Weil diese den Theilen nur die Benennung geben, aber keine Anzahl von vorhandenen Stücken anzeigen.

L. Gut! Wenn ihr nun jetzt sagen solltet, wie man es macht, wenn man Brüche addirt, wie würdet ihr antworten? K. Man muß ihre Zähler zusammenzählen.

L. Nun sagt mir doch, wie viel ich Theile bekomme, wenn ich zu $\frac{2}{3}$ noch $\frac{4}{5}$ lege? K. Sechs.

L. Aber was für Theile? 6 Drittel oder 6 Fünftel? K. Weder 6 Drittel noch 6 Fünftel.

L. Und doch muß man wissen, was die Theile für eine Benennung haben. Denn wenn ich sagte: ich gebe euch 6 Theile von einem oder zwey Kuchen, so wüßtet ihr gar nicht, wie groß oder klein die Theile wären, ihr könntet also den Werth des Bruches gar nicht beurtheilen. Meynt ihr nun wohl, daß man in allen Fällen nur die Zähler addiren dürfe, wenn man Brüche addiren soll? K. Nicht in allen Fällen.

L. In welchen Fällen wird dieses wohl nur angehen? Ihr werdet die Antwort hierauf finden, wenn ihr die Nenner des erstern Exempels mit einander, und die des letztern auch mit einander vergleicht. K. Im erstern Exempel waren die Nenner einander gleich, im letztern aber verschieden; also darf man nur bey Brüchen, welche gleiche (einerley) Nenner haben, die Zähler addiren, wenn man sie, die Brüche, addiren soll.

L. So ist es recht! Denn da, wie ihr schon längst gelernt habt, nur Dinge von einerley Art, oder von einerley Benennung zusammengezählt werden können; so kann man 3tel und 5tel; 7tel und 9tel ꝛc. als Dinge (Theile) von verschiedenen Benennungen nicht zusammenzählen. So wenig nämlich 3 Hühner und 4 Gänse 7 Hühner oder 7 Gänse sind; so wenig sind 3 Viertel und 4 Fünftel 7 Viertel oder 7 Fünftel. Aber so nach können wir 3tel, 5tel, 6tel ꝛc. wohl nicht zusammen addiren und z. B. $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{6}$ nicht in Einer Summe darstellen?

K. —

L. Wie? wenn beyde Brüche einerley Nenner hätten, ließen sie sich wohl da nicht addiren? K. O ja.

L. So nach wäre es ia doch möglich, die Brüche $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{6}$ zu addiren: was für eine Veränderung dürften wir nur erst mit ihnen vornehmen? K. Wir dürften sie nur erst unter einerley Nenner bringen.

L. Nun,

L. Nun, thut dieses. K. (rechnen: $\frac{4}{5}|6|\frac{24}{30}$).
$\frac{5}{6}|5|\frac{25}{30}$

L. Jetzt haben wir $\frac{24}{30}$, welche, wie ihr wißt, am Werth $\frac{4}{5}$ gleich sind, und $\frac{25}{30}$, welche gerade so viel als $\frac{5}{6}$ betragen. Was haben wir jetzt zu thun, um $\frac{24}{30}$ und $\frac{25}{30}$ in Einer Summe darzustellen? K. Wir dürfen nur beyde Zähler addiren.

L. Thut dieses. K. 25 und 24 macht 49.

L. So viel Theile erhalten wir. Aber was für eine Benennung haben sie? K. 30stel.

L. Der gemeinschaftliche Nenner bleibt also unverändert, wenn man die Zähler vereinigt hat. Ihr habt jetzt $\frac{5}{6}$ und $\frac{4}{5}$ addirt. Sagt, wie ihr es gemacht habt. K. Wir haben sie erst unter einerley Nenner gebracht, und dann ihre Zähler addirt, den Nenner aber unverändert gelassen.

L. Nunmehr seyd ihr im Stande, jede gegebene Reihe von Brüchen, sie mögen einerley oder verschiedene Nenner haben, zu addiren; denn ihr wißt jetzt, was ihr in jedem dieser beyden Fälle zu thun habt. Im erstern, wo die Brüche schon einerley Nenner haben, — nun! was dürft ihr da nur thun? K. Nur die Zähler addiren.

L. Und was ist im letztern Falle zu thun? K. Da müssen wir erst die Brüche unter einerley Nenner bringen.

L. Recht! Und nun werdet ihr wieder einen Grund einsehen, warum ihr neulich lernen mußtet, mehrern Brüchen einerley Nenner zu geben, ohne dabey ihren Werth zu verändern. Warum mußtet

ihr wohl dieses lernen? K. Um Brüche von verschiedenen Nennern addiren zu können.

L. Freylich! Jetzt wollen wir uns ein bischen im Addiren der Brüche üben. Gesetzt ich hätte $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{9}{11}$ und $\frac{4}{11}$ ß, wie viel machte das wohl zusammen? Man ordnet die Brüche beym Rechnen auf der Tafel folgender Massen unter einander:

$$\begin{array}{r} \frac{3}{11} \\ \frac{2}{11} \\ \frac{5}{11} \\ \frac{9}{11} \\ \frac{4}{11} \\ \hline \end{array}$$

Hingegen, wenn ich die Aufgabe an die Tafel schreibe, und ganz kurz anzeigen will, daß diese Brüche addirt werden sollen; so mache ich es so $\frac{3}{11} + \frac{2}{11} + \frac{5}{11} + \frac{9}{11} + \frac{4}{11}$. Das stehende Kreuz zwischen 2 Zahlen vertritt nämlich die Stelle des Wörtleins und oder: ist das Additionszeichen. Daher können wir diese Reihe lesen: $\frac{3}{11}$ und $\frac{2}{11}$ und $\frac{5}{11}$ ꝛc. oder: zu $\frac{3}{11}$ sollen addirt werden $\frac{2}{11}$ und $\frac{5}{11}$ ꝛc. Was habt ihr jetzt nur zu thun, um die Summe aller der da bezeichneten Brüche zu finden? K. Wir dürfen nur die Zähler addiren, und den gemeinschaftlichen Nenner unter die gefundene Summe setzen.

L. Thut dieses. K. (finden $\frac{23}{11}$).

L. Ist die gefundene Summe ein ächter oder unächter Bruch? K. Ein unächter.

L. Also enthält er Ein oder noch mehr als Ein Ganzes. Welcher von beyden Fällen findet hier Statt? K. Der letztere.

L. Wo-

L. Woràn seht ihr dieses? K. An dem Zähler, welcher größer als der Nenner ist.

L. Wie finden wir denn die Ganzen, die in diesem Bruche enthalten sind? K. Wenn wir mit dem Nenner in den Zähler dividiren.

L. Durch welchen Schluß werden wir auf dieses Verfahren geleitet? K. Wir schließen: 11 Eilftel gehören zu einem Ganzen; so oft ich also $\frac{11}{11}$ habe, so oft habe ich Ein Ganzes. Durch die Division trfahren wir aber, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, daher müssen wir hier mit 11 in 23 dividiren.

L. Das war recht! Nun dividirt. K. (dividiren: 11 | 23 | $2\frac{1}{11}$.)

23	
22	
1	

L. Diese einzelnen Brüche von Gulden machen also gerade 2 ganze und $\frac{1}{11}$ Gulden aus. Jetzt sagt mir, wie viel $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ von diesen Stäben ausmachen. K. (rechnen:

12)

$\frac{2}{3}$	4	8 *)
$\frac{3}{4}$	3	9
$\frac{1}{2}$	6	6
$\frac{1}{4}$	3	3
	26	$= 2\frac{1}{6}$.)
	12	

*) Man zeige den Kindern, daß es hier bequemer ist, wenn man die Nenner weglässt, weil dann die Zähler leichter übersehen und addirt werden können.

L. Jetzt will ich von diesen Stäben $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ an einander legen und sehen, wie oft dieser ganze (Nro. 1.) darin enthalten ist. — — Richtig! Seht ihr? gerade 2 Mahl, und das Stückchen, das noch übrig ist, ist gerade so lang, als das Sechstel (von Nro. 6.). Nun habt ihr euch auch durch eure Augen überzeugen können, daß wir richtig gerechnet haben. — Jetzt wollen wir addiren: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{15}$ Gulden. K. (rechnen:

30)

$\frac{1}{2}$	15	15
$\frac{3}{5}$	6	18
$\frac{2}{3}$	10	20
$\frac{7}{15}$	2	14

67 = $2\frac{7}{30}$.)

30

L. Wir wollen auch bey diesem Exempel eine Untersuchung anstellen und sehen, ob ihr die richtige Summe gefunden habt. Wie viel Kreuzer macht denn $\frac{1}{2}$ Gulden? K. 30 kr.

L. Und $\frac{1}{5}$ fl.? K. 12 kr.

L. Also $\frac{3}{5}$ fl.? K. 36 kr.

L. Und $\frac{1}{3}$ fl.? K. 20 kr.

L. Also $\frac{2}{3}$ fl.? K. 40 kr.

L. Und $\frac{1}{15}$ fl.? K. 4 kr.

L. Und $\frac{7}{15}$ fl.? K. 28 kr.

L. Die

L. Die addirte Reihe von Brüchen in Kreuzern ausgedrückt giebt also: kr.

30
36
40
28

60 | 134 | $2\frac{14}{60}$

120

14

Nun addirt diese verschiednen Zahlen. K. (finden die bemerkte Summe.)

L. Wie finden wir denn die Gulden, welche in dieser Summe von Kreuzern enthalten sind? K. Wenn wir mit 60 darein dividiren.

L. Thut dieses. K. (rechnen und finden den bemerkten Quotienten.)

L. Der Bruch $\frac{14}{60}$ läßt sich noch aufheben, deßhalb hebt ihn auf. K. (finden $\frac{7}{30}$)

L. Nun habt ihr auch 2 ganze und $\frac{7}{30}$ fl. gefunden. Und hieraus könnt ihr sehen, daß ihr die gegebenen Brüche gehörig addirt und die richtige Summe davon gefunden habt. Wir wollen ferner addiren: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{8}$ ℔. K. (setzen an und rechnen: ℔

16)

$\frac{1}{2}$	8	8
$\frac{3}{4}$	4	12
$\frac{5}{16}$	1	5
$\frac{7}{8}$	2	14

$\frac{39}{16} = 2\frac{7}{16}$ ℔.

L. Wer kann das nämliche Exempel so ansetzen und rechnen, daß wir es nicht mehr mit Brüchen, sondern mit lauter Lothen zu thun haben? K. (setzen an und rechnen: $\frac{1}{2}$ ℔ = 16 Loth.

$\frac{3}{4}$ — = 24 —

$\frac{5}{16}$ — = 10 —

$\frac{7}{8}$ — = 28 —

78 Loth.

L. Jetzt macht die Lothe zu Pfunden. K. (rechnen: 32 | 78 | $2\frac{14}{32}$.

64

14

L. Hier haben wir auch 2 ganze und $\frac{14}{32}$ oder $\frac{7}{16}$ ℔. Also gerade so viel als vorhin. — Ich will doch einmahl sehen, ob ihr das folgende Exempel, wo nebst den Brüchen auch Ganze vorkommen, gehörig rechnen könnt: $4\frac{1}{2}$ fl.

$25\frac{2}{3}$ —

$12\frac{7}{8}$ —

$35\frac{5}{12}$ —

$86\frac{3}{4}$ —

Wie meynt ihr wohl, daß dieses Exempel gerechnet werden müsse? K. Erst addirt man die Brüche, dann die Ganzen *).

L. Richtig! Man könnte zwar auch die Ganzen zuerst und nachher die Brüche addiren; allein die von euch angegebene Art ist die gewöhnliche. — Sucht jetzt die Summe von diesen Summanden.

K. (rech-

*) Diese Antwort geben wenigstens manche Kinder.

K. (rechnen und finden die Summe der Brüche = $\frac{77}{24}$ = $3\frac{5}{24}$.)

L. Die Brüche allein haben uns 3 Ganze und $\frac{5}{24}$ gegeben. Diese Summe wollen wir einstweilen unter den Brüchen stehen lassen, und die Summe der gegebenen Ganzen suchen. K. (finden sie = 162).

L. Wir könnten jetzt sagen: die gegebenen Ganzen und Brüche zusammen genommen, betragen 162 und $3\frac{5}{24}$; allein das wären im Grunde zwey verschiedne Summen, und doch soll durch die Addition nur Eine Summe gefunden werden: was werden wir daher wohl noch thun müssen, um nur Eine Summe zu erhalten? K. Wir müssen die 3 Ganzen noch zu den 162 zählen.

L. Recht! Die Summe unserer gegebenen Summanden beträgt also? K. $165\frac{5}{24}$ fl.

L. So ist es recht! Jetzt wird mir wohl jedes von euch sagen können, was zu thun ist, wenn man Ganze, an welchen noch Brüche hängen, d. h. gemischte Zahlen, zu addiren hat. K. Man addirt erst die Brüche, alsdann die Ganzen, und rechnet in die Zahl der Ganzen auch die aus den Brüchen entstandenen Ganzen mit ein.

L. Dabey merkt noch, daß man die Summe der Ganzen unter die gegebenen Ganzen und den Bruch, wenn einer in der Summe mit begriffen ist,

unter die gegebenen Brüche setzt. Nun hoffe ich, daß ihr dieses Exempel gehörig werdet ausrechnen können:

$27\frac{5}{8}$ fl.
$36\frac{2}{3}$ fl.
$12\frac{5}{6}$ fl.
$18\frac{3}{4}$ fl.

$93\frac{7}{8}$

K. (rechnen und finden die bemerkte Summe.)

Ich setze noch einige Uibungsbeyspiele und zwar gleich gehörig berechnet her.

fl.	42)	
$24\frac{3}{7}$	6	18
$138\frac{5}{6}$	7	35
$92\frac{1}{2}$	21	21
$1436\frac{2}{3}$	14	28
		102 $= 2\frac{3}{7}$
$1692\frac{3}{7}$		42

fl.	48)	
$486\frac{15}{16}$	3	45
$312\frac{5}{8}$	6	30
$709\frac{3}{4}$	12	36
$118\frac{5}{12}$	4	20
$1627\frac{35}{48}$		131 $= 2\frac{35}{48}$
		48

Thl.	60)	
$1486\frac{7}{12}$	5	35
$2436\frac{8}{15}$	4	32
$499\frac{2}{3}$	20	40
$72\frac{3}{4}$	15	45
$8\frac{1}{2}$	30	30
		182 $= 3\frac{1}{30}$
$4504\frac{1}{30}$		60

Centn.	40)	
$54\frac{3}{5}$	8	24
$162\frac{1}{2}$	20	20
$1429\frac{3}{4}$	10	30
$212\frac{3}{8}$	5	15
$69\frac{1}{5}$	8	8
$8\frac{1}{2}$	20	20
		117 $= 2\frac{37}{40}$
$1936\frac{37}{40}$		40

tb

Lb	16)		
24	$\frac{1}{2}$	8	8
12	$\frac{3}{4}$	4	12
8	$\frac{5}{8}$	2	10
11	$\frac{3}{16}$	1	3
4	$\frac{1}{4}$	4	4
61	$\frac{5}{16}$		37

$\frac{37}{16} = 2\frac{5}{16}$

Elle	48)		
24	$\frac{1}{2}$	24	24
32	$\frac{2}{3}$	16	32
69	$\frac{3}{4}$	12	36
88	$\frac{5}{8}$	6	30
72	$\frac{9}{16}$	3	27
288	$\frac{5}{48}$		149

$\frac{149}{48} = 3\frac{5}{48}$

Simr.	48)		
12	$\frac{1}{2}$	24	24
118	$\frac{3}{4}$	12	36
32	$\frac{5}{12}$	4	20
18	$\frac{7}{8}$	6	42
74	$\frac{3}{16}$	3	9
239	$\frac{1}{4}$	12	12
495	$\frac{47}{48}$		143

$\frac{143}{48} = 2\frac{47}{48}$

Eymer	120)		
21	$\frac{1}{3}$	40	40
5	$\frac{3}{4}$	30	90
6	$\frac{5}{8}$	15	75
18	$\frac{1}{2}$	60	60
22	$\frac{5}{12}$	10	50
30	$\frac{3}{5}$	24	72
96	$\frac{9}{40}$		387

$\frac{387}{120} = 3\frac{9}{40}$

L. Jetzt wollen wir auch versuchen, kleine Exempel, worin Brüche vorkommen, im Kopfe zu addiren. Wie viel bekomme ich, wenn mir jemand $6\frac{1}{2}$ und $12\frac{2}{3}$ fl. giebt? K. 6 und 12 macht 18: $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ macht $\frac{7}{6}$, das ist $1\frac{1}{6}$, also zusammen $19\frac{1}{6}$ fl.

L. Wie viel muß ich zahlen, wenn ich $5\frac{2}{3}$ und $13\frac{3}{4}$ fl. schuldig bin? K. $19\frac{5}{12}$ fl.

L. Ich lasse 2. Kleider machen, zu Einem derselben brauche ich $4\frac{5}{8}$ und zu dem andern $3\frac{1}{2}$ Elle Tuch:

wie viel Ellen Tuch brauche ich zu beyden Kleidern? K. $8\frac{1}{8}$.

L. Ein Bauer nimmt für eine Klafter Tannenholz $7\frac{3}{4}$ fl und für eine Klafter Buchenholz $11\frac{2}{5}$ fl. ein: wie viel beträgt das in Einer Summe? K. $19\frac{3}{20}$ fl.

L. Wie viel giebt derjenige aus, welcher dem Bäcker $12\frac{5}{8}$ fl. und dem Metzger $18\frac{7}{12}$ fl. bezahlt? K. $31\frac{5}{24}$ fl.

L. Was kosten 2 Bücher, wovon das eine mit $2\frac{3}{4}$ fl. und das andere mit $4\frac{5}{6}$ fl. bezahlt werden muß? K. $7\frac{7}{12}$ fl.

L. Ein Bauer verkauft $24\frac{3}{8}$ und $36\frac{5}{6}$ Centner Heu: wie viel macht das zusammen genommen? K. $61\frac{5}{24}$ Centner.

L. Ich nehme hinter einander $3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$. $6\frac{3}{4}$ fl. ein: wie viel macht dieses zusammen genommen? K. $15\frac{11}{12}$ fl.

L. Eine Frau verbraucht heute $2\frac{3}{8}$, und morgen $5\frac{3}{4}$ ℔ Schmalz: wie viel Schmalz macht dieses zusammen genommen? K. $8\frac{1}{8}$ ℔.

L. Ein Bauer hat $3\frac{1}{2}$, dann $2\frac{3}{4}$, dann $4\frac{1}{3}$ Schober Stroh verkauft: wie viel macht das in Einer Summe? K. $10\frac{7}{12}$ Schober.

L. Jemand kauft $\frac{5}{8}$ und dann $\frac{7}{12}$ Ellen Sammet: wie viel macht das zusammen? K. $1\frac{5}{24}$ Elle.

L. Wie viel Fleisch braucht ein Bauer zu 2 Mahlzeiten, wenn er das eine Mahl $8\frac{3}{4}$, das andere Mahl $7\frac{1}{2}$ ℔ aufsetzen muß? K. $16\frac{1}{4}$ ℔.

L. Wie

L. Wie weit kommt ein Bothe in 3 Tagen, wenn er am ersten $5\frac{1}{2}$, am 2ten $4\frac{1}{4}$, am 3ten $3\frac{1}{8}$ Meile zurücklegt? K. $12\frac{7}{8}$ Meilen weit.

L. Ich gebe einem Kinde die Hälfte von 7, und das Drittel von 11 fl.: wie viel bekommt er da? K. Die Hälfte von 7 ist $3\frac{1}{2}$, und das Drittel von 11 ist $3\frac{2}{3}$, das macht also $7\frac{1}{6}$ fl.

L. Ein Knabe bekommt das Viertel von 33 und das 6tel von 19 fl: wie viel bekommt er da? K. 1) $8\frac{1}{4}$, 2) $3\frac{1}{6}$, das macht $11\frac{5}{12}$ fl.

L. Jemand erbt den 24sten Theil von 200 und den 12ten Theil von 80 fl.: wie viel macht das zusammen genommen? K. Der 24ste Theil von 100 ist $4\frac{1}{6}$, also von 200 $8\frac{1}{3}$; und von 80 macht der zwölfte Theil $6\frac{2}{3}$, folglich erbt dieser Mensch 15 fl.

L. Eine Bäuerin schenkt ihrer Tochter das 5tel von 64 und das 4tel von 45 Ellen Leinwand: wie viel Ellen bekommt diese? K. 1) $12\frac{4}{5}$, 2) $11\frac{1}{4}$, zusammen also $24\frac{1}{20}$ Ellen.

L. Eine Frau braucht zu einem Kleide die Hälfte von einem Stück Zeug, welches 25 Ellen hält, und ein Mädchen braucht zu einem Kleide das Drittel von dem nämlichen Stücke Zeug: wie viel brauchen beyde Personen zusammen? K. $20\frac{5}{6}$ Ellen.

L. Ich habe 100 Gulden, wovon ich einem Menschen das 15tel, und einem andern das Drittel schenke: wie viel Geld schenke ich in diesem Falle weg? K. Das 15tel von 100 macht $6\frac{2}{3}$,

und

und das Drittel von 100 ist $33\frac{1}{3}$; also schenken Sie gerade 40 fl. weg.

L. Jemand vermischt $\frac{3}{4}$ Eymer Wein mit $\frac{2}{7}$ Eymer Wasser: wie viel solchen gewässerten Wein erhält er dadurch? K. $1\frac{1}{28}$ Eymer.

L. Jemand vermischt $8\frac{5}{8}$ ℔ guten Caffe mit $2\frac{1}{3}$ ℔ schlechtem: wie viel Caffe erhält er dadurch? K. $10\frac{23}{24}$ ℔.

L. Ich bekomme die Hälfte von 9, und das Drittel von 8 ℔ Zucker: wie viel macht dieses zusammen genommen? K. $7\frac{1}{6}$ ℔.

L. Ich bekomme das 4tel von 10 und das 5tel von 12 fl.: wie viel macht dieses zusammen genommen? K. $4\frac{9}{10}$ fl.

L. Ich muß das 8tel von 7 und das 12tel von 49 fl. zahlen: wie viel also zusammen genommen? K. $4\frac{23}{24}$ fl.

L. Wie viel Gulden hat derjenige, welcher das Drittel, das 5tel und das 8tel von 200 fl. hat? K. $131\frac{2}{3}$ fl.

b) Subtraction.

L. Hier liegen $\frac{6}{7}$ von einem unserer Stäbe (von Nro. 7): kann man wohl davon 2 Stücke (Theile) wegnehmen? K. Allerdings.

L. Nun so nehmt ihrer 2 weg. K. (nehmen weg).

L. Wie

L. Wie heißen denn die Stücke, welche ihr weggenommen habt? K. 7tel.

L. Und wie heißen die übrig gebliebenen? K. Auch 7tel.

L. Wie viel Siebentel habt ihr jetzt von 6 Siebentel weggenommen? K. 2.

L. $\frac{2}{7}$ ist, was ihr ohne mein Erinnern wißt, so gut ein Bruch als $\frac{6}{7}$. Ihr werdet mir nun sagen können, ob man auch einen Bruch von einem andern wegnehmen oder abziehen kann. K Das kann man.

L. Welche Rechnungsart wird man also, da man dieses thun kann, mit Brüchen noch ausser der Addition vornehmen können? K. Die Subtraction.

L. Richtig! Jeden kleinern Bruch kann man von einem größern abziehen. Habt ihr verstanden, was ich gesagt habe? — Wer wiederhohlt mirs noch Ein Mahl? — Gut! $\frac{4}{5}$ ist ein größerer Bruch, als $\frac{2}{7}$, folglich muß dieser von jenem abgezogen werden können. Nehmt also von diesen $\frac{4}{5}$ (4 Theile von Nro. 5. hinlegend) $\frac{2}{7}$ weg. K. —

L. Nun, warum nehmt ihr nicht 2 Theile weg? K. Weil wir dann $\frac{2}{5}$, und nicht, wie wir sollen, $\frac{2}{7}$ wegnähmen.

L. Das ist wahr. Da wird sich also wohl $\frac{2}{7}$ von $\frac{4}{5}$ gar nicht abziehen lassen? K. Das muß doch möglich seyn, weil Sie vorhin gesagt haben, jeden kleinern Bruch ꝛc.

L. Allerdings ist es möglich! Es kommt nur darauf an, daß wir es recht angreifen. Könnt ihr

wohl

wohl 3 Hühner von 9 Gänsen wegnehmen? K. Bewahre!

L. Woher kommt denn das wohl, da ihr doch ohne alle Schwierigkeit 3 von 9 wegnehmen könnt? K. Weil die Gänse keine Hühner sind.

L. Also weil ihr Dinge, die nicht einerley Benennung haben, oder nicht von einerley Art sind, von einander abziehen sollt. Nun könnt ihr wohl einsehen, warum ihr von $\frac{4}{5}$ nicht $\frac{2}{7}$ wegnehmen könnt. Warum meynt ihr wohl? K. Weil beyde Brüche nicht einerley Nenner haben.

L. Freylich! Können wir aber diesen beyden Brüchen nicht einerley Nenner geben? K. Warum nicht?

L. Nun so gebt ihnen gleiche Nenner. K (rechnen: 35)

$\frac{4}{5}|7|28$).

$\frac{2}{7}|5|10$

L. $\frac{4}{5}$ haben wir jetzt zu $\frac{28}{35}$ und $\frac{2}{7}$ zu $\frac{10}{35}$ gemacht. Läßt sich denn jetzt der kleinere dieser Brüche nicht von dem größern abziehen? K. Ja.

L. So zieht ihn ab und sagt mir den Rest. K. $\frac{18}{35}$.

L. Richtig! Jetzt will ich $\frac{6}{7}$ und $\frac{2}{7}$ herschreiben. — Welche Zahlen werden wohl hier von einander abgezogen werden müssen, wenn $\frac{2}{7}$ von $\frac{6}{7}$ sollen weggenommen werden? K. 2 wird von 6 abgezogen.

L. Was führen diese beyden Zahlen hier für einen Namen? K. Sie heißen Zähler.

L. Also

L. Also wird der eine Zähler von dem andern abgezogen. — Nun sagt mir, was ihr zu thun habt, wenn ihr Brüche mit gleichen Nennern von einander subtrahiren sollt. K. Da dürfen wir nur den einen (kleinern) Zähler von dem andern (grössern) abziehen.

L. Und wozu macht ihr den dadurch gefundenen Rest, zum Zähler oder Nenner des zu suchenden Bruches? K. Zum Zähler.

L. Und wo nehmt ihr den Nenner dazu her? K. Dazu nehmen wir den Nenner der gegebenen Brüche.

L. Recht! Denn da nicht die Theile oder Stücke, sondern nur ihre Zahl durchs Subtrahiren verändert wird, so muß auch ihre Benennung unverändert bleiben. Aber was ist zu thun, wenn Brüche, welche nicht einerley Nenner haben, von einander abgezogen werden sollen? K. Da muß man sie erst unter einerley Nenner bringen.

L. Aber warum muß dieses geschehen? K. Weil man Dinge, die nicht einerley Benennung haben, nicht von einander abziehen kann.

L. Richtig! Nun merkt noch, daß, wenn man anzeigen will, daß ein Bruch von einem andern abgezogen werden soll, man zuerst den grössern Bruch, alsdann einen Querstrich, und endlich den kleinern Bruch schreibt, nämlich so: $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$. Gelesen wird dieser Ausdruck: $\frac{7}{8}$ minus $\frac{3}{8}$. Minus ist ein lateinisches Wort und heißt: weniger. $\frac{7}{8}$ weniger $\frac{3}{8}$ ist dann so viel als: von $\frac{7}{8}$ sollen $\frac{3}{8}$ weggenommen

werden

werden. Sind die Zähler so klein, daß die Subtraction im Kopfe geschehen kann, so setzt man den Rest mit vorangeschicktem Gleichheitszeichen gleich neben dazu. Z. B. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$ Sind aber die Zähler 2 oder mehrstellige Zahlen, so daß die Subtraction nicht immer sogleich im Kopfe geschehen kann, so setzt man sie unter einander, wie beym Subtrahiren ganzer Zahlen. Z. B. $\frac{97}{103} - \frac{63}{103}$ wird so geordnet:

$\frac{97}{103}$ 97.
$\frac{63}{103}$ 63.
$\frac{34}{103}$.

Nunmehr werdet ihr folgende Exempel ohne Schwierigkeit auf der Tafel rechnen können.

Wie viel macht $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$?
— — — $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$?
— — — $\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$?
— — — $\frac{6}{7} - \frac{5}{7}$?
— — — $\frac{7}{8} - \frac{4}{8}$?
— — — $\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$?
— — — $\frac{5}{9} \frac{7}{12} - \frac{2}{12}$?
— — — $\frac{1}{1} \frac{1}{3} \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$?
— — — $\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \frac{1}{2}$?
— — — $\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{6} \frac{6}{7} \frac{7}{8} - \frac{5}{9} \frac{7}{10}$?
— — — $\frac{1}{1} \frac{1}{1} - \frac{9}{11}$?

Wie

Wie viel macht $\frac{3}{4}\frac{7}{5}$ — $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$?

— — — $\frac{7}{8}\frac{2}{8}$ — $\frac{1}{7}\frac{5}{4}$?

— — — $\frac{3}{4}\frac{5}{1}\frac{6}{1}$ — $\frac{1}{5}\frac{7}{0}\frac{2}{7}$?

— — — $\frac{1}{2}\frac{8}{4}\frac{0}{7}$ — $\frac{1}{2}\frac{7}{5}\frac{1}{3}$?

L. Sollte ich wohl von diesem Stabe hier (Nro. 1.), der, wie ihr seht, nicht in eine gewisse Anzahl Theile zerlegt ist, eben so gut $\frac{3}{8}$ wegnehmen können, als von diesem hier (Nro. 8.)? K. Ja.

L. Aber er ist ja gar nicht in 8tel zerschnitten. K. Man könnte ihn aber in 8 gleiche Theile zerschneiden.

L. Was würdet ihr nun wohl erst thun müssen, ehe ihr von diesem Stabe Nro. 1.) $\frac{3}{8}$ wegnehmen könntet? K. Wir müßten ihn erst in 8tel theilen.

L. Das ist recht! Wir viel 8tel bekämmt ihr denn davon? K. 8.

L. Gut! Aber was würdet ihr thun, wenn ihr mir nur $\frac{2}{7}$ davon herreichen solltet? K. Dann würden wir ihn erst in 7tel zerlegen.

L. Und wenn ihr mir $\frac{5}{16}$ davon geben solltet? K. Dann müßten wir ihn in 16tel zerlegen.

L. Alles gut! Ihr würdet also den ganzen Stab immer erst in solche Theile zerlegen, dergleichen einige davon weggenommen werden sollten. — Jetzt, denke ich, werdet ihr mir wohl sagen können, ob man auch einen Bruch von einem Ganzen abziehen kann. K. Das kann man freylich.

L. Aber was muß man da erst mit dem Ganzen vornehmen? K. Man muß es erst in solche Theile zerlegen, dergleichen einige (oder auch nur einer) davon weggenommen werden sollen.

L. Wie würdet ihr denn diesen Ausdruck da: $1 - \frac{3}{5}$, lesen? K. Eins minus $\frac{3}{5}$.

L. Was für einen Sinn hat aber dieser Ausdruck? K. Von Einem Ganzen soll man $\frac{3}{5}$ wegnehmen.

L. Was müßt ihr denn nun in Gedanken mit diesem Ganzen vornehmen, wenn ihr $\frac{3}{5}$ davon abziehen wollt? K. Wir müssen es in 5tel verwandeln.

L. Wie viel bekommt ihr deren? K. Fünf.

L. Daher können wir statt $1 - \frac{3}{5}$ auch schreiben: $\frac{5}{5} - \frac{3}{5}$. Und wie viel bliebe denn, wenn wir $\frac{3}{5}$ von $\frac{5}{5}$ oder einem Ganzen wegnähmen? K. $\frac{2}{5}$.

L. Wie viel bleibt denn, wenn man von einem Ganzen $\frac{1}{4}$ wegnimmt? K. $\frac{3}{4}$.

L. Und wenn man $\frac{2}{3}$ davon wegnimmt? K. Dann bleibt $\frac{1}{3}$.

L. Und $\frac{5}{6}$ davon weg? K. $\frac{1}{6}$.

L. Und $\frac{8}{13}$ davon weg? K. $\frac{5}{13}$.

L. Und $\frac{13}{15}$ davon weg? K. $\frac{2}{15}$. U. s. w.

L. Hier liegen 3 Stäbe (Nro. 1, 2 und 4), von denen ich jetzt bloß einen Viertelsstab wegnehme. — So! Wie viel beträgt der ganze Rest noch? K. $2\frac{3}{4}$.

L. Da ist also der Rest eine vermischte Zahl. Denn da ich keinen ganzen, sondern nur einige

Theile

Theile von einem ganzen Stabe wegnahm, so mußten von diesem einige Theile übrig bleiben, welche mit dem Reste der noch übrigen Ganzen verbunden, eine vermischte Zahl gaben. Dergleichen Zahl erhalten wir alle Mahl zum Reste, wenn wir von mehrern Ganzen einen Bruch abziehen. — Nun sagt mir, ob es denn jetzt wohl nöthig war, die 3 Stäbe in Viertel zu theilen, oder ob ich diese Theilung nur mit Einem vornehmen durfte, um den gegebenen Bruch abziehen zu können? K. Sie durften nur Einen in Viertel theilen.

L. Wer kann mir jetzt sagen, was zu thun ist, wenn wir von mehreren Ganzen einen gegebenen Bruch wegnehmen (abziehen) sollen? K. Dann theilt man Eines von den Ganzen in solche Theile, dergleichen man abziehen soll, und giebt dann den Rest der Ganzen in einer vermischten Zahl an.

L. Wie viel bleibt denn, wenn ihr den Bruch $\frac{5}{8}$ von 7 abzieht? K. $6\frac{3}{8}$.

L. $\frac{4}{9}$ von 12 abgezogen? K. $11\frac{5}{9}$.

L. $\frac{3}{7}$ von 10 abgezogen? K. $9\frac{4}{7}$.

Dergleichen Fragen werden, so lange es nöthig ist, gethan.

L. Jetzt will ich zeigen, wie man die Ziffern ordnet, wenn man einen Bruch von mehrern Ganzen abziehen soll: $7 = 6\frac{8}{8}$. Dieser Ausdruck

$$\frac{\frac{5}{8}}{6\frac{3}{8}}$$

heißt: 7 ist gleich (äqual) 6 und $\frac{8}{8}$, und wenn man von den $\frac{8}{8}$ 5 Achtel wegnimmt, so bleiben $\frac{3}{8}$, welche nebst den 6 Ganzen als Rest unter den

Strich bemerkt werden. Jetzt zieht mir auf diese Weise $\frac{5}{16}$ von 12 ab. K. (setzen an und rechnen:

$$12 = 11\frac{16}{16}$$
$$\frac{5}{16}$$
$$\overline{11\frac{11}{16}}$$

Dergleichen Exempel lasse man mehrere rechnen.

L. Hier liegen $4\frac{2}{5}$ Stäbe, wir haben also jetzt eine vermischte Zahl. Sollte man wohl von dieser vermischten Zahl $\frac{3}{4}$ wegnehmen können. K. Ja.

L. Aber wie wollt ihr dieses anfangen, da ihr $\frac{3}{4}$ von dem kleinern Bruche $\frac{2}{5}$ nicht abziehen könnt? K. Wir dürfen ja nur $\frac{3}{4}$ von einem ganzen Stabe wegnehmen *).

L. Allerdings! Macht es so. K. (nehmen $\frac{3}{4}$ von Nro. 4. weg).

L. Wie viel beträgt denn jetzt der Rest noch? K. 3 ganze Stäbe, und $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{5}$.

L. $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{5}$ müßt ihr in einer Summe angeben. K. Das macht $\frac{13}{20}$.

L. Also ist der Rest $3\frac{13}{20}$. Nach dem jetzt beobachteten Verfahren haben wir den richtigen Rest gefunden, und wir könnten jedes Exempel dieser Art also rechnen. Allein es ist gewöhnlicher, es so zu machen,

*) Ich nehme an, daß die Kinder obige Antwort geben. Sagten sie, welches aber wohl selten der Fall seyn wird, jetzt schon was der Lehrer in der Folge zeigt, daß man nämlich 1 Ganzes zu 2/5 borgen müsse ꝛc.; so werden dadurch bloß einige der oben folgenden Zeilen überflüßig gemacht.

machen, wie ich es jetzt zeigen werde. Wir setzen das Exempel also an: $4\frac{2}{5}$ und sagen, daß $\frac{3}{4}$ von $4\frac{2}{5}$ soll weggenommen werden. Was müssen wir vor allen Dingen thun, da wir hier Brüche von verschiedenen Nennern haben? K. Wir müssen sie unter einerley Nenner bringen.

L Thut dieses. K. (rechnen: $\frac{2}{5}$ | 4 | 8 (20
$\frac{3}{4}$ | 5 | 15).

L. Jetzt, da die Nenner gleich sind, könnt ihr erst sehen, ob man $\frac{3}{4}$ oder $\frac{15}{20}$ von $\frac{2}{5}$ oder $\frac{8}{20}$ abziehen kann oder nicht. Daß man es nicht kann, lehrt der Augenschein; daher borgen wir von den 4 Ganzen Eins und verwandeln es in 20stel. Wie viel bekommen wir deren von einem Ganzen? K. 20.

L. Und wie viel macht 20 und 8? K. 28.

L. Jetzt haben wir also $\frac{28}{20}$, wovon $\frac{15}{20}$ leicht abzuziehen sind. Kann man dieß noch nicht im Kopfe thun, so schreibt man 28 und 15 rechts neben die Zahlen 8 und 15, und zieht sie von einander ab, so daß das ganze Exempel folgende Gestalt bekommt:

4. $\frac{2}{5}$	4	8	28.	Hiebey merkt,
$\frac{3}{4}$	5	15	15	
$3\frac{13}{20}$			13	

daß der Punct neben der 4 auch hier anzeigt, daß 1 davon geborgt worden ist. Nunmehr werdet ihr mir mit Hülfe der Ziffern $\frac{7}{8}$ von $6\frac{5}{12}$ abziehen können. K. (rechnen:

6. $\frac{5}{12}$	2	10 (24	34	)
$\frac{7}{8}$	3	21	21	)
$5\frac{13}{24}$			13	

L. Jetzt erklärt mir auch alles, was ihr da mit Ziffern ausgedrückt habt. K. Wenn Brüche von einander abgezogen werden sollen, so müssen sie einerley Nenner haben, daher haben wir $\frac{5}{12}$ und $\frac{7}{8}$ unter einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht. Da aber $\frac{21}{24}$, welches so viel als $\frac{7}{8}$ ist, von $\frac{10}{24}$, welches $=$ $\frac{5}{12}$ ist, nicht abgezogen werden kann, so haben wir 1 Ganzes geborgt, welches wir mit einem Puncte anzeigten, haben es zu 24steln gemacht, und diese $\frac{24}{24}$ zu den $\frac{10}{24}$ addirt, wodurch wir denn die hier bemerkten $\frac{34}{24}$ bekamen, wovon wir leicht $\frac{21}{24}$ abziehen konnten. Den übrig gebliebenen Bruch, so wie die Ganzen, haben wir als Rest unter die gegebenen Zahlen geschrieben.

L. Nun kostets euch gewiß keine Mühe, folgende Exempel erst durch Hülfe dieser Stäbe, dann auch vermittelst der Ziffern auszurechnen.

$12\frac{2}{3} - \frac{11}{12}$; $8\frac{2}{5} - \frac{1}{2}$; $9\frac{1}{6} - \frac{3}{4}$; $24\frac{1}{3} - \frac{4}{5}$.

Legt erst so viel Stäbe her, als die erste Zahl anzeigt. K. (legen $12\frac{2}{3}$ von den Stäben hin).

L. Wie viel sollt ihr davon wegnehmen? K. $\frac{11}{12}$

L. Was können die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{11}{12}$ für einen kleinsten gemeinschaftlichen Nenner haben? K. 12

L. Also müßt ihr die $\frac{2}{3}$ machen — wozu? K. Zu 12teln.

L. Wie viel 12tel geben $\frac{2}{3}$? K. $\frac{8}{12}$.

L. Wir wollen also diese $\frac{2}{3}$ (von Nro. 3.) wegnehmen, und dafür diese $\frac{8}{12}$ (von Nro. 12.) herlegen. Seyd ihr jetzt schon im Stande, von dem gegebenen Bruche $\frac{8}{12}$ die $\frac{11}{12}$ wegzunehmen? K. Nein.

L. Was

L. Was muß erst noch geschehen, ehe ihr dieses thun könnt? K. Wir müssen von den übrigen Stäben einen nehmen, ihn in 12tel theilen und diese her zu den $\frac{8}{12}$ legen.

L. Wir wollen uns vorstellen, dieser Stab hier (Nro. 4, welcher mit unter den 12 daliegenden befindlich ist, nehmend) wäre wirklich in 12 gleiche Theile getheilt, und ihn deßhalb her zu den $\frac{8}{12}$ legen. Wie viel 12tel haben wir jetzt hier beysammen? K. 20.

L. Nun nehmt $\frac{12}{12}$ weg: nehmt erst diese 8 hier und jetzt diese 3; denn das Stück (von Nro. 4.) macht gerade $\frac{3}{12}$ aus. — So! Wie viel 12tel habt ihr jetzt hier (auf Nro. 4. zeigend) übrig? K. $\frac{9}{12}$.

L. Hebt diesen Bruch erst noch auf. K. (verwandeln ihn in $\frac{3}{4}$).

L. Seht! gerade $\frac{3}{4}$ sind noch an diesem Stifte. Wie viel beträgt nun der ganze Rest? K. $11\frac{3}{4}$.

L. Recht! Hier sind die 11 ganzen Stäbe, und hier die $\frac{3}{4}$. Jetzt rechnet das nämliche Exempel auch durch Hülfe der Ziffern. K. (rechnen:

(12			
$12.\frac{2}{3}$	4	8	20
$\frac{11}{12}$	1	11	11
$11\frac{3}{4}$			$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Eben so lasse man die vorher bemerkten und andere Exempel gar ausrechnen.

L. Da ihr jetzt einen Bruch von einer gemischten Zahl subtrahiren könnt, so wird es euch gewiß

leicht seyn, auch gemischte Zahlen von einander abzuziehen. Wer getraut sich wohl folgendes Exempel ohne meine Beyhülfe auszurechnen: $24\frac{5}{16} - 18\frac{7}{12}$?

K. (werden ohne Zweifel zuerst die Brüche und dann die Ganzen von einander abziehen, und dieses Exempel so ausrechnen:

(48

$24\frac{5}{16}$ | 3 | 15 | 63)

$18\frac{7}{12}$ | 4 | 28 | 28)

$5\frac{3}{4}\frac{5}{3}$ | 35

48

L. Das war recht gerechnet! Wer kann mir aber jetzt sagen, wie man es machen muß, wenn man vermischte Zahlen von einander abziehen will?

K. Man zieht erst die Brüche, und dann die Ganzen von einander ab.

L. Gut! Nun rechnet mir geschwind noch folgende Exempel aus: $238\frac{7}{24} - 186\frac{3}{4}$; $4827\frac{5}{18} - 3179\frac{3}{4}$; $249\frac{3}{4} - 132\frac{4}{7}$ $372\frac{5}{7} - 198\frac{3}{8}$; $4759\frac{12}{25} - 3686\frac{4}{9}$; $1867\frac{7}{9} - 976\frac{5}{16}$. — Ihr könnt jetzt 1) einen Bruch von einem andern Bruche, 2) einen Bruch von Ganzen, 3) einen Bruch von einer gemischten Zahl, und 4) eine gemischte Zahl von einer andern gemischten Zahl abziehen. Nun sagt, ob ich eine gemischte Zahl nur immer wieder von einer gemischten Zahl abziehen muß, oder ob noch ein anderer Fall Statt finden kann.

K. Es kann noch ein anderer Fall Statt finden.

L. Welcher denn?

K. Der, wo eine gemischte Zahl von lauter Ganzen abgezogen werden muß.

L. Recht!

L. Recht! Hier liegen 12 ganze Stäbe (worunter Nro. 5 befindlich ist): nehmt davon $3\frac{2}{5}$ weg. K. (thun dieses).

L. Wie viel beträgt der Rest? K. $8\frac{3}{5}$.

L. Was habt ihr zuerst weggenommen, die Ganzen oder den Bruch? K Die Ganzen*).

L. Und dann? K. Den Bruch.

L. Auf diese Weise rechnet man Exempel dieser Art gewöhnlich im Kopfe, ob man gleich eben so bequem und geschwind rechnen kann, wenn man zuerst den Bruch und hernach die Ganzen abzieht. Wie mag aber wohl ein solches Exempel auf der Tafel angesetzt und gerechnet werden? Denn wenn ich z. B. ansetze: $\begin{matrix}24,\\ 16\frac{2}{3}\end{matrix}$ so habe ich über dem Bruche nichts, wovon ich ihn abziehen könnte. K. Man darf sich nur von den 24 Ganzen Eins borgen und es in Drittel verwandeln**).

L. Freylich! Dieses Exempel würde dann so aussehen; $\begin{matrix}24 = 23\frac{3}{3}.\\ 16\frac{2}{3}\\ \hline 7\frac{1}{3}\end{matrix}$ Nun zieht nur auf diese Weise $32\frac{5}{12}$ von 96; $14\frac{7}{8}$ von 29; $12\frac{13}{15}$ von 18 ꝛc. ab. K. (thun dieses.)

*) Dieses thun wenigstens die meisten Kinder. Sie bleiben der Ordnung getreu, in der ihnen der Abzug genannt wird.

**) Auf diese Antwort kommen allerdings die aufmerksamern Kinder, da oben schon ein ähnlicher Fall da war.

L. Da ihr jetzt jedes Subtractionsexempel, worin Brüche vorkommen, durch Hülfe der Ziffern ausrechnen könnt; so wollen wir uns bemühen, dergleichen Exempel auch im Kopfe ausrechnen zu lernen. Ich kaufe eine Elle Leinwand für $\frac{1}{3}$ fl. und gebe ein 30 Kreuzerstück oder einen halben Gulden hin: wie viel muß ich herausbekommen? K. $\frac{1}{6}$ fl. *).

L. Hier habe ich ein 12 Kreuzerstück oder $\frac{1}{5}$ fl. **), welches ich Fritzen gebe, um mir ein Federmesser, das $\frac{1}{6}$ fl. kostet, zu hohlen: wie viel muß er mir zurückbringen? K. $\frac{1}{30}$ fl.

L. Wie viel bekomme ich zurück, wenn ich für $\frac{1}{3}$ fl. Federspulen kaufe und dieses $\frac{2}{5}$ Gulden- oder 24 Kreuzerstück hingebe? K. $\frac{1}{15}$ fl.

L. Ich kaufe für $\frac{1}{2}$ fl. Siegellack und gebe dieses 36 Kreuzer- oder $\frac{3}{5}$ Guldenstück hin: wie viel bekomme ich wieder zurück? K. $\frac{1}{10}$ fl.

L. Ich muß $\frac{3}{4}$ fl für Schreibpapier bezahlen und gebe dieses $1\frac{1}{5}$ Guldenstück (18 Bätzner, Conventionsgulden) hin: wie viel bekomme ich zurück? K. $\frac{9}{20}$ fl.

L. Ich

*) Ich weiß wohl, daß man im gemeinen Leben nicht 1/3 fl. von 1/2 fl., sondern lieber 20kr. von 30 krn. abzieht; allein ich nehme Fälle, wie den obigen, an, um die Verstandeskräfte der Kinder zu üben.

**) Ich halte es für sehr nützlich, wenn man Kindern die Geldmünzen, deren ich in diesen Beyspielen erwähne, oder welche die Lehrer denselben substituiren, wirklich vorlegt.

L. Ich lasse mir für $\frac{3}{5}$ fl. Sämereyen hohlen und gebe dieses $2\frac{2}{5}$ Guldenstück (Conventionsthaler) hin: wie viel erhalte ich zurück? K. $1\frac{4}{5}$ fl.

L. Ich kaufe mir ein Buch für $1\frac{1}{2}$ fl. und gebe dieses $2\frac{3}{4}$ Guldenstück (Laubthaler) hin: wie viel muß ich herausbekommen? K. $1\frac{1}{4}$ fl.

L. Wie viel ist ein Conventionsthaler $= 2\frac{2}{5}$ fl. weniger werth, als ein Kronenthaler $= 2\frac{7}{10}$ fl.? K. $\frac{3}{10}$ fl.

L. Ich kaufe eine Klafter Holz für $11\frac{2}{3}$ fl. Beym Messen findet sich, daß etwas an der Klafter fehlt, so daß ich berechtigt bin, dem Verkäufer $\frac{3}{4}$ fl. abzuziehen: wie viel muß ich ihm demnach bezahlen? K. $10\frac{11}{12}$ fl.

L. Ich kaufe eine Klafter Holz um 7 fl. Beym Messen findet sich, daß etwas fehlt, so daß ich berechtigt bin, dem Verkäufer $\frac{7}{12}$ fl. abzuziehen: wie viel muß ich demnach bezahlen? K. $6\frac{5}{12}$ fl.

L. Wie aber, wenn ich $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{10}$ ꝛc. fl. abziehen darf? K. —

L. Ich habe $18\frac{3}{5}$ Ellen Tuch und lasse davon zu einem Kleide $3\frac{1}{2}$ Elle abschneiden: wie viel bleibt mir übrig? K. $15\frac{1}{10}$ Elle.

L. Von $24\frac{3}{4}$ ℔ Reiß werden $7\frac{5}{8}$ verbraucht: wie viel bleibt übrig? K. $17\frac{1}{8}$ ℔.

L. Von einem Braten, welcher $8\frac{3}{4}$ ℔ wiegt, schneidet man $2\frac{2}{3}$ ℔ ab: wie viel beträgt der Rest? K. $6\frac{1}{12}$ ℔.

L. Jemand braucht täglich 1 Ducaten $=$ 5 fl. in sein Haushalten, ein andrer braucht aber nur

$2\frac{4}{5}$ fl.: wie viel braucht der erstere mehr, als der letztere? K. $2\frac{1}{5}$ fl.

L. Ein Wirth schenkt in einem Tage $\frac{3}{4}$ Eymer Bier aus: wie viel bleibt in dem Fasse, welches $1\frac{5}{6}$ Eymer hielt, zurück? K. $1\frac{1}{12}$ Eymer.

L. Ein Bauer, der $12\frac{1}{2}$ Tagwerk Wiesen hat, verkauft davon $2\frac{3}{4}$ Tagwerk: wie viel Wiesen behält er noch übrig? K. $9\frac{3}{4}$ Tagwerk.

L. Jemand kauft ein Schwein für $11\frac{3}{5}$ fl.; ein anderer kauft aber eins für $16\frac{2}{3}$ fl.: um wie viel ist das letztere Schwein theuerer, als das erstere? K. Um $5\frac{5}{10}$ fl.

L. Jemand trinkt täglich $4\frac{1}{2}$ Maß, ein anderer aber $2\frac{3}{4}$ Maß Bier: wie viel trinkt der erstere mehr als der letztere? K. $1\frac{3}{4}$ Maß.

L. Ein Bauer mißt von $28\frac{1}{4}$ Simmera Getreide $16\frac{4}{5}$ Simmera weg: wie viel hat er noch übrig? K. $11\frac{9}{20}$ Simmera.

L. Ich tausche von einem Juden ein Stück Zeug gegen einen Rock ein. Der Jude schlägt seinen Zeug für $12\frac{3}{4}$ fl., ich aber schlage meinen Rock für $6\frac{5}{6}$ fl., an: wie viel muß ich dem Juden noch hinaus geben? K. $5\frac{11}{12}$ fl.

Im Auflösen dieser und ähnlicher Aufgaben, die jeder Lehrer leicht wird erfinden können, müssen die Kinder fleißig geübt werden.

c) Mul-

c) Multiplication.

L., (welcher $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{12}{16}$ von den Stäben Nro. 4, 8, 12 und 16 vorlegt, aber die $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ und $\frac{12}{16}$ an den Stiften so abtheilt, daß überall nur $\frac{3}{4}$ leicht in die Augen fallen) Wie heißt dieser Bruch da ($\frac{3}{4}$)? K. $\frac{3}{4}$.

L. Wie heißt dieser 2te hier ($\frac{6}{8}$)? K. $\frac{6}{8}$.

L. Welches ist wohl die kleinste Benennung dieses Bruches ($\frac{6}{8}$)? K. $\frac{3}{4}$.

L. Und wie heißt dieser Bruch hier ($\frac{9}{12}$)? K. $\frac{9}{12}$.

L. Könnt ihr auch hievon die kleinste Benennung angeben? K. Ja, $\frac{3}{4}$.

L. Wie heißt denn endlich dieser Bruch hier ($\frac{12}{16}$)? K. $\frac{12}{16}$.

L. Und seine kleinste Benennung? K. $\frac{3}{4}$.

L. Wie oft liegen jetzt $\frac{3}{4}$ hier? K. Vier Mahl.

L. Wie viel 4tel sind das zusammen genommen? K. 12.

L. Und wie viel sind das Ganze? K. Drey.

L. Richtig! Seht, diese einzelnen Theile (welche vorgelegt worden und 4 Mahl $\frac{3}{4}$ ausmachten) zusammen genommen, sind gerade 3 Mahl so lang, als dieser Stab hier (Nro. 1.). — Nun sagt, durch welche Rechnungsart wir die Anzahl aller dieser 4tel gefunden haben. K. Durch die Multiplication.

L. Freylich! Wir haben ja $\frac{3}{4}$ vier Mahl genommen. Waren die beyden Factoren, welche wir jetzt mit einander multiplicirt haben, ganze Zahlen,

oder Brüche? K. Der eine war eine ganze Zahl, der andere ein Bruch.

L. War der Multiplicandus oder Multiplicator ein Bruch? K. Der Multiplicandus.

L. Nun könnt ihr mir sagen, ob man auch einen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliciren kann oder nicht. K. Das kann man.

L. Ich will hier den Multiplicandus $\frac{3}{4}$ und daneben den Multiplicator 4 schreiben. — So! Was habt ihr jetzt zu thun, um das Product $= \frac{12}{4}$ aus den beyden Factoren zu finden? K. Wir müssen den Zähler 3 mit 4 multipliciren.

L. Zeigt denn das dadurch gefundene Product 12 Ganze oder nur Theile von Ganzen an? K. Theile von Ganzen.

L. Also muß 12 der Zähler eines Bruches seyn, zu dem wir noch einen Nenner brauchen: woher nehmen wir diesen? K. Wir nehmen dazu den Nenner des gegebenen Bruches $\frac{3}{4}$.

L. Recht! Denn wenn ihr $\frac{3}{4}$ vier Mahl nehmt, so bleiben, wie ihr an unsern Stäben gesehen habt, die Stücke immer Viertel. Es wird nur ihre Zahl, nicht ihre Benennung verändert, daher auch der Nenner eines Bruches, welchen wir mit einer ganzen Zahl multipliciren, unverändert bleibt. Jetzt werdet ihr mir vollständig sagen können, was ihr zu thun habt, wenn ihr $\frac{5}{6}$ mit 4 multipliciren sollt. K. Wir multipliciren den Zähler 5 mit 4 und lassen den Nenner unverändert.

L. Recht! Wie heißt der Bruch, welcher durch dieses Verfahren entsteht? K. $\frac{20}{6}$.

L. Wie

L. Wie viel Ganze und 6tel sind dieses? K. $3\frac{2}{6}$.

L. Und die kleinste Benennung von $\frac{2}{6}$? K. $\frac{1}{3}$.

L. Nunmehr könnt ihr gewiß jeden gegebenen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliciren. Merkt nur noch, wie man ein solches Multiplicationsexempel ansetzt. Man schreibt nämlich zuerst den Bruch als Multiplicandus hin, macht das Multiplicationszeichen und setzt nach diesem den Multiplicator. Dieses ($\frac{5}{8} \times 6$ anschreibend) z. B. heißt: der Bruch $\frac{5}{8}$ soll mit 6 multiplicirt werden. Wollen wir das Product bemerken, so schreiben wir es mit vorangeschicktem Gleichheitszeichen rechter Hand dazu. Das angeschriebene Exempel sieht, wenn es ausgerechnet ist, so aus: $\frac{5}{8} \times 6 = \frac{30}{8} = 3\frac{6}{8} = 3\frac{3}{4}$, und gelesen wird das Ganze also: wenn $\frac{5}{8}$ mit 6 multiplicirt wird, so ist das Product $\frac{30}{8}$, welcher unächte Bruch $3\frac{6}{8}$ oder $3\frac{3}{4}$ beträgt. Jetzt rechnet mir folgende Exempel aus: $\frac{5}{7} \times 9$; $\frac{8}{9} \times 10$; $\frac{2}{3} \times 12$; $\frac{6}{13} \times 7$; $\frac{24}{25} \times 3$; $\frac{32}{35} \times 8$; $\frac{54}{65} \times 6$; $\frac{3}{4} \times 24$; $\frac{5}{8} \times 36$ ꝛc. — — Wie wollt ihr denn das Product von diesen beyden Factoren: $\frac{236}{413} \times 486$, finden, da ihr dreystellige Zahlen nicht auf Ein Mahl multipliciren könnt? K. Wir setzen (auf eine besondere Stelle der Tafel) beyde Factoren untereinander, multipliciren wie gewöhnlich und schreiben das Product als Zähler mit dem dazu gehörigen Nenner an seine gehörige Stelle.

L. Mache

L. Macht es so. K. (rechnen:

$$\begin{array}{r} 236 \\ 486 \\ \hline 1416 \\ 1888 \\ 944 \\ \hline 114696 \end{array}$$

und schreiben dann hin: $\frac{2}{4}\frac{3}{1}\frac{6}{3} \asymp 486 = \frac{114696}{413}$).

L. Das war recht! Nun werdet ihr folgende Aufgaben alle gehörig ausrechnen können:

Wie viel betragen $\frac{3}{4}\frac{7}{5} \asymp 59$?
— — — $\frac{5}{8}\frac{2}{1} \asymp 64$?
— — — $\frac{4}{7}\frac{1}{8}\frac{3}{5} \asymp 74$?
— — — $\frac{3}{5}\frac{2}{8}\frac{8}{7} \asymp 212$?
— — — $\frac{4}{5}\frac{1}{1}\frac{9}{4} \asymp 316$?

L. Jetzt wollen wir gegebene Brüche mit ganzen Zahlen und zwar in der Ordnung, wie diese auf einander folgen, erst auf unsern Tafeln, dann im Kopfe multipliciren. Ich gebe den Bruch $\frac{1}{2}$ und ihr multiplicirt ihn mit jeder Zahl von 1 — 100*). Den Anfang hiezu will ich hier an der schwarzen Tafel machen:

$\frac{1}{2} \asymp 1 = \frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2} \asymp 2 = \frac{2}{2} = 1$.

$\frac{1}{2}$

*) Versteht sich, daß man dieses nicht auf Ein Mahl, sondern nur theilweise thun lasse.

$\frac{1}{2}$ ✕ 3 = $\frac{3}{2}$ = 1$\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$ ✕ 4 = $\frac{4}{2}$ = 2.
$\frac{1}{2}$ ✕ 5 = $\frac{5}{2}$ = 2$\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$ ✕ 6 = $\frac{6}{2}$ = 3.
$\frac{1}{2}$ ✕ 7 = $\frac{7}{2}$ = 3$\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$ ✕ 8 = $\frac{8}{2}$ = 4.
$\frac{1}{2}$ ✕ 9 = $\frac{9}{2}$ = 4$\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$ ✕ 10 = $\frac{10}{2}$ = 5.

Dieses können wir 1) also lesen: $\frac{1}{2}$ multiplicirt mit 1 ist gleich $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ multiplicirt mit 2 ist gleich $\frac{2}{2}$ oder einem Ganzen; $\frac{1}{2}$ multiplicirt mit 3 ist gleich $\frac{3}{2}$ oder 1$\frac{1}{2}$. U. s. w.

2) Ein Mahl $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{2}$; 2 Mahl $\frac{1}{2}$ macht zwey Halbe oder 1 Ganzes; drey Mahl $\frac{1}{2}$ macht 3 Halbe oder Ein Ganzes und Ein Halbes; 4 Mahl $\frac{1}{2}$ macht 4 Halbe oder 2 Ganze; 5 Mahl $\frac{1}{2}$ macht 5 Halbe oder zwey Ganze und Ein Halbes. U. s. w. Auf diese letztere Weise sollt ihr mir nachher diese 10 Sätze, wenn ihr sie werdet nieder geschrieben haben, aus dem Kopfe hersagen.

Wenn die Kinder obige Sätze niedergeschrieben haben und fertig hersagen können, so schreiben sie nach und nach nieder: 1/2 ✕ 11 = 11/2 oder 5 1/2 bis 1/2 ✕ 100 = 100/2 = 50, und sagen diese Sätze aus dem Kopfe her. Auf gleiche Weise schreiben sie nieder und sagen her:

1) $\frac{1}{3}$ ✕ 1 = $\frac{1}{3}$ Ein Mahl $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{3}$.
$\frac{1}{3}$ ✕ 2 = $\frac{2}{3}$ Zwey Mahl $\frac{1}{3}$ ist $\frac{2}{3}$.
$\frac{1}{3}$ ✕ 3 = $\frac{3}{3}$ = 1. Drey Mahl $\frac{1}{3}$ ist $\frac{3}{3}$ oder 1.
$\frac{1}{3}$ ✕ 4 = $\frac{4}{3}$ = 1$\frac{1}{3}$. Vier Mahl $\frac{1}{3}$ ist, $\frac{4}{3}$ oder 1$\frac{1}{3}$:

$\frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Fünf Mahl $\frac{1}{3}$ ist $\frac{5}{3}$ oder $1\frac{2}{3}$.
$\frac{1}{3} \times 6 = \frac{6}{3} = 2$. Sechs Mahl $\frac{1}{3}$ ist $\frac{6}{3}$ oder 2.
und so fort bis $\frac{1}{3} \times 100 = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$.

2) $\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$. Ein Mahl $\frac{2}{3}$ macht $\frac{2}{3}$.
$\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. Zwey Mahl $\frac{2}{3}$ macht $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$.

$\frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{3} = 2$. Drey Mahl $\frac{2}{3}$ macht $\frac{6}{3}$ oder 2
U. s. w. bis $\frac{2}{3} \times 100 = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$.

3) $\frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$. Ein Mahl $\frac{1}{4}$ ist $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4} \times 2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Zwey Mahl $\frac{1}{4}$ macht $\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$.
$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$. Drey Mahl $\frac{1}{4}$ macht $\frac{3}{4}$.
$\frac{1}{4} \times 4 = 1$. Vier Mahl $\frac{1}{4}$ macht $\frac{4}{4}$ oder Ein Ganzes.

$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$. Fünf Mahl $\frac{1}{4}$ macht $\frac{5}{4}$ oder Ein Ganzes u. Ein Viertel (Eins u. Ein Viertel). U. s. w.

4) $\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$. Ein Mahl $\frac{3}{4}$ ist $\frac{3}{4}$.
$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$. Zwey Mahl $\frac{3}{4}$ macht $\frac{6}{4}$ oder Eins u. Ein Halbes.

$\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$. Drey Mahl $\frac{3}{4}$ macht $\frac{9}{4}$ oder Zwey u. Ein Viertel.

$\frac{3}{4} \times 4 = \frac{12}{4} = 3$. Vier Mahl $\frac{3}{4}$ macht $\frac{12}{4}$ oder drey (Ganze). U. s. w.

5) $\frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{5}$. Ein Mahl $\frac{1}{5}$ ist $\frac{1}{5}$.
$\frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$. Zwey Mahl $\frac{1}{5}$ macht $\frac{2}{5}$.
$\frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$. Drey Mahl $\frac{1}{5}$ macht $\frac{3}{5}$ U. s. w.

6) $\frac{2}{5} \times 1 = \frac{2}{5}$. Ein Mahl $\frac{2}{5}$ macht $\frac{2}{5}$.
$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5}$. Zwey Mahl $\frac{2}{5}$. macht $\frac{4}{5}$.
$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$. Drey Mahl $\frac{2}{5}$ macht $\frac{6}{5}$ oder Eins u. Ein Fünftel. U. s. w.

7) $\frac{3}{5}$

7) $\frac{3}{5} \times 1 = \frac{3}{5}$. Ein Mahl $\frac{3}{5}$ ist $\frac{3}{5}$.
$\frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$. Zwey Mahl $\frac{3}{5}$ macht $\frac{6}{5}$ oder Eins u. Ein Fünftel.
$\frac{3}{5} \times 3 = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$.
$\frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$.
$\frac{3}{5} \times 5 = \frac{15}{5} = 3$.
$\frac{3}{5} \times 6 = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$. U. s. w.

8) $\frac{4}{5} \times 1 = \frac{4}{5}$.
$\frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$.
$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$. U. s. w.

Eben so lasse man 1/6 und 5/6 *); 1/7 — 6/7; 1/8, 3/8, 5/8 und 7/8; 1/9, 2/9, 4/9, 5/9, 7/9 und 8/9 wenigstens mit den Zahlen von 1 — 9 multipliciren, da größere Multiplicatoren schon zu große Producte geben, als daß sie die Kinder im Kopfe leicht finden, und zu Ganzen oder vermischten Zahlen machen könnten.

Anwendung des vorher Gelernten.

L. Gesetzt, Eine Elle Leinwand kostete Einen halben Gulden, wie viel halbe Gulden würden denn da 2 Ellen kosten? K. 2 (halbe Gulden).

L. Und 3 Ellen? K. 3 halbe Gulden.

L. Und 7, 9, 15 Ellen? K. 7, 9, 15 halbe Gulden.

*) Weil 2/6 = 1/3; 3/6 = 1/2; 4/6 = 2/3 sind, so bleiben diese Brüche aus der Reihe der Multiplicanden hier weg.

L. Also müßte ich immer gerade so viel halbe Gulden hingeben, als ich Ellen kaufte. Wie viel halbe Gulden würde ich daher für 35 Ellen hingeben müssen? K. 35.

L. Und wie viel wären dieses ganze Gulden? K. $17\frac{1}{2}$.

L. Wie viel halbe Gulden werden denn aber 70 ℔ Zucker kosten, wenn 1 ℔ mit $\frac{1}{2}$ Gulden bezahlt wird? K. 70.

L. Und wie viel sind dieses ganze Gulden? K. 35.

L. Wie viel ganze Gulden müssen 73 Ellen Leinwand kosten, wenn Eine Elle $\frac{1}{2}$ fl. kostet? K. $36\frac{1}{2}$

L. Wie aber, wenn Eine Elle $\frac{1}{3}$ fl. kostete, wie viel Drittels-Gulden müßte ich dann für 73 Ellen geben? K. 73.

L. Wie viel wären dieses ganze Gulden? K. $24\frac{1}{3}$.

L. Wie viel ganze Gulden kosten 38 Laib Brod, wenn der Laib $\frac{1}{3}$ fl. kostet? K. $12\frac{2}{3}$ fl.

L. Wie viel Gulden kosten 65 ℔ Butter, wenn das ℔ $\frac{1}{3}$ fl. kostet? K. $21\frac{2}{3}$ fl.

L. Wie viel kosten 100 ℔ (1 Centn.) Lichter, wenn das ℔ $\frac{1}{3}$ fl. kostet? K. $33\frac{1}{3}$ fl.

L. Gesetzt, eine Elle Zeug kostet $\frac{2}{3}$ fl., wie oft werde ich denn da $\frac{2}{3}$ fl. hingeben müssen, wenn ich 5 Ellen kaufe? K. Fünf Mahl

L. Und wann ich 7 Ellen kaufe, wie oft muß ich dann $\frac{2}{3}$ fl. hingeben? K. Sieben Mahl.

L. Wie

L. Wie viel Drittel habe ich aber, wenn ich 7 Mahl $\frac{2}{3}$ habe? K. $\frac{14}{3}$.

L. Wie viel sind das Ganze? K. $4\frac{2}{3}$.

L. Nun sagt mir gleich, wie viel ganze Gulden ich für 15 Maß Wein bezahlen muß, wenn die Maß $\frac{2}{3}$ fl. kostet? K. 10 fl.

L. Wie viel müßte ich aber hingeben, wenn ich 25 Maß von diesem Weine kaufte? K. $16\frac{2}{3}$ fl.

L. Und wenn ich 36 Maß kaufte? K. Dann müßten Sie 24 fl. bezahlen.

L. Und was kosteten 48 Maß? K. 32 fl.

L. Und 52 Maß? K. $34\frac{2}{3}$ fl. — —

L. Eine Maß Hirse kostet $\frac{1}{4}$ fl., was kosten 13, 18, 21, 27 ꝛc. Maß? K. $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, $6\frac{3}{4}$ ꝛc. fl. — —

L. Eine Bouteille Wein kostet $\frac{3}{4}$ fl., wie viel Gulden kosten 9, 11, 15 ꝛc Bouteillen? K. $6\frac{3}{4}$, $8\frac{1}{4}$, $11\frac{1}{4}$ ꝛc. fl.

L. Eine Elle Band kostet $\frac{1}{5}$ fl., was kosten 7, 12, 31, 72, 85 ꝛc. Ellen? K. $1\frac{2}{5}$, $2\frac{2}{5}$, $6\frac{1}{5}$, $14\frac{2}{5}$, 17 ꝛc. fl.

L. Ein Kaufmann verkauft 7 Ellen Tuch, an jeder gewinnt er $\frac{2}{5}$ fl.: wie viel gewinnt er an den 7 Ellen? K. $2\frac{4}{5}$ fl.

L. Ein Kaufmann verkauft 28 Ellen Leinwand, die Elle für $\frac{2}{5}$ fl.: wie viel nimmt er für die 28 Ellen ein? K. $11\frac{1}{5}$ fl.

L. Jemand braucht täglich $\frac{2}{5}$ fl. zu Brod: wie viel muß der im Monat Juli für Brod ausgeben? K. $12\frac{2}{5}$ fl. —

L. Ich kaufe einen Bund Federkiel für $\frac{3}{5}$ fl.: wie viel müßte ich für 18 Bund hingeben? K. $10\frac{4}{5}$ fl.

L. Wie viel verdient ein Arbeiter in 22 Tagen, wenn er täglich $\frac{3}{5}$ fl. verdient? K. $13\frac{1}{5}$ fl.

L. Wie viel nimmt ein Bauer für 30 Centner Heu ein, wenn er den Centner für $\frac{3}{5}$ fl. verkauft? K. 18 fl.

L. Wie viel nähme er aber für die nämliche Menge Heu ein, wenn der Centner $\frac{4}{5}$ kostete? K. Das machte $\frac{30}{5}$ oder 6 ganze Gulden mehr, also 24 fl.

Dergleichen Aufgaben, wo die Einheit 4/5, 1/6, 5/6, 1/7 — 6/7, 1/8, 3/8, 5/8, 7/8, 1/9, 2/9, 4/9, 5/9, 7/9, 8/9. 1/10, 3/10, 7/10, 9/10 ꝛc. fl. (Thlr.) kostet, lege man so viele vor, bis sie die Kinder mit Fertigkeit auflösen können.

L. Hier liegen 4 ganze Stäbe und daneben $\frac{3}{5}$ von diesem da (Nro. 5). Jetzt sagt mir, wie viel wir Stäbe bekommen, wenn wir 6 Mahl $\frac{3}{5}$ herlegten? K. $\frac{18}{5}$ oder $3\frac{3}{5}$:

L. Gut! Und wie viel machen 6 Mahl 4 ganze Stäbe? K. 24.

L. Sechs Mahl $4\frac{3}{5}$ macht also $3\frac{3}{5}$ und 24. Könnt ihr diese beyden Producte nicht in Eine Summe vereinigen? K. O. ja!

L. Wie viel beträgt denn ihre Summe? K. $27\frac{3}{5}$.

L. Nun

L. Nun will ich diese Aufgabe ($4\frac{3}{5} \times 6$ anschreibend) hersetzen, sagt, wie sie mit Worten ausgedrückt lautet. K. $4\frac{3}{5}$ soll mit 6 multiplicirt werden.

L. Eine gemischte Zahl soll also mit einer ungemischten ganzen Zahl multiplicirt werden. Wie werdet ihr dieses wohl anfangen? K. Zuerst multipliciren wir den Bruch, dann die Ganzen und addiren endlich die beyden Producte.

L. So ist es recht! Multiplicirt nun die beyden hier bemerkten Factoren ($4\frac{3}{5}$ und 6) mit einander. K. (rechnen: $\frac{3}{5} \times 6 = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$

$4 \times 6 = 24$

$27\frac{3}{5}$)

L. Auf diese Weise rechnet mir von folgenden Aufgaben eine nach der andern aus:

Was kosten 8 Klaftern Holz, wenn Eine Klafter $7\frac{1}{3}$ fl. kostet?

— — 4 — — — — —

$11\frac{2}{3}$ fl. kostet?

Was kosten 5 Klaftern Holz, wenn Eine Klafter $9\frac{3}{4}$ fl. kostet?

— — 12 — — — — —

$6\frac{4}{5}$ fl. kostet?

— — 3 Simmera Roggen, wenn Ein Simmera $12\frac{3}{4}$ fl. kostet?

— — 4 — — — — —

$13\frac{1}{2}$ fl. kostet?

— — 7 — — — — —

$16\frac{2}{3}$ fl. kostet?

Was kosten 18 Simmera Roggen, wenn Ein Simmera $9\frac{4}{5}$ fl. kostet?

— — 24 — — — — —

$18\frac{1}{3}$ fl. kostet?

— — 6 Eymer Bier, wenn Ein Eymer $3\frac{3}{4}$ fl. kostet?

— — 14 — — — — —

$5\frac{5}{6}$ fl. kostet?

— — 36 — — — — —

$4\frac{1}{2}$ fl. kostet?

— — 72 — — — — —

$6\frac{4}{5}$ fl. kostet?

— — 112 — — — — —

$8\frac{2}{3}$ fl. kostet?

— — 64 Ellen Tuch, wenn Eine Elle $4\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$, $7\frac{5}{3}$ ꝛc. fl. kostet?

Exempel von dieser Art, deren Factoren aber nicht gar zu groß seyn dürfen, werden auch fleißig im Kopfe ausgerechnet.

L. Wie viel Bohnen würdet ihr mir herlegen, wenn ihr mir deren drey Mahl 12 herlegen solltet? K. 36.

L. Wie oft ist sonach 12 in 36 enthalten? K. Drey Mahl.

L. Wie viel Bohnen würdet ihr aber herlegen, wenn ich ihrer 2 Mahl 12 verlangte? K. 24.

L. Und wenn ich ihrer nur Ein Mahl 12 verlangte? K. 12.

L. Aber

L. Aber wie viel würdet ihr herlegen, wenn ich sagte: legt ein halb Mahl 12 Bohnen her? K. 6.

L. Das wäre recht! Denn ein halb Mahl 12 oder die Hälfte von 12 ist einerley. Könnt ihr mir auch ein Drittel Mahl 12 Bohnen geben? K. Ja.

L. Wie viel müßt ihr mir denn da herreichen? K. 4.

L. Wie viel erhalte ich aber, wenn ihr mir zwey Drittel Mahl 12 Bohnen gebt? K. 8.

L. Wie viel ist aber ein Viertel Mahl 12? K. 3.

L. Und 3 Viertel Mahl 12? K. Ist 9.

L. Gut! Jetzt sagt mir, wie diese Aufgaben (12 ⋈ $\frac{2}{3}$ und 12 ⋈ $\frac{3}{4}$ anschreibend) mit Worten ausgedrückt lauten. K. 12 soll mit $\frac{2}{3}$ und 12 soll mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt werden.

L. Richtig! Welches sind in beyden Fällen die Multiplicatoren? K. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$.

L. Nun sagt mir, ob wir die Zahl 12 zwey Drittel und drey Viertel Mahl nehmen, sie also mit einem ächten Bruche multipliciren können. K. Ja wohl.

L. Woher wißt ihr das? K. Daher, weil wir erst diese Zahl mit Brüchen multiplicirt und die Producte angegeben haben.

L. Das vorhin von euch angegebene Product von 12, multiplicirt mit $\frac{2}{3}$, war 8. Jetzt sagt mir, wie ihr diese Zahl durch Hülfe der Ziffern finden könnt. Wolltet ihr 12 mit dem Zähler multipliciren, so bekämet ihr 24, und wolltet ihr

mit dem Renner multipliciren, so bekämet ihr gar 36. Welches Verfahren müßt ihr also anwenden, um das Product 8 zu erhalten? K. —

L. Hier liegen 12 Bohnen. Was würdet ihr thun, wenn ich sagte: gebt mir das Drittel davon, und ihr nicht schon wüßtet, wie viel das beträgt? K. Wir würden diese 12 Bohnen in 3 gleiche Theile theilen, und Ihnen einen davon geben.

L. Das wäre recht! Jetzt theilt 12 vermittelst der Ziffern in 3 gleiche Theile. K. (dividiren:

3 | 12 | 4)
12
--
0

L. Nun habt ihr das Drittel von 12 gefunden. Was dürftet ihr nur für eine Rechnungsart anwenden, wenn ich wissen wollte, wie viel das gefundene Drittel von 12, zwey Mahl genommen, beträgt? K. Wir dürften nur multipliciren.

L. Welche Zahlen wären denn die Factoren? K. Der Quotient 4 nebst der Zahl 2.

L. Multiplicirt den Quotienten 4 mit 2. K. (thun dieses).

L. Jetzt habt ihr die Zahl 8, d. i. zwey Mahl das Drittel von 12 gefunden. Durch welches Verfahren habt ihr diese Zahl herausgebracht? K. Wir haben erstlich 12 mit 3 dividirt, und den gefundenen Quotienten mit 2 multiplicirt.

L. Wie heißen denn die Zahlen 2 und 3, wenn wir damit den Bruch $\frac{2}{3}$ bezeichnen? K. 2 heißt der Zähler, und 3 der Renner.

L. Jetzt sagt mir, was ihr mit dem Zähler und Nenner thun müßt, wenn ich diese Aufgabe: 12 × $\frac{2}{3}$ von euch aufgelöst haben will. K. Da müssen wir 12 mit dem Nenner dividiren und den dadurch gefundenen Quotienten mit dem Zähler multipliciren.

L. Gut! Und wenn ihr dieses Verfahren angewendet habt, so habt ihr die Zahl 12 mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt. Jetzt werdet ihr mir gewiß sagen können, was zu thun ist, wenn diese Aufgabe: 36 × $\frac{3}{4}$, soll aufgelößt werden. K. Da muß 36 mit dem Nenner 4 dividirt und das dadurch gefundene Product mit dem Zähler 3 multiplicirt werden.

L. Macht es so, so werdet ihr das Product von 36 multiplicirt mit $\frac{3}{4}$ finden. K. (rechnen:

4	36	9	).
	36	3	
	--	27	

L. Jetzt habt ihr 36 drey Viertel Mahl genommen. Nun multiplicirt 48 mit $\frac{3}{16}$. K. (rechnen:

16	48	3	).
	48	3	
	--	9	

L. Gut! 9 ist also 3 Mahl der 16te Theil von 48, oder: 48 multipticirt mit $\frac{3}{16}$ giebt zum Product 9. Nun wollen wir einmahl den Multiplicandus 12, welchen wir vorhin mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt haben, mit dem Zähler dieses Bruches multipli-

ciren und das Product mit dem Nenner dividiren.
K. (rechnen: 12

$$\begin{array}{r|l|l} 3 & 24 & 8 \\ & 24 & \end{array}$$

L. Ihr habt jetzt, so wie vorhin, die Zahl 8, welche das Product aus $12 \times \frac{2}{3}$ war, gefunden. Nun könnt ihr mir schon sagen, ob man nur auf eine einzige Art das Product aus $12 \times \frac{2}{3}$ finden kann. K. Nein, man kann es vielmehr auf 2 Arten finden.

L. Gebt mir doch diese 2 Arten an. K. Erstlich kann man 12 mit dem Nenner dividiren und den dadurch gefundenen Quotienten mit dem Zähler multipliciren; zweytens kann man 12 mit dem Zähler multipliciren und das dadurch gefundene Product mit dem Nenner dividiren.

L. Seht doch, ob ihr durch das letztere Verfahren auch bey den 2 letztern Exempeln (36 $\times \frac{3}{4}$; 48 $\times \frac{3}{16}$) die nämlichen Producte findet, welche ihr vorhin gefunden habt. K. (rechnen: 36 und

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 4 \mid 108 \mid 27 \\ 8: \\ \hline 28 \\ 28 \\ \hline \cdot\cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 3 \\ \hline 16 \mid 144 \mid 9 \\ 144 \\ \hline \cdot\cdot\cdot \end{array}$$

L. Hier

L. Hier sind also auch die Quotienten die nämlichen Zahlen, die ihr vorhin auf eine andern Weise als die Producte aus 36 ✕ $\frac{3}{4}$ und aus 48 ✕ $\frac{3}{16}$ gefunden habt. Daraus dürft ihr nun den Schluß ziehen, daß ihr jedes Exempel, wo eine ganze Zahl mit einem Bruche multiplicirt werden soll, auch auf die letzte Art rechnen könnt. Ja es ist diese Art in manchen Fällen so gar bequemer, wie ihr gleich sehen werdet, daher wir sie denn auch bey unsern Rechnungen immer anwenden wollen. Jetzt rechnet dieses Exempel: 29 ✕ $\frac{5}{13}$ auf die erstere Art. K. (rechnen: 13|29|2.)

|26|

3

L. Gut einstweilen! Euer Quotient ist jetzt 2 $\frac{3}{13}$. Diese vermischte Zahl sollte jetzt multiplicirt werden — womit? K. Mit dem Zähler 5.

L. Da müßtet ihr also erst den Bruch $\frac{3}{13}$ mit 5 multipliciren, welches $\frac{15}{13}$ gäbe, jetzt müßtet ihr diesen unächten Bruch in eine vermischte Zahl verwandeln, (in 1 $\frac{2}{13}$) und diese zu dem Producte, welches aus 2 und 5 entsteht, addiren, so daß ihr 11 $\frac{2}{13}$ fändet. Dieser Umstände, welche die Rechnung sehr beschwerlich machen, seyd ihr aber überhoben, wenn ihr dieses Exempel auf die andere euch nun bekannte Art rechnet. Probirt es nur. K. (rechnen:

29
5

13|145|11 $\frac{2}{13}$).

15
13

2

L. Seht! hier habt ihr die nämliche Zahl 11 $\frac{2}{13}$. auf eine bequemere Art gefunden. Wie es aber kommt, daß ihr auf diese verschiedne Arten immer das rechte Product findet, will ich euch zeigen. Hier liegen 12 Bohnen; nehmt davon drey Mahl ein Viertel, oder $\frac{3}{4}$ weg. K. (thun dieses)

L. Nun habt ihr 9 Bohnen. Jetzt lege ich hier 3 Mahl 12*), zusammen also 36 Bohnen, her: nehmt nun von jedem Häufchen, von jeder Zwölfe, das Viertel, oder welches einerley ist, das Viertel von 36 weg. — So! Wie viel habt ihr jetzt? K. Auch 9.

L. Nun sagt mir, wer mehr bekommt, derjenige, welcher $\frac{3}{4}$ von 12, oder derjenige, welcher $\frac{1}{4}$ von 3 Mahl 12 fl. bekommt? K. Es bekommt einer so viel als der andere.

L. Also ist es einerley, ob ich 3 Mahl das Viertel von 12, oder Ein Mahl das Viertel von 3 Mahl 12, d. h., von 36 nehme. Deswegen kann ich diese Exempel: 12 $\times$ $\frac{3}{4}$ entweder so rechnen: 3|12|3;

	12	3
4	34	9
	36	

wo ich erst das Viertel von 12 suche, und dieses dann 3 Mahl nehme, oder so: 12, wo ich 12 drey

Mahl

*) Man lege 3 Mahl 12 abgesondert hin.

Mahl und von diesem Producte das Viertel nehme. Nun rechnet mir folgende Exempel aus: $18 \times \frac{3}{5}$; $19 \times \frac{2}{3}$; $24 \times \frac{5}{6}$; $28 \times \frac{3}{7}$; $29 \times \frac{3}{8}$; $30 \times \frac{2}{9}$; $41 \times \frac{3}{4}$; $58 \times \frac{2}{5}$; $60 \times \frac{7}{12}$; $90 \times \frac{5}{24}$; $100 \frac{2}{3}$; $110 \times \frac{5}{8}$; $224 \times \frac{12}{13}$; $96 \times \frac{13}{15}$; $85 \times \frac{11}{16}$; $140 \times \frac{18}{25}$. — Jetzt sagt mir, welcher Unterschied im Producte Statt findet, wenn ihr 1) drey Mahl 8, und 2) 8 Mahl 3 nehmt. K. Da ist kein Unterschied, denn in beyden Fällen kommt 24 heraus.

L. Da könnt ihr mir also auch sagen, ob das, was ich jetzt behaupten werde, richtig ist oder nicht: Ich behaupte nämlich: wenn man zwey ganze Zahlen mit einander multiplicirt, so ist es in Ansehung des Products einerley, ob man den einen oder den Factor zum Multiplicandus macht. K. Das ist richtig.

L. Wer bestätigt mir diese Behauptung noch mit einigen Beyspielen? K. (sagen z. B.: 3 Mahl 12 ist eben so gut 36, als 12 Mahl 3 ꝛc.)

L. Sollte denn aber unsere Behauptung auch richtig seyn, wenn der eine Factor ein Bruch ist? Wir wollen sehen. Multiplicirt $\frac{2}{3}$ mit 36. K. (rechnen: $\frac{2}{3} \times 36 = \frac{72}{3} = 24$.

L. Das Product ist also 24. Nun multiplicirt 36 mit $\frac{2}{3}$. K. (rechnen: 36).

$$\begin{array}{r|l|l} & 2 & \\ \hline 3 & 72 & 24 \\ & 72 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

L. Auch

L. Auch hier ist 24 das Product. Nun wie meynt ihr, gilt unsere Behauptung auch von den Fällen, wo der eine Faktor ein Bruch ist? K. Freylich!

L. Es ist also, wenn ihr eine ganze Zahl und einen Bruch mit einander multiplicirt, einerley, wie ihr die Factoren ordnet; aber zum Verständniß der Aufgabe oder vorgelegten Frage ist es nöthig, zu wissen, welcher Factor eigentlich der Multiplicandus und welcher der Multiplicator ist. Wenn ich z. B. wissen will, wie viel ich Fleisch brauche, wenn ich von 36 Personen jeder $\frac{3}{4}$ ℔ geben will, so finde ich die Beantwortung meiner Frage durch die Multiplication. Welches ist aber hier der Multiplicandus? K. $\frac{3}{4}$, denn dieser Bruch muß 36 Mahl genommen werden.

L. Welches ist aber der Multiplicandus, wenn ich frage: wie viel habe ich Pfund, wenn ich 100 Pfund $\frac{4}{5}$ Mahl nehme? K. Die Zahl 100.

L. Gut! Da ihr jetzt eine ganze Zahl mit jedem gegebenen Bruche multipliciren könnt, so seyd ihr auch im Stande, Brüche, durch Hülfe der Ziffern, aufzulösen, denn im Kopfe könnt ihr dieß zum Theil schon. Was aber der Ausdruck: Brüche auflösen (resolviren) heißt, sollt ihr gleich erfahren. Ihr wißt schon, daß wir unsere Gulden (oder Thaler) in Batzen, Groschen oder Kreuzer, die Groschen und Kreuzer aber in Pfennige; eben so die Centner in Pfunde, diese in Lothe, und diese wieder in Quinte eintheilen, und daß ein Pfennig eine niedrigere Geldsorte als ein Kreuzer, dieser aber

aber wieder eine niedrigere Sorte als ein Gulden oder Thaler, ingleichen ein Pfund eine niedrigere Gewichtsorte als ein Centner, ein Loth eine niedrigere Sorte als ein Pfund ꝛc. ist. Nun fügt sichs sehr oft, daß wir gern wissen möchten, wie man einen Bruch von einer höhern Sorte durch niedrigere Sorten ausdrückt, weil uns der letztere Ausdruck oft verständlicher ist. Wer nun dieses kann, wer nämlich einen Bruch von einer höhern Sorte durch niedrigere Sorten auszudrücken versteht, der kann Brüche auflösen. Nennt mir jetzt einmahl Geldsorten, welche niedriger als ein Gulden sind. K. Batzen, Groschen, Kreuzer.

L. Nun drückt mir $\frac{2}{3}$ Gulden in Kreuzern aus, d. h. sagt mir, wie viel $\frac{2}{3}$ Gulden in Kreuzern ausmacht. K. 40 Kreuzer.

L. Jetzt habt ihr den Bruch $\frac{2}{3}$ fl. im Kopfe aufgelöst, d. i. ihr habt mir den Werth eines Guldenbruches in einer niedrigern Sorte, nämlich in Kreuzern, angegeben. Drückt mir den Bruch $\frac{3}{4}$ ℔ auch in einer niedrigern Sorte, nämlich in Lothen aus. K. 24 Loth.

L. Was habt ihr jetzt mit dem Bruche $\frac{3}{4}$ ℔ gethan? Sagt mir das mit dem Worte, welches ich erst erklärt habe. K. Wir haben ihn aufgelöst (resolvirt).

L. Was heißt das mit andern Worten? K. Wir haben den Werth des Bruches $\frac{3}{4}$ ℔ in einer niedrigern Sorte angegeben.

L. Drückt mir $\frac{1}{4}$ Centner in Pfunden aus. K. 25 Pfund.

L. Löst mir $\frac{1}{4}$ Thaler in Groschen auf. K. 6 Groschen.

L. Seht ihrs! im Kopfe könnt ihr schon Brüche auflösen. Jetzt müßt ihr lernen, wie man sie durch Hülfe der Ziffern auflöset. Wenn ich einen Bruch habe, so muß ich alle Mahl denken, daß irgend ein Ding oder eine Einheit, z. B. Ein Centner, Ein Gulden, Ein Groschen ꝛc. in mehrere gleiche Theile getheilt worden ist, wovon man einige genommen hat. Dieses Einzelding oder diese Einheit wollen wir die Einheit des Bruches nennen. Welches wird demnach die Einheit des Bruches $\frac{3}{8}$ Thaler seyn? K. Ein Thaler.

L. Recht! Und welches ist die Einheit des Bruches $\frac{7}{2}$ Groschen? K. Ein Groschen.

L. Und die Einheit des Bruches $\frac{5}{8}$ Eymer? K. Ein Eymer.

L. Gut! Jetzt bedenkt, daß jede höhere Einheit wieder mehrere Einheiten der niedrigern Sorte in sich begreift. Z. B. Ein Thaler hat 24 Groschen oder 90 kr.; Ein Groschen hat 15 Pfennige; Ein Centner hat 100 Pfund u. s. w. Wenn ich nun einen Bruch durch eine niedrigere Sorte ausdrücken soll, so wird diese alle Mahl verlangt oder gegeben. Man sagt z. B.: drücke $\frac{3}{4}$ Thaler in Groschen oder Kreuzern, $\frac{5}{8}$ ℔ in Lothen, $\frac{3}{4}$ Loth in Quinten aus. So bald uns eine solche Aufgabe vorgelegt wird, so fragt man sich: wie viel begreift die Einheit des aufzulösenden Bruches solche Einheiten

heiten in sich, in welchen derselbe ausgedrückt werden soll? Weiß ich diese Zahl, so darf ich sie nur mit dem aufzulösenden Bruche multipliciren und ich finde dadurch die Auflösung der Aufgabe. Wenn ich z. B. sagen sollte, wie viel Pfund $\frac{5}{6}$ Centner betragen, so frage ich: wie viel Pfunde, das sind hier die Einheiten der niedrigern Sorte, in denen der Bruch $\frac{5}{6}$ Centner ausgedrückt werden soll, hat der Centner? Und die Antwort darauf ist —? K. 100.

L. Diese Zahl darf ich jetzt nur mit $\frac{5}{6}$ multipliciren. Thut dieses einmal. K. (rechnen:

100

5

6 | 500 | $83\frac{2}{6} = 83\frac{1}{3}$)
| 48 |

20

18

2

L. Diese gefundene Zahl bekommt, wie alle Mahl beym Multipliciren der Fall ist, den Namen (die Benennung) des eigentlichen Multiplicandus. In diesem vorliegenden Beyspiele zeigte die Zahl 100 Pfunde an, daher müssen wir bey $83\frac{1}{3}$ auch an Pfunde denken. Nun will ich sehen, ob ihr mir den Bruch $\frac{5}{3}\frac{5}{2}$ Ducaten in Kreuzer auflösen könnt. Erstlich sagt mir, was ihr thun sollt. K. Wir sollen ꝛc.

L. Welches ist denn die Einheit des aufzulösenden Bruches? K. Ein Ducaten.

L. Welches sind die Einheiten der niedrigern Sorte, in denen der Bruch ausgedrückt werden soll? K. Kreuzer.

L. Welche Frage müßt ihr jetzt vor allem aufwerfen, ehe ihr rechnen könnt? K. Wie viel begreift die Einheit des Bruches solche Einheiten in sich, in die er aufgelöst werden soll? (Wie viel Kreuzer hält Ein Ducaten?)

L. Diese Frage will ich euch beantworten. Ein Ducaten hat 300 kr. Was habt ihr jetzt nur zu thun, um zu erfahren, wie viel Kreuzer $\frac{5}{32}$ Ducaten sind? K. Wir dürfen nur 300 mit $\frac{5}{32}$ multipliciren.

L. Thut dieses. K. (rechnen:

300
5|
5|
32|15.00|46$\frac{7}{8}$ kr.)
128
22.0
192
(4
28|7
32|8

L. Jetzt löst den Bruch $\frac{5}{12}$ ℔ in Lothe auf. Welches ist hier die Einheit des Bruches? K. Ein Pfund.

L. Welche Frage müßt ihr erst aufwerfen, ehe ihr rechnen könnt? K. Wie viel hält das Pfund (die Einheit des Bruches) solche Einheiten, in denen der aufzulösende Bruch dargestellt werden soll? (Wie viel Loth hat das Pfund?)

L. Diese

L. Diese Frage könnt ihr euch schon beantworten, darum rechnet gleich. K. (rechnen:

32
5
5
12|160|13$\frac{1}{3}$ Loth)
12
40
36
(4
4|1
12|3

L. $\frac{5}{12}$ ℔ in Lothen ausgedrückt, betragen also — ? K. 13$\frac{1}{3}$ Loth.

L. Nun merkt noch, daß man gewöhnlich einen Bruch in der nächst niedrigern Sorte ausdrückt. Ein Centnerbruch wird ausgedrückt — nun in welcher Gewichtsorte meynt ihr? K. In Pfunden.

L. Und ein Pfundbruch? K. In Lothen.

L. Und ein Lothbruch? K. In Quinten.

L. Dieß ist im gemeinen Leben die niedrigste Sorte von Gewicht, daher kann ich einen Quintbruch nicht weiter auflösen. Von Thaler- und Guldenbrüchen merkt, daß man sie sowohl in Groschen als Kreuzer aufzulösen pflegt, je nachdem man es für gut findet.

Zur Uibung lasse man nun mancherley Brüche sowohl auf der Tafel als im Kopfe auflösen. Insbesondere lasse man 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 2c. Centner, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 2c. Pfund, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 2c. fl. Thlr. 2c. 2c. fleißig auflösen, damit die Kinder diese Theile dieser

ser Ganzen in niedrigern Sorten mit Fertigkeit angeben und z. B. gleich sagen können: 1/2 fl. macht 30 kr.; 1/3 fl. macht 20 kr.; 1/2 Pf. macht 16 Loth ꝛc. Ferner lasse man die S. 238 ff. erwähnten Producte jetzt wieder, doch so finden, daß die dort angegebenen Factoren gegen einander vertauscht, und die Multiplicanden jetzt zu Multiplicatoren werden. Sind eine gewisse Anzahl dieser Producte wieder gefunden, so lasse man sie, wie oben, doch mit gegen einander vertauschten Factoren hersagen.

Z. B. Ein halb Mahl 1 ist $\frac{1}{2}$
— — — 2 macht 2 Halbe oder ein Ganzes
— — — 3 macht 3 Halbe oder $1\frac{1}{2}$
— — — 4 — 4 Halbe oder 2 Ganze
— — — 5 — 5 Halbe oder $2\frac{1}{2}$
— — — 6 — 6 Halbe oder 3 Ganze. U. s. w.

Ein Drittel Mahl 1 ist $\frac{1}{3}$
— — — 2 — $\frac{2}{3}$
— — — 3 — 1
— — — 4 — $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$
— — — 5 — $\frac{5}{3}$ oder $1\frac{2}{3}$
— — — 6 — $\frac{6}{3}$ oder 2 Ganze u. s. w.

Zwey Drittel Mahl 1 ist $\frac{2}{3}$
— — — 2 — $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$
— — — 3 — $\frac{6}{3}$ oder 2 Ganze
— — — 4 — $\frac{8}{3}$ oder $2\frac{2}{3}$
— — — 5 — $\frac{10}{3}$ oder $3\frac{1}{3}$ u. s. w.

Ein

Ein Viertel Mahl 1 ist $\frac{1}{4}$
— — — 2 — $\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$
— — — 3 — $\frac{3}{4}$
— — — 4 — 1
— — — 5 — $\frac{5}{4}$ oder $1\frac{1}{4}$
— — — 6 — $\frac{6}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$
u. s. w.

Drey Viertel Mähl 1 ist $\frac{3}{4}$
— — — 2 — $\frac{6}{4}$ oder $1\frac{1}{2}$
— — — 3 — $\frac{9}{4}$ oder $2\frac{1}{4}$
— — — 4 — $\frac{12}{4}$ oder 3 Ganze
u. s. w.

Diese Uibungen erfordern, wenn auch die Sätze in ihrer natürlichen Ordnung hergesagt werden, Aufmerksamkeit und Besonnenheit, sind also sehr nützliche Verstandesübungen. Wie ich diese Sätze durch Hülfe der Anschauungen lehre, erhellt aus folgendem Beyspiele:

An meiner schwarzen Wandtafel ziehe ich die einander gleichen Linien A B, C D, E F (Fig. 3. Tab. III.) von beträchtlicher Länge und theile jede in 4 gleiche Theile. Nun tritt ein Kind mit einem Räthchen in der Hand an dieselbe und es beginnt folgende Uibung:

L. Wie viel müßtest du nehmen, wenn du 1/4 von der Linie A B, oder wenn du die Linie A B 1/4 Mahl nehmen wolltest. K. (von A nach g fahrend) Hier dieses Stück. L. Wie oft hättest du die Linie A B genommen, wenn du das Stück A g von ihr genommen hättest? K. 1/4 Mahl. L. Wie viel müßtest du aber nehmen, wenn du die Linie A B 2/4 oder 1/2 Mahl nehmen wolltest? K. (von A nach h fahrend) Hier diese 2 Stücke. L. Wie oft hättest du die Linie A B

genommen, wenn du die Stücke A g und g h genommen hättest? K. 2/4 oder 1/2 Mahl. L. Wie viel müßtest du nehmen, wenn du die Linie A B 3/4 Mahl nehmen wolltest? K. (von A nach i fahrend) Hier die Stücke A g, g h und h i. L. Wie oft hättest du die Linie A B genommen, wenn du sie von A bis i genommen hättest? K. 3/4 Mahl. L. Wie viel müßtest du nehmen, wenn du die 2 Linien A B und C D 1/4 Mahl nehmen wolltest? K. (die Stücke A g und C k zeigend) Hier diese 2 Stücke. L. Wie heißt jedes dieser Stücke, wenn wir es als Theil von einem Ganzen betrachten? K. Viertel. L. Wie viel bekommen wir demnach, wenn wir die Zahl zwey 1/4 Mahl nehmen? K. 2/4 oder 1/2. L. Und wie viel beträgt das 4tel von 2? K. 2/4 oder 1/2. L. Wie viel beträgt denn wohl 2 Mahl das 4tel von 2? K. 4/4 oder 1 Ganzes. L. Zeige mir hier an diesen Linien 2 Mahl das 4tel von 2. K. (zeigt die Stücke A g und h i, dann C k und k l.) L. Jetzt zeige mir auch 3/4 von den 2 Linien A B und C D. K. (zeigt die Stücke A g, g h, h i, C k, k l, l m.) L. Wie viel bekommen wir, wenn wir 3/4 Mahl 2 nehmen, oder: wie viel ist 3/4 von 2? K. 6/4 oder 1 1/2. L. Jetzt zeige mir 1/4 von diesen 3 Linien. K. (zeigt die Stücke A g, C k und E n.) L. 1/4 von 3, oder: 1/4 Mahl 3 ist also —? K. 3/4. L. Und 2/4 oder 1/2 von 3 ist —? K. 6/4 oder 1 1/2. L. Zeige mir 2/4 von diesen 3 Linien hier. K. (zeigt A g, g h, C k, k l, E n und n o.) L. Jetzt zeige mir auch 3/4 von diesen 3 Linien hier. K. (fährt von i nach p.) L. Wie viel bekommen wir also, wenn wir 3/4 von 3, oder: wenn wir die Zahl 3 3/4 Mahl nehmen? K. 9/4 oder 2 Ganze und 1/4.

Man sieht leicht ein, daß, wenn man z. B. 5, 6, 7 ꝛc. 3/4, 2/4 (1/2) 3/4, oder 1/5, 2/5, 3/5, 4/5 Mah

wollte

wollte nehmen lassen, man 5, 6, 7 ꝛc. Linien ziehen, und jede derselben im erstern Falle in 4, im letztern aber in 5 gleiche Theile theilen und damit Uibungen, die der vorhergehenden gleich wären, anstellen müßte.

L. Ihr könnt jetzt einen Bruch mit einer ganzen Zahl und umgekehrt eine ganze Zahl mit einem Bruche multipliciren. Nun wollen wir sehen, ob man auch Brüche mit einander multipliciren kann oder nicht. Hier liegt $\frac{1}{2}$ von einem unserer Stäbe (von Nro. 2.). Ist es wohl möglich, daß ich dieses Stück (diese Hälfte) wieder halbire und die Hälfte davon wegnähme? K. Ja wohl!

L. Also ein Halbes kann ich auch wieder nur zur Hälfte, oder ein halb Mahl nehmen. Wie heißt denn aber die Hälfte von einem Halben, wenn ich sie mit dem Ganzen vergleiche? K. Ein Viertel.

L. ($\frac{1}{4}$ von Nro. 4. nehmend) Diesem Stücke kann ich jetzt zwey verschiedene Benennungen geben. Wenn ich es mit $\frac{1}{2}$ vergleiche und bedenke, daß es die Hälfte davon ist; so kann ich es nennen —? K. Ein halbes Halbes (die Hälfte von einem Halben).

L. Gut! Wenn ich es aber mit dem Ganzen vergleiche und bedenke, daß es der 4te Theil davon ist; so kann ich es nennen —? K. Ein Viertel.

L. Da haben wir wieder zwey Ausdrücke für eine und die nämliche Menge. Doch erinnert mich der erstere Ausdruck, daß ich diese Menge (dieses Stück) als Theil eines Theiles vom Ganzen betrachten soll, und der letztere — nun woran erinnert mich der? K. Daß ich es als Theil eines Ganzen betrachten soll.

L. Gut! Wenn ich also einen halben Gulden ein halb Mahl nehme, so habe ich von dem ganzen Gulden — ? K. $\frac{1}{4}$.

L. Freylich! Seht hier liegt ein halber Stab (die Hälfte von Nro. 4.), von dem ich jetzt die Hälfte, welche wir in Vergleichung mit dem Ganzen $\frac{1}{4}$ nennen, wegnehme. Dieses weggenommene Stück habe ich jetzt mit zwey Benennungen (Namen) belegt: mit welchen? K. Mit den Namen Hälfte und Viertel.

L. Aber ist das nicht ungereimt, daß ich die Hälfte Viertel, und das Viertel Hälfte nenne. Ich denke, ein Theil, der die Hälfte ist, kann nicht das Viertel seyn? K. Er kann die Hälfte von einem Halben und daher das Viertel vom Ganzen seyn.

L. Richtig! Die Hälfte eines solchen Stabs ein halb Mahl genommen ist also — ? K. $\frac{1}{4}$ (vom Ganzen).

L. Ist es wohl möglich, daß ihr diesen halben Stab $\frac{2}{3}$ Mahl oder $\frac{2}{3}$ von diesem Stücke (dieser Hälfte) wegnehmt? K. Ja.

L. Wie wollt ihrs denn machen, um mir dieses Stück (die Hälfte von Nro. 2.) nicht ganz, sondern nur $\frac{2}{3}$ Mahl herzureichen? K. Wir müssen es in 3 gleiche Theile zerlegen und Ihnen dann 2 davon geben.

L. Gut! Hier (die Hälfte von Nro. 6.) nehmend) haben wir ein Halbes, welches schon in 3 gleiche Theile zerlegt ist: nehmt ihrer nun 2 davon. — So! Habt ihr nun den halben Stab ganz oder nur zum Theil weggenommen? K. Nur zum Theil.

L. Wie

L. Wie viel habt ihr denn von ihm weggenommen? K. $\frac{2}{3}$.

L. Den wie vielsten Theil vom Ganzen macht ein Drittel vom Halben aus? K. Den 6ten.

L. Welchen Namen kann ich daher noch diesen Dritteln von einem Halben geben? K. Den Namen 6tel.

L. Womit muß ich sie aber vergleichen, wenn ich sie 6tel nenne? K. Mit dem Ganzen.

L. Gut! Welchen Bruch vom Ganzen erhalten wir denn, wenn wir $\frac{1}{2}$ zwey Drittel Mahl nehmen? K. $\frac{2}{6}$

L. Und welches ist die kleinste Benennung dieses Bruches? K. $\frac{1}{3}$

L. Vorhin haben wir einen halben Stab $\frac{1}{2}$ Mahl und dann $\frac{2}{3}$ Mahl genommen. Mit unsern gewöhnlichen Zeichen drücken wir dieses so aus: Wir haben $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$. Und nun sagt mir, ob sich auch wohl Brüche mit Brüchen multipliciren lassen? K. Ja wohl!

L. Woher wißt ihr denn dieses? K. Daher, weil wir erst $\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{2}$, dann mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt haben.

L. Das haben wir allerdings, und zwar in der That und nicht bloß in Gedanken durch Hülfe der Ziffern gethan. Aber welches Verfahren werden wir beobachten müssen, wenn wir dieses durch Hülfe der Ziffern thun wollen? K. —

L. Wenn ich Ein Halbes ein halb Mahl nur nehme, bekomme ich da einen größern oder kleinern Bruch, als ich schon habe? K. Einen kleinern.

L. Und

L. Und wie viel Mahl ist das Halbe kleiner als das Ganze? K. Zwey Mahl.

L. Durch welches Verfahren haben wir denn neulich einen Bruch zwey, drey ꝛc. Mahl kleiner gemacht? K. Dadurch, daß wir mit 2, 3 ꝛc. entweder seinen Zähler dividirt oder seinen Nenner multiplicirt haben.

L. Da die letztere Art für alle Fälle bequem ist, so sagte ich, daß wir sie immer anwenden wollten. Was dürfen wir nun nur für ein Verfahren anwenden, wenn wir $\frac{1}{2}$ nur ein halb Mahl nehmen oder es zwey Mahl kleiner machen wollen? K. Wir dürfen nur seinen Nenner mit 2 multipliciren, den Zähler aber unverändert lassen.

L. Hier steht: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. Was heißt das mit Worten ausgedrückt? K. Ein Halbes multiplicirt mit einem Halben.

L. Was so viel ist, als: ein Halbes soll ein halb mahl genommen werden. Wie viel muß da herauskommen? (Welches Product müssen wir dadurch erhalten?) K. $\frac{1}{4}$.

L. Welche dieser Zahlen dürftet ihr nur mit einander multipliciren, um den Nenner 4 zu erhalten? K. Die beyden Nenner 2 und 2.

L. Und welches Product erhieltet ihr, wenn ihr auch die beyden Zähler mit einander multiplicirtet? K. 1.

L. Wir wollen es so machen. Ich spreche 2 Mahl 2 ist 4, und mache dieses Product zum Nenner, und 1 Mahl 1 ist 1, und mache dieses Product zum Zähler eines Bruches, so daß ich $\frac{1}{4}$ also

gerade

gerade das Product bekomme, welches, wie ihr saget, herauskommen muß, wenn man $\frac{1}{2}$ ein halb Mahl nimmt. Wer kann mir jetzt sagen, auf welche Weise ich das Product $\frac{1}{4}$ gefunden habe? K. Das haben Sie dadurch gefunden, daß Sie 1) die Nenner der beyden Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2}$, und dann die Zähler mit einander multiplicirten, und das erstere Product zum Nenner, das letztere aber zum Zähler eines neuen Bruches machten.

L. Gut! Hier steht: $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$. Was heißt dieß mit Worten ausgedrückt? K. Ein Halbes soll mit 2 Drittel multiplicirt oder zwey Drittel Mahl genommen werden.

L. Wie viel kam denn vorhin heraus, als wir $\frac{1}{2}$ zwey Drittel Mahl oder zwey Drittel von einem Halben nahmen? K. $\frac{2}{6}$.

L. Was glaubt ihr nun mit den Zahlen dieser Brüche vornehmen zu müssen, um $\frac{2}{6}$ zu bekommen? K. Wir müssen erstlich ihre beyden Nenner, dann aber auch ihre beyden Zähler mit einander multipliciren, und aus dem erstern Producte den Nenner, aus dem letztern aber den Zähler eines neuen Bruches machen, wodurch wir $\frac{2}{6}$ erhalten.

L. Nun habt ihr schon zwey Mahl 2 Brüche mit einander multiplicirt und immer das rechte Product, welches euch vorher schon bekannt war, erhalten. Ihr könnt euch aus dem Verfahren, welches ihr dabey beobachtetet, eine Regel machen und sagen, was man überhaupt zu thun hat, wenn man zwey Brüche mit einander multipliciren will. K. Man multiplicirt 1) ihre beyden Nen-

ner,

ner, 2) ihre beyden Zähler mit einander, und macht aus dem Producte der Renner den Renner, und aus dem Producte der Zähler den Zähler eines neuen Bruches.

L. Wir wollen noch an einigen Beyspielen sehen, ob wir auf diese Weise das richtige Product finden. Was sollt ihr jetzt nach Angabe dieses Ausdrucks: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$, thun? K. Wir sollen $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ multipliciren.

L. Was wolt ihr nun thun, um das Product von diesen beyden Brüchen zu finden? K. Wir wollen 1) die beyden Renner, 2) die beyden Zähler mit einander multipliciren.

L. Thut dieses. K. (finden $\frac{6}{12}$.)

L. Nun wollen wir sehen, ob dieses das richtige Product ist. Hier liegen $\frac{2}{3}$ (von Nro. 3.). Wie viel soll nach Angabe unsers Multiplicators von diesem Bruche genommen werden? K. $\frac{3}{4}$.

L. Denkt euch dieses so: von jedem einzelnen Stücke (Drittel) sollen drey Viertel genommen werden, denn es ist einerley, ob ich sage: nimm $\frac{3}{4}$ von $\frac{2}{3}$, oder: nimm von jedem dieser 2 Drittel $\frac{3}{4}$. (Nimm jedes Drittel drey Viertel Mahl.) Was müssen wir nun mit jedem Stücke thun, damit wir Viertel bekommen? K. Wir müssen es in vier gleiche Theile theilen.

L. Hier an diesem Stabe (Nro. 12.) ist jedes Drittel schon in 4 gleiche Theile getheilt. Seht! Hier habe ich (je 4 und 4 Zwölftel am Stifte auseinanderschiebend, so daß der Stab in 3 gleiche Theile getheilt zu seyn scheint,) 2 Drittel von

die-

diesem Stab genommen, und jedes wieder in 4tel getheilt. Was haben denn aber diese Viertel von Dritteln in Vergleichung mit dem ganzen Stabe für Namen? K. Zwölftel.

L. Gut! Wir haben nun nach Angabe unsers Multiplicators jedes unserer 2 Drittel in Viertel getheilt. Aber wie viel Viertel sollen wir von jedem dieser Drittel nehmen? K. Drey.

L. Welche Zahl des Multiplicators sagt uns dieses? K. Der Zähler.

L. Nun wollen wir da von dem ersten Drittel, und hier von dem Zweyten 3 Viertel wegnehmen. — So! Wir haben jetzt von jedem der 2 Drittel drey Viertel, also von dem ganzen Bruche $\frac{2}{3}$ drey Viertel genommen. Wie viel Stücke haben wir auf diese Weise bekommen? K. Sechs.

L. Wie heißen sie in Vergleichung mit dem Ganzen? K. 12tel.

L. Wir haben also dadurch $\frac{6}{12}$ bekommen, daß wir $\frac{2}{3}$ drey Viertel Mahl nahmen. Also gerade so viel, als euer vorhin gefundenes Product anzeigt. Und nunmehr werdet ihr überzeugt seyn, daß euer Verfahren, Brüche durch Hülfe der Ziffern mit einander zu multipliciren, das richtige ist, da ihr dadurch immer das Product findet, welches wir auch finden, wenn wir die gegebenen Brüche mit Hülfe unserer Stäbe multipliciren. Um euch aber die Sache recht geläufig und deutlich zu machen, wollen wir noch einige Brüche erstlich mit Hülfe der Ziffern, sodann mit Hülfe unserer Stäbe multipliciren. Hier ($\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ anschreibend) habt ihr

ein

ein Exempel. Was sollt ihr nun nach Angabe dieses Ausdrucks thun? K. Wir sollen $\frac{3}{4}$ mit $\frac{4}{5}$ multipliciren.

L. Oder $\frac{3}{4}$ vier Zünftel mahl nehmen. Thut dieses auf der Tafel. K. (rechnen und finden das Product $\frac{12}{20}$.

L. Wie heißt die kleinste Benennung dieses Bruches? K. $\frac{3}{5}$.

L. Gut! Nun wollen wir wirklich $\frac{3}{4}$ von diesem Stabe (Nro. 4.) $\frac{4}{5}$ Mahl nehmen. Hier liegen die 3 Viertel (abgesondert). Wie viel soll nach Angabe unsers Multiplicators von jedem dieser 3 Viertel genommen werden? K. Vier Fünftel.

L. Gut! Merkt also den Sinn dieser und ähnlicher Aufgaben recht. $\frac{3}{4}$ soll mit $\frac{4}{5}$ multiplicirt werden, heißt also —? K. Von jedem der drey Viertel sollen $\frac{4}{5}$ genommen werden *).

L. Was müssen wir denn mit den Vierteln vornehmen, wenn wir Fünftel von ihnen wegnehmen wollen? K. Wir müssen sie in Fünftel theilen.

L. Das will ich jetzt mit Kreidenstrichen thun. — So! Jetzt ist jedes dieser Viertel in 5tel getheilt. Aber wie heißen diese Theile, diese Fünftel von 4teln, in Vergleichung mit dem Ganzen? K. 20stel.

L. Diese Benennung, und nicht die Benennung: Fünftel von Vierteln, müssen die Theile erhalten, daher wir den Nenner 20 brauchen: und wie finden wir diesen? K. Wenn wir 4 mit 5 multipliciren.

L. Wie

*) Die Sache so vorgestellt, ist für Kinder am faßlichsten.

L. Wie viel Mahl ist $\frac{1}{20}$ kleiner als $\frac{1}{4}$? K. Fünf Mahl.

L. Also gerade so viel Mahl, als der Nenner des Multiplicators Einheiten anzeigt. Da nun beym Multipliciren der Brüche die Theile alle Mahl so viel Mahl kleiner werden müssen, als der Nenner des Multiplicators Einheiten anzeigt, so ist es natürlich, daß der Nenner des Products so viel Mahl größer werde, welches geschieht, wenn der Nenner des Multiplicandus mit dem Nenner des Multiplicators multiplicirt wird. — Wie viel 5tel sollen denn von jedem 4tel weggenommen werden? K. Vier.

L. Welche Zahl sagt euch dieß? K. Der Zähler des Multiplicators.

L. Drey Stücke, nämlich drey Viertel, haben wir hier, von jedem sollen vier Theile genommen werden: wie oft bekommen wir also 4 Theile? K. Drey Mahl,

L. Wie viel Theile macht das zusammen genommen? K. Zwölf.

L. Recht! Wir bekämen also, wenn ich diese Theile (3 Viertel) wirklich in 5tel zerschneiden und von jedem 4tel vier nehmen wollte, gerade drey Mahl 4 oder 12 Stücke, welche in Vergleichung mit dem Ganzen 20stel heißen, und denn Anzahl wir finden, wenn wir die beyden Zähler 3 und 4 mit einander multipliciren. Ihr könnt die Sache auch so fassen: Wenn wir $\frac{3}{4}$ mit $\frac{1}{5}$ multipliciren, oder $\frac{3}{4}$ Ein Fünftel Mahl nehmen sollten, so müßten wir natürlich $\frac{3}{4}$ fünf Mahl kleiner machen,

als es ist. Wie bewerkstelligen wir aber dieses? K. Wenn wir den Nenner 4 mit 5 multipliciren, und den Zähler 3 unverändert lassen.

L: Recht! Macht es einmahl so. K. (rechnen: $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3}{20}$).

L. Den wievielsten Theil von $\frac{3}{4}$ habt ihr jetzt gefunden? K. Den fünften.

L. Wenn wir nun nicht Ein Mahl, sondern 4 Mahl den fünften Theil von $\frac{3}{4}$ haben wollten, so müßten wir ja offenbar den Bruch $\frac{3}{20}$ vier Mahl nehmen oder vier Mahl größer machen, als er ist. Wie macht man aber einen Bruch 4 Mahl größer? K. Wenn man seinen Zähler mit 4 multiplicirt und seinen Nenner unverändert läßt.

L. Freylich! Wenn wir also den Nenner 4 mit 5 multipliciren und den Zähler 3 unverändert lassen, so bekommen wir den fünften Theil von $\frac{3}{4}$. Wenn wir aber diesen fünften Theil, also $\frac{3}{20}$ vier Mahl nehmen, so bekommen wir $\frac{4}{5}$ von $\frac{3}{4}$. Hieraus sehet ihr klar, warum wir erst Nenner mit Nenner, dann Zähler mit Zähler multipliciren müssen, wenn 2 Brüche mit einander multiplicirt werden sollen. — Was soll nach Maßgabe dieses Ausdrucks ($\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ anschreibend) geschehen? K. Es soll $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{5}$ multiplicirt werden.

L. In wie viel Theile muß also jedes der 2 Drittel zerlegt werden? K. In fünf.

L. Welche Zahl sagt euch dieses? K. Der Nenner des Multiplicators.

L. Wie

L. Wie heißen denn die Theile in Vergleichung mit dem Ganzen, wenn jedes Drittel in 5 gleiche Theile zerlegt wird? K. 15tel.

L. Unser zu findendes Product muß also zum Nenner 15 haben: wie erhalten wir diese Zahl? K. Wenn wir 3 mit 5 multipliciren.

L. Wie viel Mahl werden denn dadurch die Theile kleiner, als sie vorher waren? K. Fünf Mahl.

L. Wenn wir nun jedes Drittel in 5 gleiche Theile zerlegt haben, wie viel müssen wir alsdann von jedem Drittel solche Theile wegnehmen? K. Drey.

L. Welche Zahl sagt euch dieses? K. Der Zähler des Multiplicators.

L. Zwey Drittel haben wir, von jedem sollen 3 Stücke genommen werden: wie viel giebt das Stücke? K. Sechs.

L. Wie finden wir hier in unserm Exempel die Zahl 6? K. Wenn wir die beyden Zähler mit einander multipliciren.

L. $\frac{2}{3}$ multiplicirt mit $\frac{3}{5}$ giebt also zum Producte —? K. $\frac{6}{15}$.

L. Und die kleinste Benennung dieses Bruches —? K. Ist $\frac{2}{5}$.

L. Jetzt nehmt diese $\frac{2}{3}$ (von Nro. 3) wirklich drey Fünftel Mahl. Wie viel gleiche Theile müßt ihr aus jedem Drittel machen? K. 5:

L. Hier an diesem Stabe (Nro. 15.) ist diese Eintheilung schon gemacht. Jedes dieser zwey Drittel ($\frac{2}{3}$ von Nro. 15. absondernd) ist schon in 5

gleiche Theile getheilt. Wie viel Theile nehmt ihr jetzt von jedem dieser Drittel? K. 3.

L. Zusammen also —? K. 6.

L. Welche Benennung haben diese Theile in Vergleichung mit dem Ganzen? K. 15tel. — —

L. Nunmehr werdet ihr deutlich einsehen, was es mit dem Multipliciren eines Bruches mit einem andern für eine Bewandtniß habe *). Die Art und

*) Sollte dieß aber der Fall noch nicht bey allen Kindern seyn, so wiederhohle man das von S. 261. an Gesagte, und erläutere die Sache mit mehrern Beyspielen. Ich für meine Person lasse meine Schüler Brüche mit Brüchen immer auf eine doppelte Art, 1) nämlich durch Hülfe der Ziffern, 2) aber auch durch Hülfe einer Linie mit einander multipliciren. Einige Beyspiele mögen die letztere Art meinen Lesern bekannt machen.

1) Es steht an der schwarzen Tafel: 2/3 × 3/4. Ein Kind tritt an dieselbe und spricht: Nach Angabe dieser Ziffer (auf den Nenner 3 in 2/3 zeigend) soll ich ein Ganzes in 3 gleiche Theile theilen (die gerade Linie A B Fig. 1. Tab. III. ziehend und sie nach dem Augenmaaße in Drittel theilend. Nach Angabe dieser Ziffer (auf den Zähler 2 in 2/3 zeigend) soll ich von diesen 3 Theilen zwey nehmen (die Linie c d Fig. 1. Tab. III. verlängernd, zum Zeichen, daß 2/3 von der ganzen Linie abgesondert gedacht und als jetzt zu behandelnde Größe betrachtet werden soll). Nach Angabe des übrigen Theils dieses Ausdrucks (auf 2/3 × 3/4 zeigend) soll ich jedes dieser 2/3 (von A nach c d fahrend) wieder in 4 gleiche Theile theilen (die Linien e f, g h, i k, l m, n o, p q ziehend) und

und Weise, wie wir durch Hülfe der Ziffern 2 Brü-

und drey solche Theile von jedem dieser 2 Drittel nehmen (die Linien r, s, t, u, v, w ziehend, gleichsam als wenn die Stücke A f, f h, h k, b m, m o, o q neben hinaus gerückt würden). Da ich nun von jedem dieser zwey Drittel drey Stücke genommen habe, so habe ich nothwendig die hier vor Augen liegenden 6 Stücke bekommen müssen, denen ich nur noch Namen zu geben habe. Die Viertel von Dritteln heissen Zwölftel vom Ganzen, folglich sind dieß Zwölftel. 2/3 multiplicirt mit 3/4, oder: 2/3 drey Viertel Mahl genommen, giebt demnach 6/12 = 1/2.

2) Es steht an der schwarzen Tafel 4/5 × 2/3. Ein Kind tritt hinan und spricht: Nach Angabe dieser Ziffer (auf die 5 in 4/5 zeigend) soll ich ein Ganzes in 5 gleiche Theile theilen (die Linie B C Fig. 4. Tab. III. ziehend und sie durch die Linie e f, g h, h i, i k schneidend). Nach Angabe dieser Ziffer (auf die 4 in 4/5 zeigend) soll ich 4 Theile davon nehmen (die Linie i k verlängernd), daß ich 4/5 bekomme. Nach Angabe des übrigen Theiles dieses Ausdruckes, soll ich jedes dieser 4 Fünftel (von B nach i k fahrend) wieder in 3 gleiche Theile theilen (die punctirten Linien in den genannten 4/5 der Linie B C ziehend), und von jedem (der 4/5) zwey solche Theile nehmen (die Linien l, m, n, o, p, q, r, s ziehend, gleichsam als wenn von jedem Fünftel zwey Drittel neben hinaus gerückt würden). Dadurch bekomme ich 8 Stücke, welche den Namen Fünfzehntel führen, weil das Drittel von einem Fünftel ein Fünfzehntel vom Ganzen ist. 4/5 2/3 Mahl genommen, geben demnach 8/15, die hier vor Augen liegen.

che mit einander multipliciren, ist so leicht, daß ihr nun ohne Schwierigkeit dieß Geschäft verrichten könnt. Merkt nur noch, daß es auch hier in Ansehung des Products einerley ist, welchen von beyden Factoren man zum Multiplicandus macht. Denn $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ giebt eben das Product, welches $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$ giebt. Folgende Exempel werdet ihr nun gleich ausrechnen können: $\frac{12}{37} \times \frac{11}{12}$; $\frac{13}{15} \times \frac{5}{6}$; $\frac{14}{19} \times \frac{22}{31}$; $\frac{24}{47} \times \frac{13}{25}$; $\frac{23}{33} \times \frac{41}{73}$.

Anwendung des in den nächst vorhergehenden Lectionen Gelernten.

L. Ich gebe Fritzen 2 Laubthaler, d. h. zwey Mahl $2\frac{3}{4}$ fl.: wie viel macht das zusammen genommen? K. Denkt bey sich: 2 Mahl 2 ist 4, und 2 Mahl $\frac{3}{4}$ ist $\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$, zusammen also $5\frac{1}{2}$ fl.)

L. Ich brauche alle Tage einen Preussischen Thaler oder $1\frac{3}{4}$ fl.: wie viel macht das in einer Woche? K. $12\frac{1}{4}$ fl.

L. Jemand schenkt mir 3 Conventionsthaler oder 3 Mahl $2\frac{2}{5}$ fl.: wie viel macht das zusammen genommen? K. $7\frac{1}{5}$ fl.

L. Ich muß eine Elle Zeug mit $1\frac{2}{3}$ fl. bezahlen: wie viel muß ich für 24 Ellen hingeben? K. (denkt bey sich: 24 ganze, und 24 Mahl $\frac{2}{3}$ fl. 24 Mahl $\frac{2}{3}$ macht $\frac{48}{3}$, und dieß macht gerade 16, zusammen also) 40 fl.

L. Was

L. Was kosten 8 Klafter Holz, wenn eine Klafter $7\frac{5}{8}$ fl. kostet? K. 61 fl.

L. Was kosten 12 silberne Löffel, wenn einer $2\frac{3}{4}$ fl. (1 Laubthaler kostet? K. 33 fl.

L. Den wie vielsten Theil von 2 Kreuzern wird eine halbe Bratwurst kosten, wenn eine ganze 2 kr kostet? K. Den halben Theil.

L. Recht! Den wie vielsten Theil von einem Gulden muß $\frac{1}{3}$ Elle kosten, wenn die ganze Elle 1 fl. kostet? K. Den dritten Theil.

L. Auch recht! Wenn eine Drittels Elle Einen Drittels Gulden kostet, wie viel müssen 2 Drittel von einer Elle kosten? K. Zwey Mahl $\frac{1}{3}$ ($\frac{2}{3}$) von einem Gulden.

L. Wenn eine Klafter Holz 8 Gulden kostet, den wie vielsten Theil von 8 Gulden muß da $\frac{1}{3}$ Klafter kosten? K. Den dritten.

L. Wie viel macht der dritte Theil von 8 Gulden? K. (denkt bey sich: der dritte Theil von einem Gulden ist $\frac{1}{3}$ fl., also von 8 Gulden 8 Mahl $\frac{1}{3}$ Gulden: $\frac{8}{3}$ =) $2\frac{2}{3}$ fl. *)

L. Den wie vielsten Theil von einem Gulden kostet $\frac{1}{4}$ ℔, wenn das ganze ℔ 1 fl. kostet? K. Den vierten ($\frac{1}{4}$ fl.)

L. Wie oft muß ich den dritten Theil von 8 fl. hingeben, wenn ich $\frac{2}{3}$ Klafter Holz, wovon die Klafter 8 Gulden kostet, kaufe? K. Zwey Mahl.

*) So lasse man die Kinder in ähnlichen Fällen immer schließen.

L. Wie viel macht 2 Mahl das Drittel von 8?
K. (denkt bey sich: 2 Mahl das Drittel von 8 ist 8 Mahl $\frac{2}{3}$ = $\frac{16}{3}$ =) $5\frac{1}{3}$ fl.

L. Eine Elle Tuch kostet 9 fl.: wie hoch kommen da $\frac{3}{4}$ Ellen? K. (denkt bey sich: 3 Mahl das Viertel von 9 ist 9 Mahl $\frac{3}{4}$ = $\frac{27}{4}$ =) $6\frac{3}{4}$ fl.

L. Ein Pfund Fleisch kostet 11 kr., wie hoch kommt $\frac{1}{4}$ ℔? K. $3\frac{3}{4}$ kr.

L. Wie hoch kommt $1\frac{1}{4}$ ℔? K. $13\frac{3}{4}$ kr.

L. Eine Maß Wein kostet 5 fl., was kosten $\frac{5}{8}$ Maß? K. $3\frac{1}{8}$ fl.

L. Ich habe 48 kr. und schenke 5 Mahl das 16tel davon weg, wie viel schenke ich in allem von meinem Gelde weg? K. (denkt bey sich: das 16tel von 48 ist 3, und 5 Mahl 3 ist) 15 kr. *)

L. Ein Mann hinterläßt 700 fl., wovon nach seinem Testamente $\frac{5}{8}$ in die Armenkasse kommen sollen: wie viel Gulden erhält diese von dieses Mannes Nachlaß? K. (denkt bey sich: das Achtel von 100 ist $12\frac{1}{2}$, 5 Mahl $12\frac{1}{2}$ ist) $62\frac{1}{2}$ fl.

L. Wir wollen annehmen, daß dieser Stab (Nro. 1.) $\frac{1}{2}$ fl. werth wäre: den wie vielsten Theil von einem halben Gulden wäre alsdann der halbe Stab werth? K. Die Hälfte.

L. Wie viel ist die Hälfte von einem halben Gulden? K. $\frac{1}{4}$ fl.

L. Recht! Ein Halb ein halbes Mahl (zur Hälfte) genommen, oder: $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{4}$. Den wie vielsten

*) Auf diese Weise wird obige Antwort leichter gefunden, als wenn man spräche; 5 Mahl 48 = 240, 240/16 = 15.

vielsten Theil von $\frac{1}{2}$ fl. wäre denn aber das Drittel von diesem Stabe werth, wenn der Ganze $\frac{1}{2}$ fl. werth wäre? K. Den dritten.

L. Wie viel macht $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$? K. $\frac{1}{6}$.

L. Wie viel wäre aber $\frac{1}{4}$ davon werth, wenn der ganze $\frac{1}{2}$ fl. werth war? H. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$, also $\frac{1}{8}$ fl.

L. Gesetzt nun, 1 ℔ Zucker kostete $\frac{1}{2}$ fl., was kostete denn da $\frac{1}{4}$ ℔? K. $\frac{1}{8}$ fl.

L. Aber $\frac{2}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ ℔? K. $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ fl.

L. Und $\frac{3}{4}$ ℔? K. $\frac{3}{8}$ fl.

L. Hier liegen $\frac{2}{3}$ fl., welche für eine Maß Wein gegeben werden sollen. Gesetzt nun, ich wollte nur $\frac{1}{2}$ Maß von diesem Weine, müßte ich da auch diese $\frac{2}{3}$ fl. hingeben? K. Nein.

L. Den wie vielsten Theil von diesen $\frac{2}{3}$ müßte ich nur hingeben? K. Den halben.

L. Die Hälfte von $\frac{2}{3}$ ist aber? K. $\frac{1}{3}$.

L. Recht! so viel (man nehme die Hälfte des in Scheidemünze daliegenden Geldes) müßte ich für die halbe Maß geben. Wie aber, wenn ich nur $\frac{1}{3}$ Maß von diesem Weine nehmen wollte, den wie vielsten Theil müßte ich dann von diesen $\frac{2}{3}$ hingeben? K. Den dritten.

L. Wie viel ist denn das Drittel von $\frac{2}{3}$? K. (denkt bey sich: das Drittel von $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{9}$ vom Ganzen, folglich ist das Drittel von $\frac{2}{3}$ zwey Neuntel vom Ganzen und spricht:) $\frac{2}{9}$.

L. Was würde aber $\frac{1}{4}$ Maß von diesem Weine kosten? K. (denkt bey sich: das Viertel von $\frac{1}{3}$

ist $\frac{1}{12}$ vom Ganzen, folglich macht das Viertel von $\frac{2}{3}$ gerade $\frac{2}{12}$ oder $\frac{1}{6}$ vom Ganzen und spricht:) $\frac{1}{6}$.

L. Freylich! Ich will jetzt dieses Geld in 4 gleiche Theile theilen. — So! Seht hier! auf jeden Theil kamen 10 kr, welche gerade $\frac{1}{6}$ fl. ausmachen. Ein Viertel von $\frac{2}{3}$ fl. ist also vom ganzen Gulden — nun der wie vielste Theil? K. Der sechste.

L. Wenn also 1 Maß $\frac{2}{3}$ fl. kostet, so kostet $\frac{1}{4}$ Maß —? K. $\frac{1}{6}$ fl.

L. Und $\frac{3}{4}$ Maß? K. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ fl.

L. Aber was kosten $\frac{5}{8}$ Maß? K. (denkt bey sich: $\frac{1}{8}$ von $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{24}$ vom Ganzen, $\frac{1}{8}$ von $\frac{2}{3}$ ist demnach $\frac{2}{24}$ vom Ganzen, und 5 Mahl das 8tel von $\frac{2}{3}$ macht 5 Mahl $\frac{2}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ und spricht:) $\frac{5}{12}$ fl.

L. Ein ℔ Kaffee kostet $\frac{3}{4}$ fl., was kosten $\frac{7}{8}$ ℔? K. denkt bey sich: Hier muß ich $\frac{3}{4}$ sieben Achtel Mahl nehmen. Nun ist das 8tel von $\frac{1}{4}$ Ein 32tel vom Ganzen und das 8tel von $\frac{3}{4}$ macht drey 32tel, sieben Mahl drey 32tel sind aber $\frac{21}{32}$ und spricht:) $\frac{21}{32}$ fl.

L. Eine Elle kostet $\frac{5}{8}$ fl., was kosten $\frac{2}{3}$ Ellen? K. (sagt für sich: hier muß ich $\frac{5}{8}$ zwey 3tel Mahl nehmen und findet) $\frac{5}{12}$ fl.

L. Ein Taglöhner bekommt des Tages $\frac{2}{5}$ fl., wie viel erhält er für $\frac{3}{4}$ Tag? K. $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ fl.

L. Eine Elle Leinwand kostet $\frac{5}{6}$ fl., was kosten $\frac{2}{3}$ Ellen? K. $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ fl.

L. Ich habe $\frac{7}{8}$ Centner getrocknete Zwetschgen und gebe $\frac{2}{3}$ davon weg: wie viel beträgt der weg-

gegebene Theil in Vergleichung mit dem ganzen Centner? K. $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$ Centner.

L. Eine Elle Leinwand kostet $\frac{9}{10}$ fl.: was kosten $\frac{2}{3}$ Ellen? K. $\frac{18}{40} = \frac{3}{8}$ fl.

L. Ein Vater theilt $\frac{11}{12}$ Thaler in gleichen Theilen unter 3 seiner Kinder: wie viel bekommt jedes? K. $\frac{11}{30}$ Thaler.

L. Das zweyte Kind schenkt seinen Theil dem dritten: wie viel hat jetzt das letztere? K. $\frac{22}{30} = \frac{11}{18}$ fl.

L. Ich habe 1 Elle Band um $\frac{11}{15}$ Thlr. gekauft, wie hoch kommen da $\frac{3}{4}$ Ellen? K. $\frac{33}{60} = \frac{11}{20}$ Thlr.

Dergleichen Uibungen stelle man fleißig an; denn sie verschaffen den Kindern große Gewandtheit im Kopfrechnen.

d) Division.

L., (welcher $\frac{3}{4}$ von Nro. 4., $\frac{7}{9}$ von Nro. 9., $\frac{14}{15}$ von Nro. 15. vor sich liegen hat). Wie oft ist denn wohl $\frac{1}{4}$ in diesen 3 Vierteln enthalten? K. Drey Mahl.

L. Wie oft sind aber 2 Neuntel in diesen 7 Neunteln enthalten? K. $3\frac{1}{2}$ Mahl.

L. Aber wie oft sind 3 Neuntel in diesen 7 Neunteln enthalten? K. $2\frac{1}{3}$ Mahl.

L. Und wie oft sind 2 Fünfzehntel in diesen 14 Fünfzehnteln enthalten? K. 7 Mahl.

L. Durch

L. Durch welche Rechnungsart habt ihr denn jetzt alle eure Antworten auf meine vorgelegten Fragen gefunden? K. Durch die Division.

L. Nun wißt ihr auch schon, ob man auch mit einem Bruche in einen andern dividiren kann oder nicht: wie meynt ihr? K. Man kann das.

L. Ja wohl! Nun sagt mir, welche von den vier Rechnungsarten, die ihr neulich (bisher, sonst) bey ganzen Zahlen angewendet habt, auch bey Brüchen angewendet werden können. K. Alle vier.

L. Freylich! Wir können Brüche 1) addiren, 2) von einander subtrahiren. 3) mit einander multipliciren, 4) durch einander dividiren. Mit der Art, das Letztere zu thun, wollen wir uns nun bekannt machen. Dieser schriftliche Ausdruck hier: $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ heißt mit Worten: $\frac{3}{4}$ soll mit $\frac{1}{4}$ dividirt werden. Daraus könnt ihr nun schon sehen, welches Zeichen man als Divisionszeichen festgesetzt hat: welches? K. Ein Colon. (Zwey übereinander stehende Puncte.)

L. Wenn $\frac{3}{4}$ mit $\frac{1}{4}$ dividirt werden soll, welcher Bruch muß denn da der Dividendus und welcher der Divisor seyn? K. $\frac{3}{4}$ ist der Dividendus, $\frac{1}{4}$ der Divisor.

L. Nun sagt mir, in welcher Ordnung man 2 Brüche, die durch einander dividirt werden sollen, schreibt. K. Zuerst schreibt man den Dividendus, dann rechter Hand den Divisor hin.

L. Und wohin macht man denn das Divisionszeichen? K. Zwischen beyde Brüche.

L. Wie

L. Wie wollt ihr denn dieses Geschriebene da: $\frac{7}{9} : \frac{2}{9}$, mit Worten ausdrücken (lesen)? K. $\frac{7}{9}$ sollen mit $\frac{2}{9}$ dividirt werden.

L. Und wie lest ihr dieses: $\frac{1}{1}\frac{4}{5} : \frac{2}{1}\frac{2}{5}$? K. Vierzehn Fünfzehntel sollen mit $\frac{2}{15}$ dividirt werden.

L. Nun merkt! Beym Dividiren der Brüche werft immer die Frage auf: wie oft ist der eine Bruch, der Divisor nämlich, in dem andern, dem Dividendus, enthalten? Der gefundene Quotient sagt euch hierauf alle Mahl die Antwort. — Ihr wißt schon, welcher Quotient bey jedem dieser 3 angeschriebenen Exempel herauskommen muß. Bey dem erstern muß nämlich kommen —? K. 3.

L. Und bey dem zweyten? K. $3\frac{1}{2}$.

L. Und bey dem dritten? K. 7.

L. Jetzt fragt sichs aber, nach welcher Regel ihr verfahren müßt, um bey jedem dieser Exempel den richtigen Quotienten zu finden. K. (finden meistens gleich das gehörige Verfahren. Im Falle sie es nicht finden, fahre man fort: dividirt doch einmal in den 3 Fällen hier mit dem Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendus, und sagt, was ihr in jedem Falle für einen Quotienten bekommen habt. K. [rechnen, und sagen:] Im ersten Falle 3, im zweyten Falle $3\frac{1}{2}$, und im dritten 7. L. Das sind ja die nämlichen Zahlen, welche als Quotienten herauskommen müssen, wenn ihr $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{4}$ ꝛc. dividirt. Und nunmehr könnt ihr schon merken, was man zu thun hat, wenn man einen Bruch durch einen andern dividiren will:

was meynt ihr?) K. Man dividirt mit dem Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendus.

L. Freylich! Und der dadurch gefundene Quotient giebt alle Mahl die Antwort auf die aufgeworfene Frage. Wie oft sind $\frac{3}{16}$ in $\frac{15}{16}$ enthalten, oder welches ist der Quotient, wenn $\frac{15}{16}$ durch $\frac{3}{16}$ dividirt wird? K. 5 Mahl oder 5.

L. Wie habt ihr diesen Quotienten gefunden? K. Wir haben mit 3, dem Zähler des Divisors, in 15, den Zähler des Dividendus, dividirt.

L. Und daß ihr den richtigen Quotienten gefunden habt, zeigt euch dieser Stab (Nro. 16.), woran jetzt 15 Sechzehntel befindlich sind, und wovon ihr gerade 5 Mahl $\frac{3}{16}$ wegnehmen könnt. Probirt es nur. — Seht ihrs! — Nun schreibe ich noch her: $\frac{15}{16}$: $\frac{4}{16}$, sagt mir geschwind den Quotienten. K. $3\frac{1}{4}$.

L. Richtig! $3\frac{1}{4}$ Mahl kann ich $\frac{4}{16}$ von diesen $\frac{15}{16}$ wegnehmen. — Seht ihrs? (Man nehme wirklich $3\frac{1}{4}$ Mahl die $\frac{4}{16}$ von den $\frac{15}{16}$ weg.) — Ich habe alle die Divisionsexempel, welche wir jetzt gerechnet haben, an der Tafel stehen lassen, damit ihr mir gleich sagen könnt, was immer der Divisor mit dem Dividendus gemein hatte. K. Den Renner.

L. Wir haben also jetzo Brüche mit gleichen Rennern durch einander dividirt. Brauchten wir denn die Renner auch mit bey der Rechnung, oder konnten wir unsere Quotienten schon durch Hülfe der Zähler finden? K. Wir konnten sie schon durch Hülfe der Zähler finden.

L. Ja wohl! Denn wenn Brüche gleiche Nenner haben, so verhalten sie sich ja zu einander wie ihre Zähler, was ihr neulich schon gelernt habt. $\frac{5}{12}$ müssen daher in $\frac{11}{12}$ gerade so oft enthalten seyn, als 5 in 11 enthalten ist, nämlich —? K. $2\frac{1}{5}$ Mahl.

L. Aber wie meynt ihr? werden sich Brüche von ungleichen Nennern auch zu einander verhalten, wie ihre Zähler? Dürfen wir z. B. behaupten: weil 3 in 12 vier Mahl enthalten ist so werden $\frac{3}{5}$ vier Mahl in $\frac{12}{13}$ enthalten seyn? K. —

L. Am besten ist es, wenn ihr die Sache mit Hülfe unserer Stäbe untersucht. Hier sind $\frac{12}{13}$ und $\frac{3}{5}$, seht, wie oft diese in jenen enthalten sind. K. (messen, indem sie die $\frac{3}{5}$ auf die $\frac{12}{13}$ legen).

L. Seht! Nicht einmahl zwey Mahl, viel weniger 4 Mahl, sind die $\frac{3}{5}$ in $\frac{12}{13}$ enthalten. Nun sagt, ob wir, wenn wir Brüche mit ungleichen Nennern durch einander dividiren sollen, auch nur sehen dürfen, wie oft der Zähler des Divisors im Zähler des Dividendus enthalten ist? K. Nein.

L. Freylich nicht! Denn der Augenschein hat euch erst gelehrt, daß $\frac{3}{5}$ in $\frac{12}{13}$ nicht so oft enthalten sind, als 3 in 12. Nun fragt sichs, was anzufangen sey, um diese Brüche recht bequem mit einander vergleichen und ihr Verhältniß zu einander ohne Schwierigkeit finden zu können. K. (sagen wahrscheinlich: man muß sie unter einerley Nenner bringen. Sagen sie das nicht, so frage man: Warum habt ihr denn in den vorhergehenden Beyspielen gleich sagen können, wie oft der eine von 2

gegs-

gegebenen Brüchen im andenn enthalten war? K. Weil diese Brüche einerley Nenner hatten.)

L. Wenn nun diese beyden Brüche $\frac{1}{1}\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ auch einerley Nenner hätten, würdet ihr da nicht gleich sagen können, wie oft der eine im andern enthalten ist? K. O ja.

L. Nun, da muß euch ja jetzt ein Mittel einfallen, durch dessen Anwendung ihr in den Stand gesetzt werdet, $\frac{1}{1}\frac{2}{3}$ ohne Mühe durch $\frac{3}{5}$ zu dividiren: was für ein Mittel wird das seyn?) K. Wir müssen beyde Brüche unter einerley Nenner bringen.

L. Freilich! Thut das! Merkt aber nur, daß $\frac{3}{5}$ der Divisor ist. K. (rechnen: (65

$\frac{1}{1}\frac{2}{3}$ | 5 | 60

$\frac{3}{5}$ | 13 | 39).

L. Jetzt haben wir $\frac{6}{6}\frac{0}{5}$ zu dividiren mit $\frac{3}{6}\frac{9}{5}$: wie finden wir den Quotienten? K. Wenn wir mit 39 in 60 dividiren.

L. Thut dieses. K. rechnen:

39 | 6.0 | $1\frac{21}{39} = 1\frac{7}{13}$).

39

21

L. Nun wißt ihr, wie oft $\frac{3}{5}$ in $\frac{1}{1}\frac{2}{3}$ enthalten sind: wie oft? K. $1\frac{7}{13}$ Mahl.

L. Richtig! Nunmehr könnt ihr mir sagen, welches Verfahren anzuwenden ist, wenn 2 Brüche mit verschiedenen Nennern durch einander dividirt werden sollen: welches? K. Man bringt die Brüche unter einerley Nenner, und dividirt alsdann

mit

mit dem Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendus.

L. Und was sagt uns der auf diese Weise gefundene Quotient? K. Wie oft der eine Bruch, (den wir als Divisor angenommen haben) in dem andern enthalten ist.

L. Recht! Jetzt rechnet mir geschwind folgendes Exempel aus: $\frac{15}{16} : \frac{3}{4}$. K. (rechnen:

(16

$\frac{15}{16}$	1	15	12	15	$1\frac{3}{12} = 1\frac{1}{4}$).
$\frac{3}{4}$	4	12		12	
				3	

L. Nach dieser Rechnung müssen also $\frac{3}{4}$ in $\frac{15}{16}$ enthalten seyn. —? K. $1\frac{1}{4}$ Mahl.

L. Seht, ob es wahr ist, indem ihr diese $\frac{3}{4}$ (von Nro. 4.) auf die $\frac{15}{16}$ (von Nro. 16.) legt. K. (messen und finden, daß $\frac{3}{4}$ gerade die Länge von $\frac{12}{16}$ haben, und daß die übrigen $\frac{3}{16}$ gerade den 4ten Theil von $\frac{3}{4}$ ausmachen).

L. Seht ihrs? Erst könnt ihr $\frac{3}{4}$ ganz, dann aber noch den 4ten Theil davon auf $\frac{15}{16}$ legen. Man kann also sagen: $\frac{3}{4}$ sind in $\frac{15}{16}$ Ein und $\frac{1}{4}$ Mahl enthalten. Jetzt rechnet auch noch folgende Exempel, die ihr aber alle an der Tafel müßt stehen lassen, weil ich nachher noch etwas über dieselben mit euch sprechen muß: $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$; $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$; $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$. K. (rechnen und an der Tafel stehen jetzt folgende Exempel:

A) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ (6
$\frac{2}{3}$ | 2 | 4
$\frac{1}{2}$ | 3 | 3
3 | 4 | $1\frac{1}{3}$
| 3 |
1

B) $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$. (12
$\frac{3}{4}$ | 3 | 9
$\frac{2}{3}$ | 4 | 8
8 | 9 | $1\frac{1}{8}$
| 8 |
1

C) $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$. (20
$\frac{4}{5}$ | 4 | 16
$\frac{3}{4}$ | 5 | 15
15 | 16 | $1\frac{1}{15}$
| 15 |
1

L: Gut! Ich will dieſe Exempel mit A, B, C bezeichnen. Wie heißt der Quotient des Exempels A? K. $1\frac{1}{3}$.

L. Was ſagt euch dieſer Quotient? K. Daß $\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{3}$ Ein und ein Drittel Mahl enthalten iſt.

L. Nehmt dieſen halben Stab (von Nro. 6.) und ſeht, wie oft er in dieſen 2 Stücken (von Nro. 3) enthalten iſt. K. (nach der Unterſuchung) $1\frac{1}{3}$ Mahl.

L. Habt ihr vorhin durch Vergleichung der Nenner oder der Zähler dieſer beyden Brüche den Quotienten erfahren? K. Durch Vergleichung der Zähler.

L. Nun ſagt, ob es wohl nöthig ſeyn ſollte, daß wir auch, wohl gemerkt! von Brüchen mit gleichen Nennern, die Nenner (den gemeinſchaftlichen Nenner) wiſſen, wenn wir ſagen ſollen, wie oft der eine in dem andern enthalten iſt, oder ob es ſchon genug iſt, wenn uns nur ihre Zähler bekannt ſind? K. Es iſt genug, wenn uns nur ihre Zähler bekannt ſind.

L. Wir

L. Wir wollen doch sehen, ob das wahr ist. Ich denke mir jetzt 2 Brüche mit einem gemeinschaftlichen Nenner: der Zähler des einen ist 15, der Zähler des andern 5. Wie oft ist denn der letztere in dem erstern enthalten? K. Drey Mahl.

L. Richtig! Ich habe mir $\frac{15}{17}$ und $\frac{5}{17}$ gedacht: und der zweyte dieser Brüche ist in dem ersten allerdings 3 Mahl enthalten. — Waren denn in den Exempeln B. und C. auch die Nenner zur Auffindung des Quotienten entbehrlich? K. Allerdings!

L. Und das sind sie in allen Fällen. Wenn wir einmahl wissen, welches die Zähler zweyer Brüche mit gleichen Nennern sind, so können wir sie ohne die Nenner zu wissen, mit leichter Mühe durch einander dividiren. Wenn ich nun sage: dividirt $\frac{8}{9}$ mit $\frac{2}{5}$, ist es denn da nöthig, daß ihr den gemeinschaftlichen Nenner sucht, wenn ihr, was wohl zu merken ist, die Zähler finden könntet, die zu dem gemeinschaftlichen Nenner gehören? K. Nein.

L. Nun wollen wir sehen, ob wir zu 2 Brüchen, welche unter einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden sollen, nicht erst die Zähler finden können, ehe wir den gemeinschaftlichen Nenner suchen. Betrachtet einmal das Exempel A, und sagt, welche Zahlen ihr mit einander multiplicirt habt, um den Zähler des Dividendus, nämlich 4, welcher zu dem Nenner 6 gehört, zu finden? K. Die Zahlen 2 und 2.

L. Was führt denn die Zahl 2 im obern Bruche, im Dividendus $\frac{2}{3}$, für einen Namen? K. Da ist 2 der Zähler.

L. Was führt aber die Zahl 2 im untern Bruche, im Divisor $\frac{1}{2}$, für einen Namen? K. Hier ist 2 der Nenner.

L. Wenn ich nun sagte: wir haben, um den einen Zähler zu dem gemeinschaftlichen Nenner 6 zu finden, den Zähler, des erstern gegebenen Bruches, welches hier der Dividendus ist, mit dem Nenner des 2ten Bruches, des Divisors, multiplicirt, hätte ich denn da, etwas Falsches behauptet? K. Nein.

L. Nun so wiederhohlt mir diese Behauptung.

K. Sie (Wir) haben, um den einen Zähler ꝛc.

L. Wie haben wir denn den Zähler des zweyten Bruches, der auch den Nenner 6 hat, gefunden? K. Wir haben den Zähler des gegebenen Bruches $\frac{1}{2}$ mit 3 multiplicirt.

L. Also 1 wurde mit 3 multiplicirt. Was führen denn diese beyden Zahlen in beyden Brüchen $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ für Namen? K. 1 ist der Zähler des einen und 3 der Nenner des andern Bruches.

L. Da haben wir also auch den neuen Nenner 3 dadurch gefunden, daß wir den Zähler des Divisors $\frac{1}{2}$ mit dem Nenner des Dividendus multiplicirt haben.

L. Nun will ich das, was wir jetzt gethan haben, noch einmahl sagen: Wir haben 2 Brüche unter einerley Nenner gebracht und desbalb auch ihre Zähler verändern müssen. Den neuen oder veränderten Zähler des erstern Bruches hier (auf 4 zeigend) haben wir gefunden, indem wir den Zähler 2 (auf 2 in $\frac{2}{3}$ zeigend) mit dem Nenner 2 (auf 2 in $\frac{1}{2}$ zeigend) multiplicirten. Den neuen oder veränderten

Zähler des zweyten Bruches hier (auf 3 zeigend) haben wir gefunden, indem wir den Zähler 1 (auf 1 in $\frac{1}{2}$ zeigend) mit dem Nenner 3 (auf 3 in $\frac{2}{3}$ zeigend) multiplicirten. Kurz wir haben den Zähler des obern mit dem Nenner des untern, und den Zähler des untern mit dem Nenner des obern Bruches multiplicirt. Jetzt wollen wir doch das Exempel B betrachten, und sehen, ob wir etwa die neuen Nenner 9 und 8 auch auf diese Art erhalten haben. Welche Zahlen mußten mit einander multiplicirt werden, um den Zähler 9 zu erhalten? K. 3 und 3.

L. Was führen aber beyde Zahlen in beyden gegebenen Brüchen für Namen? K. Im obern ist 3 der Zähler, im untern der Nenner.

L. Daher können wir sagen: wir haben den Zähler des obern mit dem Nenner des untern multiplicirt. Wer kann mir jetzt auf eine ähnliche Weise, wie ich es erst gethan habe, sagen, wie wir den neuen Zähler des untern Bruches gefunden haben? K. Den haben wir dadurch gefunden, daß wir den Zähler des untern Bruches mit dem Nenner des obern multiplicirt haben.

L. Gut! Jetzt betrachtet das Exempel C, und seht, ob da auch die neuen Zähler auf die nämliche Art entstanden sind, wie bey den Exempeln A und B. K. Ja, sie sind auch so entstanden.

L. Sagt mir noch Ein Mahl, wie der neue Zähler des obern Bruches entstanden ist. K. Der ist entstanden, indem wir den Zähler des gegebenen Bruches $\frac{4}{5}$ mit dem Nenner des andern gegebenen Bruches $\frac{3}{4}$ multiplicirt haben.

L. Und wie ist der neue Zähler des untern Bruches entstanden? K. Dadurch, daß wir den Zähler dieses Bruches mit dem Nenner des obern multiplicirt haben.

L. Gesetzt nun, ich sagte: bringet diese beyden Brüche: $\frac{4}{9}$ und $\frac{2}{5}$ unter einen gemeinschaftlichen Nenner, sucht aber die Zähler, welche zu dem gemeinschaftlichen Nenner gehören, eher, als die Nenner selbst; würdet ihr dieses thun können? K. Ja.

L. Wie wolltet ihrs denn machen? K. Wir multiplicirten den Zähler des ersten Bruches mit dem Nennern des zweyten.

L. Und von welchem Bruche wäre denn dieses Product der neue Zähler? K. Von den erstern, nämlich von $\frac{4}{9}$.

L. Und wie wolltet ihr den neuen Zähler des 2ten Bruches finden? K. Dadurch, daß wir seinen Zähler mit dem Nenner des ersten Bruches multiplicirten.

L. Das wäre alles recht! Nun sagt mir, welche Zahl der Zähler des erstern Bruches werden muß, wenn beyde den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner erhielten. K. 20.

L. Ich will diese Zahl hier an der Tafel bemerken. Welche Zahl würde denn der neue Zähler des 2ten Bruches? K. 18.

L. Auch diese will ich herschreiben. Nun bringt beyde Brüche auf die Art, die ich euch neulich gelehrt habe, unter einen gemeinschaftlichen Nenner,

und

und seht, ob sie wirklich diese Zähler erhalten, die ihr erst gefunden habt. K. (rechnen:

45		
$\frac{4}{9}$	5	20
$\frac{2}{5}$	9	18).

L. Richtig! Das sind die nämlichen Zähler. Nunmehr wißt ihr, auf welche Art man die Zähler zweyer Brüche, die man unter einen gemeinschaftlichen, und zwar unter denjenigen Nenner bringen will, der das Product der beyden gegebenen Nenner ist, eher als den Nenner selbst finden kann. Ihr könnt mir daher gewiß gleich sagen, welchen Zähler der erste und welchen der zweyte dieser Brüche (auf $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{5}$ zeigend) erhalten muß, wenn wir ihnen beyden den Nenner geben wollen, welcher aus der Multiplication ihrer beyden Nenner entsteht. Welchen Zähler erhält der erste? K. 25.

L. Und welchen der zweyte? K. 18.

L. Welche Zahl wäre der gemeinschaftliche Nenner? K. 30.

L. Könnt ihr mir denn auch ohne den Nenner 30 sagen, wie oft 18 (in unserm Beyspiele $\frac{18}{30}$) in 25 (in unserm Beyspiele $\frac{25}{30}$) enthalten ist (sind)? K. Ja.

L. Wie oft denn? K. $1\frac{7}{18}$ Mahl.

L. Aus diesem Beyspiele seht ihr wieder, daß wir, wenn wir Brüche dividiren wollen, sie zwar unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen müssen, aber diesen gar nicht zur Rechnung brauchen, folglich ihn nicht besonders hinzuschreiben nöthig haben; sondern den Quotienten schon aus den Zählern, welche zu dem gemeinschaftlichen Nenner ge-

hören, finden können. Deßhalb bekümmert man sich beym Dividiren zweyer Brüche durch einander auch gar nicht um ihren gemeinschaftlichen Nenner, sondern sucht bloß die Zähler, welche zu diesem Nenner gehören. Was für Zahlen habt ihr also nur zu suchen, wenn ihr z. B. $\frac{7}{9}$ durch $\frac{2}{5}$ dividiren sollt? K. Die Zähler, welche beyde Brüche erhalten müßten, wenn man sie unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen würde.

L. Wie man diese Zähler findet, wißt ihr bereits. Ich will euch jetzt nur zeigen, wie man die Brüche ordnet, um dieses Geschäft recht bequem und ohne irre zu werden, verrichten zu können. Hier steht jetzt $\frac{7}{9} : \frac{2}{5}$. Nun faßt den Divisor mit 2 Klammern ein. K. (umgeben $\frac{2}{5}$ mit [ ], daß es so aussieht: $[\frac{2}{5}]$.

L. Jetzt schreibt den Divisor noch einmahl, aber umgekehrt hin, d. h. setzt 5 über und 2 unter den Strich. K. (schreiben $\frac{5}{2}$).

L. Gut! Jetzt habt ihr den Divisor umgekehrt. (Das Exempel sieht nun so aus: $\frac{7}{9} : [\frac{2}{5}] \frac{5}{2}$.) Nunmehr behandelt die 2 Brüche $\frac{7}{9}$ und $\frac{5}{2}$ wie ein Multiplicationsexempel, d. h, multiplicirt die beyden über den Strichen, dann die beyden unter den Strichen befindlichen Zahlen mit einander, und schreibt beyde Producte in Form eines Bruches hin. K. (vollenden das Exempel gar, daß es folgende Gestalt bekommt: $\frac{7}{9} : [\frac{2}{5}] \frac{5}{2} = \frac{35}{18}$).

L. Nun habt ihr die Zähler gefunden, welche zu dem (kleinsten) gemeinschaftlichen Nenner der Brüche $\frac{7}{9}$ und $\frac{2}{5}$ gehören. 35 ist nämlich der vergrößerte

größerte Zähler von $\frac{7}{9}$, und 18 der vergrößerte Zähler von $\frac{2}{5}$, wovon ihr euch überzeugen könnt, wenn ihr die 2 Brüche $\frac{7}{9}$ und $\frac{2}{5}$ auf die gewöhnliche Weise unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringt. K. (rechnen:

(45				
	1	$\frac{7}{9}$	5	35
		$\frac{2}{5}$	9	18)

L. Seht ihr? Hier habt ihr die nämlichen Zahlen 35 und 18 zu Zählern erhalten, deren gemeinschaftlicher Nenner 45 ist. Wenn ihr nun sehen wollt, wie oft $\frac{18}{45}$ in $\frac{35}{45}$ enthalten sind, was habt ihr da zu thun? K. Wir müssen mit 18 in 35 dividiren.

L. Recht! Und da man jedes, merkt wohl! ich sage jedes Divisionsexempel in Form eines Bruches schreiben kann, indem man den Dividendus zum Zähler und den Divisor zum Nenner macht, so schreibt man auch, wie wir es hier an der Tafel gethan haben, die beyden Zähler gleich in Form eines Bruches, welcher Bruch hier aber ein unächter ist, weßwegen wir ihn in eine ganze oder vermischte Zahl verwandeln müssen. Wir sprechen also 18 in 35 Ein und $\frac{17}{18}$ Mahl und bemerken dieß hinter $\frac{35}{18}$ also $= 1\frac{17}{18}$. (Das ganze Exempel sieht nun so aus: $\frac{7}{9} : [\frac{2}{5}] \frac{5}{2} = \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$.) Jetzt wißt ihr, wie oft $\frac{2}{5}$ in $\frac{7}{9}$ enthalten sind: wie oft? K. $1\frac{17}{18}$ Mahl.

L. Wer kann mir jetzt sagen, oder gleichsam von diesem Exempel hier (hinzeigend) ablesen, auf welche Art wir diesen Quotienten gefunden haben? K. Wir haben den Divisor $\frac{2}{5}$ in Klammern einge-

faßt und ihn dann umgekehrt hingeschrieben, hierauf haben wir das Exempel wie ein gewöhnliches Multiplicationsexempel behandelt, und die beyden über den Strichen, dann die beyden unter den Strichen befindlichen Zahlen mit einander multiplicirt und ihre Producte in Form eines Bruches hingeschrieben, welchen wir dann, weil er ein unächter Bruch war, in eine vermischte Zahl verwandelten.

L. Was ihr jetzt gethan habt, das müßt ihr immer thun, wenn ihr Brüche durch einander dividiren sollt. Das Einfassen des Divisors in Klammern soll nur Irrthum verhüten, das Umkehren des Divisors welches nicht durchaus nöthig wäre, da man die Zahlen der beyden Brüche nur übers Kreuz (in dem letztern Beyspiele so: $\frac{7}{9} \bowtie \frac{2}{5}$) mit einander multipliciren dürfte, hat man deßwegen eingeführt, damit man weniger in Gefahr komme, die beyden Producte in verkehrter Ordnung zu schreiben. Denn wenn Jemand etwa die Zahlen des Dividendus und Divisors über das Kreuz multiplicirte und die Producte (in unserm Beyspiele) so setzte: $\frac{18}{35}$; so wäre dieß ein ganz falscher Quotient. Uibrigens fällt es leicht in die Augen, daß durch dieses Umwenden des Divisors der Zähler des Dividendus mit dem Nenner des Divisors, und der Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividendus multiplicirt wird, und also gerade das geschieht, was, wie wir vorhin gesehen haben, geschehen muß, wenn wir die Zähler der beyden Brüche zu ihrem gemeinschaftlichen Nenner suchen wollen. — Jetzt will ich geschwinde $\frac{5}{6}$ durch

$\frac{3}{5}$ dividiren: wer von euch sagt mir aber in der Ordnung vor, was ich hiebey thun muß? K. (sagen dem Lehrer vor, was geschehen muß, und der Lehrer rechnet: $\frac{5}{6} : [\frac{3}{5}] \frac{5}{3} = \frac{25}{18} = 1\frac{7}{18}$):

L. Nun sagt mir noch Ein Mahl, ob man Brüche, welche verschiedene Nenner haben, ohne diese zu verändern, durch einander dividiren kann. K. Das kann man nicht.

L. Was muß man deßhalb mit solchen Brüchen, wenn sie durch einander dividirt werden sollen, erst für eine Veränderung vornehmen? K. Man muß sie unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen.

L. Ist es nöthig, daß wir diesen suchen, oder brauchen wir zur Rechnung nur die zu ihm gehörigen Zähler? K. Nur die zu ihm gehörigen Zähler.

L. Warum nur diese? K. Weil das Verhältniß zweyer Brüche mit gemeinschaftlichem Nenner aus ihren beyden Zählern bestimmt werden kann.

L. Welches sind denn in dem Exempel, welches ich erst gerechnet habe, die zum gemeinschaftlichen Nenner gehörigen Zähler? K. Die Zahlen 25 und 18.

L. Welchem der beyden gegebenen Brüche gehört denn der veränderte Zähler 25 zu? K. Dem Bruche $\frac{5}{6}$.

L. Also dem Dividendus. Und welchem gehört der Zähler 18 zu? K. Dem Bruche $\frac{3}{5}$.

L. Also dem Divisor. Was für eine Rechnungsart müssen wir mit den Zählern, zweyer Brüche mit gemeinschaftlichem Nenner vornehmen, wenn wir erfahren

fahren wollen, wie oft der eine Bruch in dem andern enthalten sey? K. Die Division.

L. Und in welcher Form kann man jedes Divisionsexempel schreiben? K. In der Form eines Bruches.

L. Jetzt könnt ihr mir sagen, warum ich die zwey Zähler 25 und 18 in der Form eines Bruches geschrieben habe. K. Weil der eine durch den andern dividirt werden soll.

L. Gut! Jetzt rechnet mir folgende Exempel aus, und zwar so, daß ihr die 2 Brüche, welche durch einander dividirt werden sollen, erst auf die gewöhnliche Weise unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringt, und dann ihre Zähler durch einander dividirt, nachher aber auf die abgekürzte Weise, wie ich das letztere Exempel erst gerechnet habe *).

$\frac{7}{8} : \frac{3}{5}$

*) Durch die Anwendung dieses doppelten Verfahrens sollen die Kinder mit den Gründen des letztern, abgekürzten und gewöhnlichen, Verfahrens recht vertraut werden. Uiber dieß lasse ich meine Schüler dergleichen Exempel auch durch Hülfe von Linien rechnen, wodurch ihnen die Sache noch deutlicher wird. Wenn z. B. 2/3 durch 3/5 dividirt werden sollen, so ziehen sie auf der schwarzen Tafel 2 gerade Linien von gleicher aber willkührlicher Länge (Fig. 2. Tab III.) und sprechen: Nach Angabe des ersten dieser Brüche theilen wir die Linie A B in 3 gleiche Theile (die Linien a b und b c ziehend) und nehmen zwey davon (b c verlängernd). Nach Angabe des zweyten Bruches theilen wir die Linie B C in 5 gleiche Theile (die Linien e f, g h, h i, i k, ziehend) und nehmen drey davon (h i, verlängernd

zum

$\frac{7}{8}:\frac{3}{5}$ *); $\frac{5}{8}:\frac{2}{7}$; $\frac{4}{9}:\frac{3}{8}$; $\frac{7}{9}:\frac{5}{8}$; $\frac{8}{9}:\frac{3}{7}$; $\frac{7}{10}:\frac{3}{5}$; $\frac{9}{10}:\frac{5}{6}$; $\frac{10}{11}:\frac{2}{3}$; $\frac{11}{12}:\frac{3}{4}$; $\frac{7}{12}:\frac{2}{5}$; $\frac{13}{15}:\frac{8}{11}$; $\frac{5}{6}:\frac{7}{8}$; $\frac{7}{9}:\frac{4}{5}$; $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$; $\frac{16}{25}:\frac{10}{11}$.

L. (wels

zum Zeichen, daß 3/5 von B C abgeschnitten gedacht werden sollen). Nun sollen wir nach Angabe dieses Ausdrucks (2/3 : 3/5) untersuchen, wie oft diese Länge (Größe) (auf B h i zeigend,) in dieser Länge (auf A b c zeigend) enthalten ist. Um dieses bewerkstelligen zu können, bringen wir beyde Brüche unter einerley Nenner. Der gemeinschaftliche Nenner für Drittel und Fünftel ist 15. Wir verwandeln also beyde Brüche in Fünfzehntel. Ein Drittel giebt 5 Fünfzehntel (die punctirten Linien in A B ziehend) und Ein Fünftel giebt drey Funfzehntel (die punctirten Linien in B C ziehend). Diese 2 Drittel (auf A b c zeigend) haben also 10/15, diese 3/5 (auf B h i zeigend) aber haben 9/15 gegeben. Diese 9 Theile (= 3/5) sind in diesen 10 Theilen (= 2/3) 1 1/9 Mahl enthalten.

*) Bey jedem dieser Exempel lasse man die Kinder die nöthige Frage aufwerfen, damit sie sich dessen, was sie eigentlich thun sollen, recht deutlich bewußt bleiben. Daher fragen sie z. B. im erstern Falle: wie oft sind 3/5 in 7/8 enthalten? Auch versinnliche man ihnen die Sache noch mehrmals durch die Stäbe, oder durch Linien, wie in der vorhergehenden Note gezeigt worden.

L. (welcher an die Tafel geschrieben hat:

$\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$
$6 : \frac{3}{4}$
$6\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$
$\frac{3}{5} : 3$
$\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3}$
$4\frac{2}{3} : 2\frac{3}{4}$.)

Hier habe ich mehrere Aufgaben angeschrieben: wer drückt sie alle mit Worten aus? K. $\frac{3}{4}$ soll dividirt werden mit $\frac{2}{3}$; 6 soll dividirt werden mit $\frac{3}{4}$ ꝛc. ꝛc.

L. Nimmt niemand von euch einen gewissen Unterschied zwischen dem ersten und zweyten Falle wahr? Sind in beyden Fällen die Dividenden und die Divisoren Brüche? Oder: werden in beyden Fällen Brüche durch Brüche dividirt? K. Nein.

L. Welcher Unterschied findet also zwischen der ersten und zweyten Aufgabe Statt? K. In der ersten wird ein Bruch, in der zweyten aber eine ganze Zahl durch einen Bruch dividirt.

L. Und was für einen Fall enthält denn die dritte Aufgabe? Wird hier auch bloß eine ganze Zahl durch einen Bruch dividirt? K. Nein, hier wird eine gemischte Zahl mit einem Bruche dividirt.

L. Nun sagt mir auf diese Weise gar, was in den übrigen Fällen geschehen soll. K. Im vierten soll ein Bruch durch eine ganze Zahl, im 5ten ein Bruch durch eine vermischte Zahl, und im 6ten eine vermischte Zahl durch eine vermischte Zahl dividirt werden.

L. Nun kennt ihr alle Fälle, welche beym Dividiren mit Brüchen vorkommen können: wer giebt mir diese Fälle alle wieder an? K. Man kann dividiren erstlich einen Bruch durch einen andern; dann eine ganze Zahl durch einen Bruch u. s. w.

L. Brüche mit Brüchen könnt ihr dividiren. Aber wie dividirt man eine ganze Zahl mit einem Bruche? Das sollt ihr gleich lernen, wenn ihr nur erst wißt, was diese Frage für einen Sinn hat. Hier liegen sechs Stäbe hinter einander in einer einzigen geraden Linie, jetzt nehmt diese $\frac{3}{4}$ (von Nro. 4.) und seht, wie oft sie in diesen 6 Stäben enthalten sind. K. (messen und sagen:) 8 Mahl.

L. Jetzt habt ihr eine ganze Zahl durch einen Bruch dividirt. Das heißt: ihr habt gesehen — nun was? K. Wie oft $\frac{3}{4}$ in 6 Ganzen enthalten sind.

L. Ihr hättet dieß auch erfahren können, wenn ihr bey euch also gedacht hättet: 1 Ganzes giebt 4 Viertel, folglich geben 6 Ganze 6 Mahl 4 d. h. 24 Viertel, drey Viertel sind aber in $\frac{24}{4}$ acht Mahl enthalten. —

Nun merkt, daß man jede ganze Zahl in Form eines Bruches schreiben kann, wenn man zum Nenner 1 nimmt. Könnt ihr nun nicht den Dividendus 6 in Form eines Bruches schreiben? K. Ja.

L. Thut das. K. (schreiben: $\frac{6}{1}$.)

L. Dieses heißt 6 Eintel oder 6 Ganze. Nun werdet ihr dieses Exempel: $\frac{6}{1} : \frac{3}{4}$ ohne Schwierig-

keit

keit ausrechnen können. Thut es. K. (rechnen: $\frac{6}{1} : [\frac{3}{4}]\ \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8$.)

L. Da habt ihr die Zahl 8, welche ihr vorhin auch gefunden habt, und welche euch sagt, wie oft $\frac{3}{4}$ in 6 Ganzen enthalten sind. Nun sagt mir, was man zu thun hat, wenn man eine ganze Zahl durch einen Bruch dividiren will? K. Man schreibt die ganze Zahl in Form eines Bruches, indem man sie zum Zähler und 1 zum Nenner macht, und verfährt dann, wie man mit 2 Brüchen verfährt, die man durch einander dividiren will.

L. Jetzt rechnet mit folgende Aufgaben auf der Tafel aus:

Wie oft sind $\frac{2}{3}$ in 4, 6, 8, 12 ꝛc. enthalten *)?

— — — $\frac{3}{4}$ in 5, 9, 36, 54, 100, 1000 ꝛc. enthalten?

— — — $\frac{2}{5}$, ($\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$) in 3, 4, 5, 60, 70 ꝛc. enthalten?

— — — $\frac{5}{6}$ in 3, 4, 5, 6 ꝛc. enthalten? U. s. w.

L. Wenn ich für $\frac{2}{3}$ fl. Eine Elle Leinwand bekäme, wie viel bekäme ich denn Ellen, wenn ich 2 Mahl $\frac{2}{3}$, d. i. $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ fl. hingäbe? K. 2 Ellen.

L. Und wie viel bekäme ich, wenn ich 3 Mahl $\frac{2}{3}$, d. i. $\frac{6}{3} = 2$ fl. hingäbe. K. 3 Ellen.

L. So

*) Man lasse, so weit es angeht, diese Fragen erst durch Hülfe der Stäbe, wie vorhin, beantworten, oder im Kopfe die Ganzen zu Dritteln machen und angeben wie oft 2 in der gefundenen Zahl der Drittel enthalten ist.

L. So oft ich also $\frac{2}{3}$ A. hingäbe, so oft bekäme ich —? K. Eine Elle.

L. Wie oft sind denn $\frac{2}{3}$ in 4 enthalten? K. 6 Mahl.

L. Wie viel Ellen müßte ich also für 4 A. bekommen, wenn die Elle $\frac{2}{3}$ A. kostete? K. 6 Ellen.

L. Ich soll 8 A. unter Arme so vertheilen, daß jeder derselben $\frac{2}{3}$ A. bekommt: wie viel Arme können etwas von den 8 A. erhalten? K. (denkt bey sich: so oft $\frac{2}{3}$ in 8 enthalten sind, so viel Arme können etwas erhalten, da nun 8 Ganze 24 Drittel geben, wovon man ihrer 2 zwölf Mahl wegnehmen kann; so können 12 Arme etwas von den 8 A. erhalten, und spricht:) 12.

L. Ein ℔ kostet $\frac{2}{3}$ A. wie viel bekomme ich für 9 A.? K. (denkt bey sich: so oft $\frac{2}{3}$ in 9 A. enthalten sind, so oft bekomme ich Ein ℔. Nun sind aber 9 Ganze gerade $\frac{27}{3}$ und darin sind $\frac{2}{3}$ $13\frac{1}{2}$ Mahl enthalten, folglich bekomme ich:) $13\frac{1}{2}$ ℔.

L. Ich will 20 A. unter eine gewisse Anzahl Arme so vertheilen, daß jeder $\frac{2}{3}$ A. erhält: wie viel Arme bekommen etwas von meinem Gelde? K. 30.

L. Wie viel bekomme ich Flachs für 16 A., wenn das ℔ $\frac{3}{4}$ A. kostet? K. $21\frac{1}{3}$ ℔.

L. Ein Wirth sagte: ich brauche für die bey mir im Quartier liegenden Soldaten, wovon jeder des Tages $\frac{3}{4}$ ℔ Fleisch bekommt, alle Tage 12 ℔.; wie viel Soldaten müssen bey diesem Wirthe im Quartier gewesen seyn? K. 16 Mann.

L. Wie wird diese Aufgabe ($6\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ anschreibend), die gestern schon an der Tafel stand, gelesen? K. Sechs und Ein Halbes sollen durch drey Viertel dividirt werden.

L. Also soll eine vermischte Zahl durch einen Bruch dividirt werden. Wie wollt ihr wohl dieses machen, da der Dividendus aus zwey Theilen, nämlich aus einer ganzen Zahl und aus einem Bruche besteht? K. Wir dividiren erst den Bruch und dann die Ganzen.

L. Dieß Verfahren wäre nicht unrecht; aber wie viel bekämt ihr denn dadurch Quotienten? K. Zwey.

L. Diese müßten wir am Ende addiren, welches oft beschwerlich wäre. Man muß daher sogleich nur Einen Quotienten suchen, welchen man alle Mahl erhält, wenn der Dividendus ein Bruch ist. Wenn ihr also $6\frac{1}{2}$ in einen Bruch verwandeln könntet, so würdet ihr nur Einen Quotienten finden. Nun sagt, wie viel Halbe 6 Ganze geben? K. Zwölf.

L. Und noch Ein Halbes dazu? K. Macht 13 Halbe.

L. Da habt ihr ja einen Bruch, welcher so viel beträgt als $6\frac{1}{2}$: welchen meyne ich? K. $\frac{13}{2}$.

L. Diesen Bruch findet ihr, wenn ihr die Ganzen mit dem Nenner des angehängten Bruches multiplicirt, den Zähler zum Producte addirt, diese Summe zum Zähler macht, und den schon vorhandenen Nenner unverändert laßt. In unserm vorliegenden Beyspiele rechnet und ordnet man die Ziffern

fern also: $\frac{6\frac{1}{2}}{1\frac{3}{2}} : \frac{3}{4}$. Man spricht nämlich, nachdem man unter die gemischte Zahl einen Strich gemacht hat, 2 Mahl 6 ist 12 und 1 dazu macht 13. Darunter setzt man den Nenner 2 und rückt dann die $\frac{3}{4}$ etwas weiter herunter, damit beyde Brüche in einer geraden Linie stehen. Nun verfahrt mit diesen 2 Brüchen auf die gewöhnliche Weise. K. (rechnen: $1\frac{3}{2} : [\frac{3}{4}]\ \frac{4}{3} = 1\frac{2}{6} = 8\frac{4}{6} = 8\frac{2}{3}$.)

L. Wie oft sind also $\frac{3}{4}$ in $6\frac{1}{2}$ enthalten? K. $8\frac{2}{3}$ Mahl.

L. Aus diesem Beyspiele habt ihr gelernt, wie man eine gemischte Zahl mit einem Bruche dividirt. Wer kann mir noch sagen, wie man dieses macht? K. Man verwandelt die gemischte Zahl in einen Bruch und verfährt dann auf die gewöhnliche Weise.

L. Jetzt rechnet mir geschwind folgende Exempel aus: $2\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$; $8\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$; $12\frac{2}{3} : \frac{7}{8}$; $36\frac{3}{5} : \frac{3}{7}$; $241\frac{4}{9} : \frac{1}{2}$; $328\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$; $423\frac{12}{13} : \frac{10}{17}$. U. s. w.

L. Wißt ihr noch, wie oft $\frac{2}{3}$ in $2\frac{3}{4}$ enthalten sind? K. $4\frac{1}{8}$ Mahl.

L. Wenn ich also $2\frac{3}{4}$ Gulden hätte, wie oft könnte ich $\frac{2}{3}$ Gulden davon wegnehmen? K. $4\frac{1}{8}$ Mahl.

L. Wir wollen doch sehen, ob das wahr ist. Wie viel Kreuzer machen $2\frac{3}{4}$ fl.? K. 165 Kr.

L. Wie viel Kreuzer machen $\frac{2}{3}$ fl.? K. 40.

L. Und wie viel macht das Achtel von $\frac{2}{3}$ fl., oder der achte Theil von 40 Kreuzern? K. 5 Kr.

L. Nach eurer Angabe müssen also 40 Kreuzer oder $\frac{2}{3}$ fl. $4\frac{1}{8}$ Mahl in 165 Kreuzern enthalten seyn.

Nun dividirt 165 mit 40 und sehe, ob dem so sey.
K. (rechnen: 40 | 165 | $4\frac{5}{40} = 4\frac{1}{8}$.)
| 160 |

- - 5

L. Richtig! 40 Kr. oder $\frac{2}{3}$ fl. sind in 165 Krn. oder $2\frac{3}{4}$ fl. $4\frac{1}{8}$ Mahl enthalten *). Gesetzt nun, ich hätte gerade $2\frac{3}{4}$ fl. (einen Laubthaler) in meiner Börse, und wollte dafür Leinwand, die Elle um $\frac{2}{3}$ fl. (40 kr.) kaufen: wie viel bekäme ich Leinwand? K. (denken bey sich: so oft $\frac{2}{3}$ in $4\frac{3}{4}$ enthalten sind, so oft muß man eine Elle Leinwand bekommen. Da nun $\frac{2}{3}$ gerade $4\frac{1}{8}$ Mahl in $2\frac{3}{4}$ enthalten sind, so bekommt man in diesem Falle) $4\frac{1}{8}$ Elle.

L. Das war richtig geschlossen! Nun rechnet aus, wie oft $\frac{3}{4}$ in $3\frac{1}{2}$ enthalten sind. K. (rechnen:
$3\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$
$\frac{7}{2} : [\frac{3}{4}]\ \frac{4}{3} = {}^{2}\frac{8}{6} = 4\frac{4}{6} = \frac{4}{\sim}\frac{2}{3}$.

L. Wie oft sind also $\frac{3}{4}$ in $3\frac{1}{2}$ enthalten? K. $4\frac{2}{3}$ Mahl.

L. Wie viel Pfund Caffee würde ich demnach für $3\frac{1}{2}$ fl. bekommen, wenn das Pfund $\frac{3}{4}$ fl. kostete? K. $4\frac{2}{3}$ Pfund.

L. Recht! So oft nämlich $\frac{3}{4}$ in $3\frac{1}{2}$ enthalten sind, so oft bekomme ich nach unserm angenommenen Preiße 1 ℔ Caffee. Jetzt rechnet mir nach und nach folgende Exempel aus:
Wie viel kosten $8\frac{4}{5}$ Ellen, wenn $\frac{5}{6}$ Ellen 1 fl. kosten?
— — — $6\frac{3}{4}$ — — $\frac{2}{3}$ — 1 — —

Wie

*) Aehnliche Exempel müssen mehrere gerechnet werden.

Wie viel kosten $12\frac{3}{8}$ Ellen, wenn $\frac{3}{4}$ Ellen 1 fl. kosten?
— — — $7\frac{2}{3}$ — — $\frac{3}{5}$ — 1 — —
Wie viel ℔ Zucker bekomme ich für $4\frac{1}{3}$ fl., wenn das ℔ $\frac{4}{5}$ fl. kostet?
— — — — bekomme ich für $9\frac{1}{2}$ fl., wenn das ℔ $\frac{5}{6}$ fl. kostet?
— — — = bekomme ich für $5\frac{5}{8}$ fl., wenn das ℔ $\frac{1}{2}$ fl. kostet?
— — — = bekomme ich für $15\frac{7}{8}$ fl., wenn das ℔ $\frac{5}{12}$ fl. kostet? *)

L. Wie wird diese Aufgabe ($\frac{3}{5}$: 3 anschreibend) mit Worten ausgedrückt? K. $\frac{3}{5}$ soll durch 3 dividirt werden.

L. Der wie vielste Theil von $\frac{3}{5}$ wird denn gefunden, wenn ich diesen Bruch durch 3 dividire? K. Der dritte.

L. Wie viel Mahl ist denn der dritte Theil immer kleiner, als das Ganze? K. Drey Mahl.

L. Wer also von $\frac{3}{5}$ den dritten Theil suchen will, der muß einen Bruch suchen, welcher drey Mahl kleiner als $\frac{3}{5}$ ist. Wie kann man denn einen

*) In allen diesen Fällen müssen die Kinder so schliessen: so oft der gegebene Bruch in der gegebenen vermischten Zahl enthalten ist, so oft muß ich entweder Einen Gulden hingeben, oder Ein Pfund Zucker bekommen, folglich muß ich die Division anwenden, um die Antwort zu finden.

Bruch 3 Mahl kleiner machen? K. Wenn man entweder seinen Zähler mit 3 dividirt und den Nenner unverändert läßt, oder letztern mit 3 multiplicirt, ohne den erstern zu verändern.

L. Wenn ist es denn bequem, mit der Zahl, welche mir sagt, wie viel Mahl ich einen gegebenen Bruch kleiner machen soll, seinen Zähler zu dividiren? K. Wenn diese Zahl gerade im Zähler aufgeht.

L. Wenn ist es aber bequemer, mit dieser Zahl den Nenner zu multipliciren? K. Wenn sie nicht im Zähler aufgeht.

L. Ihr könnt jetzt unsern vorliegenden Bruch $\frac{3}{5}$ auf eine doppelte Art dividiren, thut es auf die erstere Art. K. (sprechen: 3 in 3 Ein Mahl, und schreiben hin:) $\frac{1}{5}$.

L. Richtig! Ein 5tel ist der dritte Theil von drey 5teln, welches ihr seht, wenn ihr diese $\frac{3}{5}$ (von Nro. 5.) in 3 gleiche Theile theilet. Wie wollt ihr aber den 4ten Theil von $\frac{3}{5}$ leicht finden, oder $\frac{3}{5}$ mit 4 dividiren? K. Wenn wir den Nenner 5 mit 4 multipliciren.

L. Thut das. K. (rechnen: $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{3}{20}$).

L. Gut! Nun versucht doch einmahl $\frac{3}{5}$ mit 4 auf dieselbe Art zu dividiren, wie wir bisher 2 Brüche durch einander dividirt haben. Wie wird wohl dieses möglich zu machen seyn? K. Wenn wir den Divisor 4 auch in der Form eines Bruches schreiben.

L. Allerdings! Nun schreibt ihn so, und dividirt dann. K. (schreiben und rechnen: $\frac{3}{5} : [\frac{4}{1}] \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$).

L. Seht!

L. Seht! hier kommt der nämliche Quotient heraus, den ihr vorhin schon gefunden habt. Es kann auch nicht anders seyn, da ja auch 5 mit 4 multiplicirt und der Zähler 3 durch die Multiplication mit 1 nicht verändert wird. Der Gleichförmigkeit wegen wollen wir ähnliche Exempel immer auf diese Art rechnen. Zur Uibung rechnet jetzt folgende: $\frac{7}{8} : 9$; $\frac{5}{1\,2} : 8$; $\frac{1\,3}{2\,4} : 11$; $\frac{1\,8}{2\,5} : 12$; $\frac{3\,2}{5\,7} : 16$; $\frac{3\,1\,4}{5\,2\,1} : 24$; $\frac{2\,3\,9}{3\,1\,3} : 34$. Da sich dergleichen Exempel, wenn die Zahlen nicht gar zu groß sind, auch leicht im Kopfe ausrechnen lassen, so wollen wir uns wieder ein bischen in diesem Geschäfte üben. Den wie vielsten Theil von $\frac{3}{4}$ Thlr. muß $\frac{1}{2}$ Elle kosten, wenn die ganze Elle $\frac{3}{4}$ Thlr. kostet? K. Den halben.

L. Wie findet man geschwinde einen Bruch, der 2 Mahl kleiner als $\frac{3}{4}$ oder die Hälfte davon ist? K. Wenn man den Nenner mit 2 multiplicirt.

L. Nun! wie viel kostet also in unserm Beyspiele die halbe Elle? K. $\frac{3}{8}$ Thlr.

L. Wie viel würde aber bey dem angegebenen Preiße die Drittels Elle kosten? K. $\frac{1}{4}$ Thlr.

L. Und die 4tels Elle? K. $\frac{3}{1\,6}$ Thlr.

L. Und die 5tels Elle? K. $\frac{3}{2\,0}$ Thlr.

L. Jemand giebt mir den 5ten Theil von $\frac{7}{8}$ Eymer Wein: wie viel erhalte ich? K. $\frac{7}{4\,0}$ Eymer.

L. Was kostet 1 ℔, wenn ich für 2 ℔ $\frac{7}{8}$ Thlr. bezahle? K. $\frac{7}{1\,6}$ Thlr.

L. $\frac{5}{1\,2}$ Centner Reiß sollen in 3 gleiche Theile getheilt werden: wie viel kommt auf jeden Theil? $\frac{5}{3\,6}$ Centner.

L. Jemand hat $\frac{8}{9}$ Centner Schmalz und verkauft den 4ten Theil davon: wie viel giebt er in Bezug auf den ganzen Centner weg? K. $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ Centner.

L. Jemand will $\frac{7}{8}$ Centner Reis unter 5 Personen in gleichen Theilen theilen: wie viel bekommt jede? K. $\frac{7}{40}$ Centner. U. s. w.

L. Wie werden diese beyden Aufgaben ($\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3}$ und $4\frac{2}{3} : 2\frac{3}{4}$ anschreibend) mit Worten ausgedrückt? K. $\frac{4}{5}$ soll mit $2\frac{2}{3}$ und $4\frac{2}{3}$ soll mit $2\frac{3}{4}$ dividirt werden.

L. Im ersten Falle soll also ein Bruch durch eine vermischte Zahl dividirt werden. Wer vermuthet, was wir mit der vermischten Zahl für eine Veränderung vornehmen müssen, um dieses Exempel bequem rechnen zu können? K. Wir müssen sie in einen unächten Bruch verwandeln.

L. Freylich! Nun wißt ihr gewiß auch, was im letztern Falle zu thun ist, wo eine vermischte Zahl durch eine andere soll dividirt werden. K. Da müssen beyde Zahlen in unächte Brüche verwandelt werden.

L. Richtig! Rechnet jetzt beyde Exempel aus. K. (rechnen: $\frac{4}{5} : \frac{2\frac{2}{3}}{}$

$\frac{4}{5} : [\frac{8}{3}]\ \frac{3}{8} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$ ||

$\frac{4\frac{2}{3}}{} : \frac{2\frac{3}{4}}{}$

$\frac{14}{3} : [\frac{11}{4}]\ \frac{4}{44} = \frac{56}{33} = 1\frac{23}{33}$.)

L. Wie

L. Wie oft sind also $2\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{5}$ enthalten? K. $\frac{4}{10}$ Mahl.

L. Recht! Was das heiße, will ich euch zum Uiberfluß noch Ein Mahl erläutern. Wenn ich $2\frac{2}{3}$, und Fritz $\frac{4}{5}$ fl. habe, so habe ich 160, Fritz hat aber nur 48 kr. Wie viel Kreuzer kommen denn aber auf einen Theil, wenn ich meine 160 kr. in 10 gleiche Theile theile? K. 16.

L. Gut! Und wie viel macht diese Zahl 3 Mahl genommen? K. 48.

L. Und gerade so viel Kreuzer machen Fritzens $\frac{4}{5}$ fl. $\frac{3}{10}$ von meinem Gelde (von $2\frac{2}{3}$ fl.) sind also in Fritzens $\frac{4}{5}$ fl. oder 48 Kreuzern enthalten. Oder: meine $2\frac{2}{3}$ fl. sind in Fritzens $\frac{4}{5}$ fl. $\frac{3}{10}$ Mahl enthalten. Wer von euch kann dieses Exempel $\frac{4}{15} : 1\frac{3}{5}$ ausrechnen und dann gerade so erläutern, wie ich jetzt eines erläutert habe. K. (rechnen:

$$\frac{4}{15} : 1\frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{15} : [\tfrac{8}{5}]\ \tfrac{5}{8} = \tfrac{20}{120} = \tfrac{1}{6}).$$

L. Wie oft ist also $1\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{15}$ enthalten? K. $\frac{1}{6}$ Mahl.

L. Wie viel Kreuzer sind $\frac{4}{15}$ fl: K. 16.

L. Und wie viel Kreuzer machen $1\frac{3}{5}$ fl.? K. 96.

L. Nun seht, ob 16 der 6te Theil von 96 ist. K. (rechnen, und sagen:) Ja.

L. Also ist es richtig, daß $1\frac{3}{5}$ in $\frac{4}{15}$ Ein Sechstel Mahl enthalten ist. Eben die Bewandtniß hat es mit dem 2ten vorhin ausgerechneten Exempel. Von $2\frac{3}{4}$ fl. sind $1\frac{2}{3}\frac{3}{3}$ in $4\frac{2}{3}$ fl. enthalten. Zur Uebung rechnet jetzt noch folgende Exempel: $\frac{7}{8} : 2\frac{1}{2}$; $\frac{5}{9} : 4\frac{3}{8}$; $\frac{7}{12}$;

$\frac{7}{12}$: $3\frac{2}{5}$; $\frac{12}{25}$: $4\frac{1}{4}$; $\frac{24}{35}$: $6\frac{5}{6}$; $2\frac{3}{5}$: $1\frac{2}{3}$; $4\frac{3}{8}$: $3\frac{5}{6}$; $12\frac{1}{2}$: $3\frac{4}{5}$; $5\frac{7}{8}$: $2\frac{4}{9}$; $28\frac{12}{13}$: $12\frac{5}{14}$.

II. Die Lehre von der Regeldetri.

A. Vorbereitung durch die Lehre von den geometrischen Proportionen *).

L., (der die Zahlen 4 und 8 angeschrieben hat). Wer von euch weiß noch, was ihr thun müßt, wenn ich sage: seht, in welchem Verhältniße diese beyden Zahlen zu einander stehen? K. Da müssen wir sehen, wie oft 4 in 8 enthalten ist.

L. Nicht nur, wie oft 4 in 8, sondern auch umgekehrt, wie oft 8 in 4 enthalten ist. Daher müßt ihr sagen: wir müssen sehen, wie oft eine in der andern enthalten ist. Gebt mir nun das Verhältniß, in welchem diese beyden Zahlen zu einander stehen, an. K. 4 ist in 8 zwey Mahl, und 8 in 4 ein halb Mahl enthalten.

L. Man kann auch zwey Zahlen so mit einander vergleichen, daß man untersucht, um wie viel die eine größer oder kleiner als die andere ist. In diesem Falle sucht man das arithmetische,

*) Es versteht sich, daß diese Lehre hier nicht vollständig abgehandelt werden kann.

sche, so wie im vorigen das geometrische Verhältniß. Wenn ich z. B. untersuche, um wie viel 3 kleiner als 9, oder 9 größer als 3 ist, und finde, daß der Unterschied 6 beträgt, was suche ich da für ein Verhältniß? K. Das arithmetische.

L. Wenn ich aber untersuche, wie oft 3 in 9 enthalten ist, was suche ich da für ein Verhältniß? K. Das geometrische.

L. Nur von dem letztern werden wir in unsern folgenden Lectionen sprechen, aber der Kürze wegen, das Wort geometrisch immer weglassen. Jetzt sucht mir doch das Verhältniß dieser beyden Zahlen zu einander (3 und 15 anschreibend). K. 3 ist in 15 fünf Mahl und 15 in 3 ein Fünftelmahl enthalten.

L. Nun merkt noch etwas! Auch die beyden Zahlen, welche man so mit einander vergleicht, daß man untersucht, wie oft die eine in der andern enthalten ist, heißen ein Verhältniß, und um anzuzeigen, daß wir zwey Zahlen als ein Verhältniß betrachten wollen, setzen wir dieses Zeichen [:] (das Divisionszeichen) zwischen beyde. Diese Zahlen: 5 : 15; 4 : 8; 3 : 9 lesen wir so: das Verhältniß 5 zu 15; das Verhältniß 4 zu 8; das Verhältniß 3 zu 9, und sagen zugleich: 5 ist das erste und 15 das 2te Glied im ersten Verhältniße; 4 ist das erste und 8 das 2te Glied im 2ten Verhältniße u. s. w. Woraus ihr seht, daß man die beyden Zahlen, die man mit einander vergleicht, um zu sehen, wie oft die eine in der andern enthalten ist, die Glieder des Verhältnißes nennt. Jetzt schreibt mir einige Verhältniße auf die Wei-

se, wie ich euch erst gezeigt habe, an. K. (könnten z. B. anschreiben: 6 : 12; [das Verhältniß 6 zu 12]; 9 : 27; 8 : 24; 10 : 30. U. s. w.

L. Wie oft ist denn 3 in 15 enthalten? K. Fünf Mahl.

L. Und 15 in 3? K. Ein Fünftel Mahl.

L. Jetzt habt ihr mir immer eine Zahl genannt, welche euch anzeigt, wie oft die eine der erst von mir genannten Zahlen, in der andern enthalten ist. Wißt ihr noch, wie diese Zahl heißt? K. Der Anzeiger (Exponent) des Verhältnißes 3 : 15 oder 15 : 3.

L. Könnt ihr mir wohl auch den Anzeiger des Verhältnißes 2 : 6 nennen? K. Drey.

L. Und des Verhältnißes 4 : 16? K. Vier.

L. Wißt ihr jetzt, was die Zahlen 3 und 4, die ihr erst ausgesprochen habt, hier, da wir von Verhältnißen reden, für Benennungen haben? K. Sie heißen Anzeiger.

L. Was verstehen wir denn hier unter dem Worte Anzeiger? K. Diejenige Zahl, welche uns sagt (anzeigt), wie oft die eine Zahl eines Verhältnißes in der andern enthalten ist.

L. Könnt ihr mir denn geschwind sagen, welches der Anzeiger des Verhältnißes 13 : 117 ist? K. Nein.

L. Ist es euch denn aber nicht möglich, ihn durch eine gewisse Rechnungsart zu finden? (Könnt ihr nicht ausrechnen, wie oft 13 in 117 enthalten ist?) K. Ja.

L. Nun

L. Nun so sucht den Anzeiger dieses Verhältnißes. K. (rechnen: 13 | 117 | 9.)

| 117 |

...

L. Welches ist also der Anzeiger dieses Verhältnißes? K. 9.

L. Durch welche Rechnungsart wird man wohl, eurer Meynung nach, den Anzeiger eines Verhältnißes immer finden können? K. Durch die Division.

L. Richtig! Daher kann man auch sagen: der Anzeiger ist der Quotient, welcher gefunden wird, wenn man eine von den Zahlen, deren Verhältniß zu einander man sucht, durch die andere dividirt. Dividirt man z. B. 12 durch 4, so ist der Quotient 3 der Anzeiger des Verhältnißes 4 : 12. Und dividirt man 4 durch 12, so ist der Quotient $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ der Anzeiger des Verhältnißes 12 : 4. Jetzt sucht mir geschwind die Anzeiger zu folgenden Verhältnissen: 15 : 120; 17 : 153; 29 : 203; 6 : 15; 24 : 180; 5 : 11; 16 : 52; 9 : 3; 12 : 8. K. (thun dieses).

L. Nunmehr werdet ihr mir sagen können, ob der Anzeiger eines Verhältnißes alle Mahl eine ganze Zahl, oder auch bisweilen ein Bruch, oder auch eine vermischte Zahl sey. K. Er ist auch bisweilen ein Bruch, bisweilen auch eine vermischte Zahl.

L. Gesetzt, ich sage: 5 soll die erste Zahl oder das erste Glied eines Verhältnißes und 3 der Anzeiger seyn, wißt ihr denn da, wie viel Mahl

das

das zweyte Glied größer als das erste gegebene seyn muß? K. Ja.

L. Wie viel Mahl denn? K. 3 Mahl.

L. Welche Zahl ist denn 3 Mahl größer als 5? K. 15.

L. Nun habt ihr das zweyte Glied zu einem Verhältniße gefunden, wovon ich euch nur den Anzeiger und das erste Glied gegeben habe. Durch welche Rechnungsart habt ihr dieß bewerkstelligt? K. Durch die Multiplication.

L. Nennt mir die Zahlen, die ihr mit einander multiplicirt habt. K. 5 und 3.

L. Wohl! Aber was haben diese Zahlen hier, da wir von Verhältnißen sprechen, für Namen? K. Das erste Glied und der Anzeiger.

L. Aus der Multiplication des ersten Gliedes eines Verhältnißes mit dem Anzeiger habt ihr gefunden —? K. Das zweyte Glied.

L. Gesetzt nun, das zweyte Glied eines Verhältnißes würde uns weggelöscht und wir wüßten nicht mehr, welche Zahl es war, wie könnten wir es wieder finden? K. Wenn wir das erste Glied mit dem Anzeiger multiplicirten.

L. Ganz recht! Das zweyte Glied eines Verhältnißes besteht alle Mahl aus dem ersten multiplicirt mit dem Anzeiger. Daher können wir auch das Verhältniß 5 : 15 also schreiben: 5 : 5 × 3. Es ist nämlich einerley, ob ich sage: 15, oder 5 drey Mahl genommen (mit 3 multiplicirt). Ich will sehen, ob ihr mit

die-

dieses (6 : 6 ⋋ 4 anschreibend) gehörig aussprechen könnt. K. Das Verhältniß 6 zu 6 vier Mahl genommen.

L. Und welche Zahl entsteht aus 6 ⋋ 4? K. 24.

L. Nun könnt ihr das zweyte Glied eines Verhältnißes immer auf eine doppelte Art schreiben, nämlich als 2 Factoren, und als das Product dieser Factoren. Auf diese doppelte Art schreibt mir die Verhältniße, die ich jetzt dictire. 3 : 9; 5 : 25; 12 : 36 ꝛc. K. (schreiben 3 : 9 und 3 : 3 ⋋ 3; 5 : 25 und 5 : 5 ⋋ 5 ꝛc).

L. Jetzt versucht, aus dem Kopfe Verhältniße auf diese doppelte Art zu schreiben. K. (thun dieses).

L., (welcher 3 : 12, 4 : 16 angeschrieben hat). Wie viel Verhältniße stehen jetzt an der Tafel? K. Zwey.

L. Welche Zahl ist der Anzeiger des ersten? K. 4.

L. Und des zweyten? K. Auch 4.

L. Damit wir dieses nicht vergessen, will ich den Anzeiger über beyde Verhältniße setzen (3 :^{4} 12 4 :^{4} 16). Worin stimmen also diese beyden Verhältniße mit einander überein? K. Darin, daß sie einerley Anzeiger haben.

L. Recht! Deßwegen sagt man: es sind zwey **gleiche** Verhältniße. Und um ihre Gleichheit anzuzeigen, macht man zwischen beyde dieses Zeichen: = (das Gleichheitszeichen), und liest dann diese ganze Reihe von Zahlen und Zeichen (3 : 12 = 4 : 16)

das Verhältniß drey zu zwölf ist dem Verhältniße vier zu sechzehn gleich; oder, welches gewöhnlicher ist: 3 verhält sich zu 12, wie 4 zu 16. Könnt ihr mir jetzt dieses (hinzeigend) auch so lesen? K. 3 verhält sich zu 12 ꝛc

L. Wer kann dieses (4 : 24 = 6 : 36 anschreibend) lesen? K. 4 verhält sich zu 24 wie ꝛc.

L. Wie könnten wir sonst diese Zahlen mit diesen Zeichen noch lesen? K. Das Verhältniß 4 zu 24 ist gleich dem Verhältniße 6 zu 36.

L. An welchem Merkmahle erkennt man denn zwey gleiche Verhältniße? K. An ihren gleichen Anzeigern.

L. Welches ist denn der Anzeiger des Verhältnißes 4 : 24? K. 6.

L. Und des Verhältnißes 6 : 36? K. Auch 6.

L. Wie oft ist also 6 in 36 enthalten? K. Sechs Mahl.

L. Und 4 in 24? K. Auch 6 Mahl.

L. Die erste Zahl des ersten Verhältnißes ist also in der zweyten Zahl dieses nämlichen Verhältnißes gerade so oft enthalten, als die erste Zahl des zweyten Verhältnißes in der zweyten Zahl desselben. Und gerade dieses wollen die Worte: 4 verhält sich zu 24, wie 6 zu 36, sagen. So viel nämlich: Vier ist in 24 gerade so oft enthalten, als 6 in 36. — Wer von euch kann mir denn jetzt zwey gleiche Verhältniße an die Tafel schreiben und sie durch das Gleichheitszeichen verbinden? K. (schreiben wahrscheinlich einige an).

L. Gut!

L. Gut! Könnt ihr mir auch genau sagen, was ihr jetzt gethan habt? K: Wir haben zwey gleiche Verhältniße an die Tafel geschrieben und sie durch das Gleichheitszeichen verbunden.

L. Das heißt — wohl aufgemerkt! — mit Einem andern Ausdrucke: ihr habt eine Proportion angeschrieben. Wie heißt dieses fremde Wort, das ich erst ausgesprochen habe? K. Proportion.

L. Was versteht man wohl unter diesem Worte? K. Zwey gleiche durch das Gleichheitszeichen verbundene Verhältniße.

L. Das war recht! Wie viel Zahlen müssen sonach zu jeder Proportion gehören? K. Vier.

L. Da jede dieser Zahlen ein Glied heißt, so hat also eine Proportion — nun wie viel Glieder? K. Vier.

L. Jetzt schreibt mir geschwind eine Proportion an. K. (thun dieses).

L. Was führen die vier Zahlen, die ihr jetzt angeschrieben habt, hier für einen Namen? K. Glieder.

L. Welche Zahl ist das erste Glied? ꝛc. — Hier steht: 4 : 8 = 24 : 12; d. h. vier ist in 8 so oft enthalten, als 24 in 12 enthalten ist: ist dieses wohl richtig? K. Nein.

L. Wie oft ist denn 4 in 8 enthalten? K. Zwey Mahl.

L. Aber 24 in 12? K: Ein halb Mahl.

L. Haben wir denn da in beyden Verhältnißen gleiche Anzeiger? K. Nein.

L Deßwegen machen diese vier Zahlen auch keine Proportion aus, oder: deßwegen kann man nicht sagen, daß diese vier Zahlen, so wie sie hier geordnet sind, in Proportion mit einander stehen. Wißt ihr noch, warum man dieses nicht sagen kann? K. Weil die Anzeiger der beyden Verhältniße einander nicht gleich sind.

L. Jetzt will ich die beyden letzten Zahlen versetzen und die Glieder so ordnen: 4:8 = 12:24. Sagt, ob jetzt beyde Verhältniße einerley Anzeiger haben oder nicht. K. Sie haben einerley Anzeiger.

L. Wie müssen wir daher beyde mit einander verbundene Verhältniße nennen? K. Eine Proportion.

L. Wie kommt es, daß jetzt die nämlichen Zahlen eine Proportion bilden, da sie es doch vorhin nicht thaten? K. —

L. Betrachtet den ersten Fall (4:8 = 24:12) und sagt, ob im ersten Verhältniße die erste Zahl größer oder kleiner als die zweyte ist. K. Sie ist kleiner.

L. Ist dieses im zweyten Verhältniße auch der Fall? K. Nein, hier ist die erste Zahl größer als die zweyte.

L. Und dieß ist der Grund, warum beyde Verhältniße keine Proportion ausmachen konnten. Denn in jeder Proportion muß das dritte Glied kleiner als das vierte seyn, wenn das erste kleiner als das zweyte ist. Und umgekehrt: das dritte Glied muß größer als das vierte seyn, wenn das erste größer als das zweyte ist. Und da man Verhältniße, wo

die

die erste Zahl die kleinere ist, Verhältniße der kleinern Ungleichheit, und solche, wo die erste Zahl die größere ist, Verhältniße der größern Ungleichheit nennt, so kann man auch sagen: bey einer Proportion müssen entweder zwey gleiche Verhältniße der größern oder zwey gleiche Verhältniße der kleinern Ungleichheit verbunden werden. Diese Proportion 3 : 18 = 5 : 30 besteht aus zwey Verhältnißen der kleinern, und diese 18 : 3 = 30 : 5 aus zwey Verhältnißen der größern Ungleichheit. Jetzt will ich sehen, wer mir zu dem Verhältniße, welches ich immer nennen werde, ein gleiches wird sagen und also eine Proportion vollenden können:

1 : 2 *)	5 : 1 u. s. w.
1 : 3	2 : 3
1 : 4	2 : 4
1 : 5 u. s. w.	2 : 5
2 : 1	2 : 6 u. s. w.
3 : 1	3 : 2 **)

*) Zu jedem dieser Verhältniße geben die Kinder andere mit gleichen Exponenten an. — Diese Uibung wird fleißig getrieben.

**) Die Kinder haben schon oben gelernt, daß 3 in 2 zwey Drittel Mahl enthalten ist, daher werden sie jetzt leicht Verhältniße, die dem hier gegebenen gleich sind, finden können. Z. B. 6 : 4; 9 : 6 ꝛc. Sie machen nemlich jede beliebige Zahl zum dritten, und dann 2/3 von dieser Zahl zum vierten Gliede.

4 : 1
5 : 2 *)
7 : 2 u. ſ. w.
3 : 4
3 : 5
3 : 7 u. ſ. w.

4 : 2
4 : 3
5 : 3
7 : 3 u. ſ. w.
4 : 5
4 : 6
4 : 7 u ſ w.

$\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ **)
$\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$
$\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$
$\frac{1}{6} : \frac{2}{3}$
$\frac{1}{10} : \frac{1}{5}$
$\frac{3}{10} : \frac{1}{5}$
$\frac{1}{15} : \frac{1}{5}$
$\frac{2}{15} : \frac{1}{5}$
$\frac{2}{15} : \frac{2}{5}$

$\frac{1}{8} : \frac{1}{4}$
$\frac{3}{8} : \frac{3}{4}$
$\frac{1}{12} : \frac{1}{4}$
$\frac{1}{24} : \frac{1}{4}$
$\frac{1}{24} : \frac{1}{3}$ u. ſ. w.
$\frac{1}{2} : 1$
$\frac{1}{3} : 1$
$\frac{2}{3} : 2$
$\frac{1}{4} : 1$
$\frac{1}{4} : 2$
$\frac{3}{4} : 3$ u. ſ. w.

L. Wißt ihr ſchon, wie oft 97 in 485 enthalten iſt? K. Nein.

L. Wenn

*) 5 iſt in 2 zwey Fünftel Mahl enthalten, folglich muß der Exponent der von Kindern hier angegebenen Verhältniße 2/5 ſeyn. Z. B. 10 : 4; 15 : 6 ꝛc.

**) Man laſſe hier das zweyte Verhältniß, nicht nur in ganzen und vermiſchten Zahlen, ſondern auch in Brüchen angeben. Z. B. 1/4 : 1/2 = 1/6 : 1/3 ; 1/4 : 1/2 = 3/8 : 3/4 ꝛc.

L. Wenn ich aber sage, 97 verhält sich zu 485, wie 1 zu 5; so müßt ihr mir gleich sagen können, wie oft 97 in 485 enthalten ist: wie oft meynt ihr? K. Fünf Mahl.

L. Woraus seht ihr dieses? K. Aus dem Anzeiger des zweyten Verhältnißes, welcher gleich in die Augen fällt.

L. Freylich! Denn wenn die vier angegebenen Zahlen eine Proportion ausmachen sollen, so muß ja das erste Verhältniß den nämlichen Anzeiger haben, welchen das zweyte hat. Wenn ihr daher — dieses merkt wohl! — nur den Anzeiger des einen Verhältnißes in einer Proportion wißt, so wißt ihr zugleich auch den Anzeiger des andern Verhältnißes, da ja beyde Anzeiger gleich groß seyn müssen. Wenn ich sage, 85 : 765 = 2 : 18, so müßt ihr mir gleich sagen können, wie oft das erste Glied im zweyten enthalten ist, da euch der Anzeiger des zweyten Verhältnißes gleich einfallen muß: wie oft meynt ihr? K. Neun Mahl.

Man gebe mehr solche Beyspiele.

L., (welcher 5 : 15 = 6 : 18 angeschrieben hat). Welche Zahlen wollt ihr wohl die beyden äußersten Glieder dieser Proportion nennen? K. 5 und 18.

L. Und welche die beyden mittlern Glieder? K. 15 und 6.

L. Gut!

L. Gut! Jetzt sucht mir das Product aus den beyden äußersten Gliedern dieser Proportion. K. (multipliciren: 18

$$\frac{5}{90}$$

L. Also 90 ist das Product der beyden äußersten Glieder. Nun sucht auch das Product der beyden mittlern Glieder. K. (multipliciren: 15

$$\frac{6}{90}$$

L. Nun könnt ihr mir sagen, wie sich die Producte der beyden äußern und der beyden mittlern Glieder dieser Proportion zu einander verhalten. K. Sie sind einander gleich.

L. Seht doch, ob dieses auch der Fall ist bey dieser Proportion: $6 : 3 = 8 : 4$, welche wir eine Proportion der größern Ungleichheit nennen. K. (nach der Untersuchung) Ja.

L. Nun habt ihr bey den zwey angeschriebenen Proportionen eine gewisse Eigenschaft wahrgenommen: welche? K. Die Producte ihrer beyden äußern Glieder sind so groß als die Producte ihrer beyden mittlern Glieder.

L. Seht doch einmahl, ob ihr diese Eigenschaft auch an andern Proportionen wahrnehmt. K. (untersuchen mehrere Proportionen und finden immer dieselbe Eigenschaft).

L. Was ihr jetzt an den von euch untersuchten Proportionen wahrgenommen habt, das findet man

bey

bey einer jeden (geometrischen) Proportion: was müssen wir deßhalb von jeder Proportion behaupten können? K. Bey einer jeden Proportion ist das Product der beyden äußersten Glieder so groß als das Product der beyden mittlern.

L. Nun sollt ihr auch einsehen lernen, woher dieses kommt. Multiplicirt einmahl diese drey Faktoren: 3, 5, 6 in verschiedner Ordnung mit einander. K. (multipliciren: 3 Mahl 5 ist 15 und 6 Mahl 15 ist 90; 5 Mahl 6 ist 30 und 3 Mahl 30 ist 90; 3 Mahl 6 ist 18 und 5 Mahl 18 ist 90).

L. Nun habt ihr diese drey Factoren in verschiedner Ordnung multiplicirt, wie verhielten sich aber die gefundenen Producte zu einander? K. Sie waren immer einander gleich.

L. Sagt mir jetzt, ob ich Recht habe, wenn ich behaupte; einerley Factoren geben immer einerley Producte, man mag sie in einer Ordnung multipliciren, in welcher man will. K. Das ist richtig!

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil wir es erst aus einem Beyspiele gesehen haben.

L. Diesen Satz merkt euch recht. Wie heißt er? K. Einerley Factoren ꝛc.

L. Wenn ihr also die Zahlen 2, 3, 4 und 5, oder 5, 3, 4, 2, oder 4, 3, 2, 5 ꝛc. mit einander multiplicirt, so werden die gefundenen Producte immer gleich groß seyn. Versucht es nur einmahl. K. (versuchen es).

L. Nun merkt euch noch, daß verschiedne Factoren verschiedne Producte geben müssen. — — Wißt ihr denn noch, auf wie vielerley Weise man das zweyte Glied eines Verhältnißes schreiben kann?

K. Ja.

L. Auf wie vielerley Weise denn? K. Auf zweyerley.

L. Gut! Ich schreibe jetzt das 2te Glied eines jeden Verhältnisses dieser Proportion (4 : 12 = 9 : 27 anschreibend) auf die eine Art. — So! Und nun komme einer her und schreibe diese Proportion noch Ein Mahl, aber das 2te Glied eines jeden Verhältnisses auf die andere, euch schon bekannte, Art. Nur schließt diese auf die andere Art geschriebene Glieder in Parenthesen (Klammern) ein. K. (schreiben: 4 : [4 × 3] = 9 : [9 × 3]).

L. Das ist gut! Nun lest diese Ziffern und Zeichen. K. Vier verhält sich zu vier drey Mahl genommen (multiplicirt mit 3), wie sich verhält neun zu neun multiplicirt mit drey.

L. Recht gut! Da nun, wie ihr wißt, 4, multiplicirt mit 3 zwölf, und 9, multiplicirt mit 3, sieben und zwanzig ausmacht; so ist es ganz einerley, ob wir schreiben 4 : 12 = 9 : 27 oder 4 : [4 × 3] = 9 : [9 × 3] Merkt nur recht, daß jedes in Klammern stehende Paar Zahlen nur Ein Glied der Proportion ausmacht. Wenn ich nun sage: multiplicirt die beyden äussersten Glieder dieser (auf 4 : [4 × 3] = 9 : [9 × 3] zeigend)

Pro-

Proportion mit einander, welche Zahlen sind denn da die Factoren? K. 4, 9 und 3.

L. Recht! Nun multiplicirt diese 3 Factoren mit einander. K. (multipliciren: 9
3
27
4
108).

L. Wenn ich aber sage: multiplicirt die beyden mittlern Glieder mit einander, welche Zahlen sind dann die Factoren? K. 4, 3 und 9.

L. Sind denn dieses andere Factoren, als die, welche ihr erst mit einander multiplicirt habt? K. Nein

L. Da ihr jetzt die nämlichen Factoren wieder mit einander multipliciren sollt, so könnt ihr mir schon sagen, welche Zahl ihr zum Producte erhalten müßt: welche? K. 108.

L. Gut! Woher wißt ihr dieses? K. Weil wir die nämlichen Factoren wieder mit einander multipliciren und einerley Factoren immer einerley Producte geben.

L. Recht gut! Nun multiplicirt diese 2 mittlern Glieder da mit einander. K. (rechnen: 4
3
12
9
108).

L. Seht! Da habt ihr wirklich auch 108. Würden wohl auch die beyden äussern und die beyden

den mittlern Glieder einer Proportion gleiche Producte geben können, wenn jene (die beyden äussern Glieder) aus andern Factoren bestünden, als diese (die beyden mittlern)? K. Nein.

L. Woher mag es also wohl kommen, daß das Product aus den beyden äussern Gliedern einer Proportion gerade so groß ist, als das Product aus den beyden mittlern Gliedern? K. Weil jene aus den nämlichen Factoren bestehen, aus welchen diese bestehen.

L. Aber wenn ihr diese Proportion (4 : 12 = 9 : 27) wieder ansehtt, so werdet ihr doch finden, daß 4 und 27, die beyden äussern Glieder, ganz andere Zahlen sind, als 12 und 9, so daß man nicht sagen kann: in beyden Fällen hat man gleiche Factoren. K. —

L. Dieser Einwurf ist nur scheinbar. Denn 12 besteht aus 2 andern Factoren und 27 auch. Und wenn wir, wie wir es hier (auf den noch an der Tafel stehenden Ausdruck zeigend) gethan haben, 12 in seine 2 Factoren 4 und 3, und 27 in 9 und 3 zerfällen, so leuchtet es klar in die Augen, daß die beyden äussersten Glieder dieser — und so ist es bey einer jeden Proportion — gerade die nämlichen Factoren geben, welche die beyden mittlern Glieder geben. Noch einige Beyspiele werden dieß bestätigen. Schreibt mir alle die Proportionen, welche ich daher schreibe, auf die euch bekannte 2te Art:

Der

Der Lehrer schreibt:	Die Kinder schreiben:
4 : 16 = 5 : 20.	4 : (4 × 4) = 5 : (5 × 4).
12 : 36 = 15 : 45.	12 : (12 × 3) = 15 : (15 × 3).
8 : 24 = 16 : 48.	8 : (8 × 3) = 16 : (16 × 3).
7 : 21 = 5 : 15.	7 : (7 × 3) = 5 : (5 × 3).

L. Nun sagt, worin die beyden äussersten Glieder einer jeden der von euch geschriebenen Proportionen mit den beyden mittlern übereinstimmen. K. Darin, daß uns jene die nämlichen Factoren geben, welche diese geben (daß jene aus den nämlichen Zahlen bestehen, aus welchen diese bestehen).

L. Wie müssen sich daher bey allen diesen Proportionen die Producte aus den beyden äussersten Gliedern zu den Producten der beyden mittlern Gliedern verhalten? K. Jene müssen diesen gleich seyn.

L. Nun sagt mir doch noch, wie ihr Jemanden, der die Sache bezweifelte, zeigen wolltet, daß die beyden äussern Glieder einer Proportion im Grunde die nämlichen Factoren geben, welche die beyden mittlern Glieder geben. K. Da würden wir das 2te und 4te Glied in die Factoren zerfällen, aus welchen beyde Glieder entstanden sind.

L. Das wäre recht! Nun übt euch noch ein bischen im Aufschreiben von Proportionen, deren 2te und 4te Glieder in ihre Factoren zerfällt sind. —

Uibung!

L. Ich habe jetzt eine Proportion im Sinne, wovon die mittlern Glieder zum Producte 42 geben, welche Zahl muß denn das Product der beyden äussern Glieder dieser Proportion seyn? K. Auch 42.

L. Wo-

L. Woher wißt ihr denn dieses, da ihr ja gar nicht wißt, wie groß jedes der beyden äussern Glieder ist? K. Weil das Product der beyden äussern Glieder einer Proportion gerade so groß seyn muß, als das Product der beyden mittlern, und Sie uns dieses bekannt gemacht haben.

L. Gut! Wenn ihr also das Product der beyden mittlern Glieder einer Proportion gefunden habt, so habt ihr auch schon das Product — nun von welchen beyden Gliedern? K. Von den beyden äußern.

L. Richtig! — Jetzt multiplicirt ein Mahl die Zahlen 3 und 12 mit einander. K. (thun dieses).

L. Nun sagt mir, wie oft 12, also der eine Factor, in dem Producte 36 enthalten ist. K. Drey Mahl.

L. Und wie oft ist der andere Factor, nämlich 3, in dem Producte 36 enthalten? K. 12 Mahl.

L. Wenn ich nun sagte: der eine Factor ist im Producte gerade so oft enthalten, als der andere Factor Einheiten enthält, hätte ich da Recht oder Unrecht? K. Sie hätten Recht.

L. Nun so wiederhohlt mir den Satz, den ich erst gesagt habe. K. Der eine Factor ꝛc.

L. Jetzt schreibe ich das Product 380 und den einen Factor 5 hieher. Wißt ihr wohl jetzt schon, wie groß der andere Factor dieses Products ist? K. Nein.

L. 5 muß nach dem erst von euch angeführten Satze gerade so oft in 380 enthalten seyn, als der andere Factor Einheiten hat, oder umgekehrt: so oft 5 in 380 enthalten ist, so viel Einheiten muß der andere Factor haben. Ist es euch denn nicht möglich, zu erforschen, wie oft 5 in 380 enthalten ist?

K. O

K. O ja! Wir dürfen ja nur mit 5 in 380 dividiren.

L. Thut dieses. K. (rechnen: 5|380|76).

|35:|

30
30
--

L. Da ihr wißt, wie oft 5 in 380 enthalten ist, so wißt ihr auch, wie groß der andere Factor seyn muß: wie groß? K. 76.

L. Freylich! Denn 5 muß, wie ihr gelernt habt, gerade so oft in unserm gegebenen Producte enthalten seyn, als der andere Factor Einheiten hat. Da nun 5 gerade 76 Mahl in unserm Producte enthalten ist, so muß der andere Factor auch 76 seyn. Gesetzt aber, das Product 380 und der eine Factor 76 wäre euch gegeben, könntet ihr wohl jetzt den andern Factor finden? K. Ja.

L. Wie denn? K. Wenn wir mit 76 in 380 dividiren.

L. Recht! Thut dieses, und ihr werdet 5, als den andern Faktor, zum Quotienten erhalten. K. (rechnen).

L. Nun werdet ihr mir sagen können, was man thun muß, wenn man aus einem gegebenen Producte und Einem Factor den andern finden will. K. Da darf man nur mit dem gegebenen Factor in das gleichfalls gegebene Product dividiren.

L. Rich-

L. Richtig! Nun gebe ich hier das Product 338 und den einen Factor 13: sucht aus diesen beyden Zahlen den andern Factor. K. (rechnen:

13 | 338 | 26).
| 26: |
-78
78
- -

L. Die beyden Factoren von dem Producte 338 wären also —? K. 13 und 26.

L. Multiplicirt doch diese beyden Factoren mit einander, und seht, ob sie wirklich 338 zum Producte geben. K. (rechnen).

Dergleichen Aufgaben gebe man mehrere.

L. Nunmehr könnt ihr ohne Mühe aus jedem gegebenen Producte und Einem Factor den andern finden. Von dieser Geschicklichkeit sollt ihr nun in einem sehr wichtigen Falle Anwendung machen lernen. — Es geschieht häufig, daß uns nur 3 Zahlen (Glieder) einer Proportion gegeben werden, und wir die (das) vierte selbst suchen müssen. Diese Aufgabe können wir nun vermittelst der Geschicklichkeit aus einem Producte und Einem Factor den andern zu finden, mit leichter Mühe lösen. Wie? das sollt ihr gleich sehen. Ich gebe euch z. B. folgende 3 Glieder einer Proportion 4 : 2x = 6 und sage: sucht mir nun die vierte Zahl (das vierte Glied). Wie wollt ihr dieses nun finden? Ein Bischen Nachdenken wird euch auf die Spur führen. Gesetzt, ihr wolltet wissen, wie groß das Product aus

dem

dem ersten und dem letzen Gliede dieser Proportion (wovon aber das letzte Glied fehlt,) ist; so müßtet ihr beyde Glieder mit einander multipliciren. Ist aber dieses in dem gegenwärtigen Falle möglich? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil das vierte Glied fehlt.

L. Richtig! Könnt ihr aber dem ungeachtet nicht erfahren, wie groß das Product aus dem ersten und dem fehlenden letzten Gliede seyn muß? K. Ja.

L. Wie denn? K. Wenn wir die 2 mittlern Glieder mit einander multipliciren.

L. Freylich! Denn dieses Product ist ja, wie ihr gelernt habt, so groß, als das Product aus den beyden äussersten Gliedern. Multiplicirt jetzt die beyden mittlern Glieder mit einander. K. (multipliciren: $\frac{38}{6}$).

168

L. Jetzt wißt ihr, wie groß das Product seyn würde, welches ihr aus dem ersten und letzten Gliede, wenn euch dieses bekannt wäre, bekämet: wie groß? K. 168.

L. Zu diesem Producte ist jetzt das erste Glied der eine Factor, der andere, nämlich das 4te Glied, fehlt euch noch. Könnt ihr diesen nun nicht finden? K. Ja.

L. Wie denn? K. Wenn wir mit dem bekannten Factor in das Product dividiren.

L. Frey-

L. Freylich! Thut dieses nun. K. (dividi-
ren: 4|168|42
|16:|
--8
8

L. Nun habt ihr in der Zahl 42 den andern Factor zu dem Producte 168 gefunden. Das wie vielste Glied in unserer unvollständigen Proportion kann dieser andere Factor abgeben? K. Das vierte.

L. Richtig! Wir wollen 42 hersetzen und sehen, ob wir jetzt wirklich 2 gleiche Verhaltnisse haben. Hier steht also: 4 : 28 = 6 : 42. Wie oft ist 4 in 28 enthalten? K. 7 Mahl.

L. Und 6 in 42? K. Auch 7 Mahl.

L. Da haben wir also gleiche Anzeiger, also 2 gleiche Verhältnisse. Wir haben demnach jetzt das vierte fehlende Glied zu einer Proportion gefunden. Ich will es noch Ein Mahl suchen, damit ihr mir nachher desto leichter die Art und Weise, wie ich es gefunden habe, angeben könnt. Die 2 mittlern Glieder 28 und 6 mit einander multiplicirt geben 168, hierein mit dem ersten Gliede 4 dividirt giebt 42, welches das vierte Glied dieser unvollständigen Proportion ist. — Wer ist wohl jetzt im Stande, mir zu sagen, wie ich das 4te Glied zu dieser unvollständigen Proportion gefunden habe? K. Sie haben die beyden mittlern Glieder mit einander multiplilirt und mit dem ersten in das Product dividirt. Der auf diese Art gefundene Quotient war das 4te fehlende Glied.

L. Das ist recht! Und auf diese Art könnt ihr zu einer jeden unvollständigen Proportion das 4te fehlende Glied finden. Versucht es einmahl, zu diesen 3 Gliedern einer Proportion 8 : 96 = 2 das vierte zu finden. K. (rechnen: 96

2

8|192|24).

|16:|

32

32

..

L. Welches wäre also das 4te fehlende Glied?

K. 24.

L. Recht! Diese Zahl ist die richtige. Denn 8 ist in 96 zwölf Mahl enthalten, und gerade so oft ist auch 2 in 24 enthalten. — Nun seyd ihr im Stande, zu jeden 3 gegebenen Zahlen die 4te Proportionalzahl zu finden, welche, wohl gemerkt! sowohl ein Bruch und vermischte als eine ganze Zahl seyn kann. Zur Uibung rechnet mir noch folgende Exempel:

7 : 63 = 25
36 : 74 = 16
124 : 385 = 72
12 : 3 = 18
25 : 5 = 35
218 : 6 = 24 u. s. w.

L. Da ihr jetzt die Aufgabe: die vierte Proportionalzahl zu 3 gegebenen zu finden, fertig auflösen könnt; so wollen wir noch ein wenig über die Art und Weise, wie wir dieses thun, nachdenken und sehen, ob wir es nicht noch auf eine andere Art bewerkstelligen können. Was müssen wir vor allen Dingen thun, wenn wir das vierte fehlende Glied zu einer Proportion finden wollen?
K. Wir müssen die beyden mittlern Gliedern mit einander multipliciren.

L. Würde es nöthig seyn, dieses zu thun, wenn wir schon wüßten, was das erste Glied mit dem fehlenden 4ten für ein Product gäbe? K. Nein.

L. Warum müssen wir also zuerst die 2 mittlern Glieder mit einander multipliciren? K. Um zu erfahren, was das erste mit dem fehlenden vierten Gliede für ein Product geben würde.

L. Wie geht es aber zu, daß wir dieses aus der Multiplication des 2ten mit dem 3ten Gliede erfahren? K. Das Product aus den beyden mittlern Gliedern einer Proportion ist ja immer so groß, als das Product der beyden äussern, folglich ꝛc.

L. Gut! Wenn wir also die beyden mittlern Glieder mit einander multiplicirt haben, so ist es eben so anzusehen, als wenn wir schon die beyden äussern Glieder mit einander multiplicirt, aber den einen Factor (das 4te Glied) vergessen hätten. Um diesen nun wieder zu finden, giebt es ein Mittel: welches? K. Das Product mit dem andern (bekannten) Factor zu dividiren.

L. Recht!

L. Recht! Wie würdet ihr nun antworten, wenn euch Jemand fragte: warum muß man, um die 4te Proportionalzahl zu finden, erst die beyden mittlern Glieder mit einander multipliciren, und dann das Product mit dem ersten Gliede dividiren?

K. Multipliciren muß man die beyden mittlern Glieder mit einander, damit man erfährt, wie groß das Product aus den beyden äussern Gliedern seyn würde, wenn man diese mit einander multipliciren könnte; und dividiren muß man das Product mit dem ersten Gliede, weil man dadurch den andern Factor, als das 4te Glied, findet.

L. Das ist recht! Jetzt seht einmahl diese 3 Glieder von einer unvollständigen Proportion an: 4 : 32 = 12, und sagt, welches der Anzeiger des ersten Verhältnisses ist. K. 8.

L. Wie viel Mahl ist also das 2te Glied größer als das erste? K. Acht Mahl.

L. Wie viel Mahl muß denn das noch fehlende 4te Glied größer, als das dritte seyn? K. Auch 8 Mahl.

L. Warum gerade 8 Mahl? K. Weil in einer Proportion 2 gleiche Verhältnisse seyn müssen.

L. Gut! Was hat man denn zu thun, um eine Zahl zu finden, die 8 Mahl größer als 12 ist? K. Da darf man nur 12 mit 8 multipliciren.

L. Freylich! Thut dieses. K. (multipliciren: 12 · 8).

96

L. Nun habt ihr in 96 die 4te Proportionalzahl zu diesen dreyen gefunden. Den 4 : 32 = 12 : 96. Wie habt ihr diese Zahl gefunden? K. Wir haben 12 mit 8 multiplicirt.

L. Gut! Was hat aber 12 in der Reihe dieser Zahlen für einen Namen? K. Das dritte Glied.

L. Und was hat 8, da es das Verhältniß des ersten Gliedes zum 2ten angiebt (anzeigt), für eine Benennung? K. Anzeiger.

L. Des ersten Verhältnisses nämlich. Jetzt bringt die Ausdrücke drittes Glied und Anzeiger des ersten Verhältnisses mit in eure Antwort, wenn ich euch frage: wie habt ihr die 4te Proportionalzahl zu diesen dreyen (hinzeigend) gefunden? K. Wir haben das dritte Glied mit dem Anzeiger des ersten Verhältnisses multiplicirt.

L. Gut! Nun werdet ihr mir sagen können, ob man zu 3 gegebenen Zahlen die 4te Proportionalzahl nur auf eine oder auf 2 Arten finden kann. K. Auf 2 Arten.

L. Gebt mir diese beyden Arten an. K. Erstlich findet man die 4te Proportionalzahl, wenn man das 2te und dritte Glied mit einander multiplicirt und das Product mit dem ersten Gliede dividirt; zweytens findet man sie, wenn man das 3te Glied mit dem Anzeiger des ersten Verhältnisses multiplicirt.

L. So ist es recht! Die letztere Art wendet man am bequemsten da an, wo der Anzeiger des ersten Verhältnisses weder ein Bruch, noch eine vermischte Zahl ist. — Zu folgenden unvollständi-

gen Proportionen sucht nun das 4te Glied auf die jetzt gelernte 2te Art:

24 : 192 = 12
6 : 66 = 7
25 : 175 = 14
84 : 152 = 16
18 : 396 = 15
5 : 35 = 4
13 : 39 = 18
26 : 104 = 12
35 : 105 = 24 u. s. w.

B) Anwendung der Lehre von den geometrischen Proportionen,

oder:

die Lehre vom Dreysatz

(von der Regeldetri).

a) Von der sogenannten ordentlichen Regeldetri.

L. Nun sollt ihr bald sehen, welchen großen Nutzen euch die Geschicklichkeit, aus 3 gegebenen Gliedern einer Proportion das 4te zu finden, gewährt. — Ich habe hier 2 unserer Stäbe, von denen wir annehmen wollen, daß sie beyde zusam-

men 3 Kreuzer kosten, welche (3 Kreuzer) ich, um euch die Sache recht zu versinnlichen, daher zu den 2 Stäben legen will. Nun lege ich hieher noch 12 Stäbe, wovon, das merkt wohl! immer je 2 und 2 so viel werth seyn sollen, als diese 2 hier zur rechten Hand. Jetzt werfe ich die Frage auf: wie viel müssen die 12 Stäbe zusammen werth seyn, da 2 derselben 3 Kreuzer kosten? Ehe ihr euch bemüht, die Antwort auf diese Frage zu suchen, will ich erst sehen, ob euch der vorgelegte Fall recht deutlich ist. Vor allen Dingen sagt mir, was ich wissen will. K. Wie viel diese 12 Stäbe werth sind.

L. Diese Frage könnte mir niemand beantworten, wenn er nicht wüßte, was Einer oder einige derselben kosten. Deßwegen habe ich den Werth zweyer derselben angegeben: wie viel beträgt er? K. Drey Kreuzer.

L. Was wißt ihr von diesen (hinzeigend) 2 Stäben, in Ansehung ihres Werthes? K. Daß sie 3 Kreuzer werth sind.

L. Was wollen wir von diesen 12 Stäben (hinzeigend) wissen? K. Wie viel sie werth sind.

L. Dieses alles zusammen genommen drückt man so aus: 2 von diesen Stäben kosten 3 Kreuzer: was müssen also 12 derselben kosten? Ein Mensch der nicht rechnen könnte. würde diese Frage so zu beantworten suchen: Er würde von den 12 Stäben 2 wegnehmen, und dafür 3 Kreuzer herlegen; dann würde er wieder 2 wegnehmen, und dafür wieder 3 Kreuzer herlegen ꝛc. Auf diese Art wollen auch wir

jetzt

jetzt diese Frage zu beantworten suchen. Fritz soll immer 2 Stäbe wegnehmen und zählen, wie oft er das thut, und ich will für jede 2 weggenommene Stäbe 3 Kreuzer herlegen. — So! Wie oft hat Fritz 2 Stäbe weggenommen? K. Sechs Mahl.

L, Wie oft mußte ich also 3 Kreuzer herlegen? K. Auch sechs Mahl.

L. Wie viel sind das Kreuzer zusammen genommen? K. Achtzehn.

L. Gut! Jetzt will ich die Zahlen der Dinge, welche hier liegen, anschreiben, nämlich 2 Stäbe und 12 Stäbe, 3 Kreuzer und 18 Kreuzer, und Ziffern u. Worte so ordnen:

Stäbe	Stäbe	Kreuzer	Kreuzer.
2	12	3	18

Nun seht, ob diese 4 Zahlen eine ordentliche Proportion (also 2 gleiche Verhältniße) geben oder nicht. K. Ja, sie geben eine.

L. So macht die gehörige Zeichen dazwischen. K. (thun dieses).

L. Jetzt haben wir eine Proportion mit benannten Zahlen. Benannte Zahlen nennt man nämlich solche, bey denen auch die Dinge, deren Anzahl man ausdrückt, genannt sind. Sechs Thaler, 3 Groschen, 20 Tauben, 12 Menschen sind benannte, 6, 8, 50 ꝛc. sind unbenannte Zahlen. Da es nun in unserer Proportion heißt: 2 Stäbe ꝛc., so sagen wir: es ist eine Proportion mit benannten Zahlen. Bey einer solchen Proportion müssen, diesen Umstand merkt recht wohl! die beyden ersten, so wie auch die beyden letzten Glieder, einerley Benennung haben.

ben. Wenn also die Zahl des ersten Gliedes entweder Thaler, oder Gulden, oder Pfennige, oder Pfunde, oder Menschen, oder Tauben ꝛc. anzeigt, so muß die Zahl des zweyten Gliedes auch entweder Thaler, oder Gulden, oder Pfennige, oder Pfunde, oder Menschen, oder Tauben ꝛc. anzeigen. Eben so ist es mit dem 3ten und 4ten Gliede. Nothwendig müssen diese auch einerley Benennung, jedoch nicht gerade die Benennung des ersten Verhältnißes haben, wie ihr gleich an unserm Beyspiele sehr. Jetzt drückt einmahl unsere hier bezeichnete Proportion mit Worten aus. K. Zwey Stäbe verhalten sich zu 12 Stäben, wie 3 Kreuzer zu 18 Kreuzern.

L: Wir können diese und jede andere Proportion, versteht sich mit Angabe ihrer Zahlen und Benennungen, auch so ausdrücken: wie sich 2 Stäbe zu 12 Stäben verhalten, so verhalten sich 3 Kr. zu 18 Kr. Wir wollen sehen, ob das wirklich zutrifft. Wie oft sind 2 Stäbe in 12 Stäben enthalten? K. Sechs Mahl.

L. Und wie oft sind 3 Kr. in 18 Kr. enthalten? K. Auch sechs Mahl.

L. Oder auch: wie viel Mahl ist die Zahl dieser Stäbe hier (auf die 12 Stäbe zeigend) größer, als die Zahl dieser da? K. Sechs Mahl.

L. Und wie viel Mahl mehr Kreuzer liegen hier bey den 12 Stäben, als hier bey den zweyen? K. Auch sechs Mahl.

L. Jetzt gebt recht Achtung, und sagt, ob folgender Satz richtig ist: Wie sich diese Menge von Stäben (auf die 2 Stäbe zeigend) zu dieser hier

(auf

(auf die 12 Stäbe zeigend) verhält, so verhält sich der Werth (Preiß) der kleinern Menge (auf die 3 Kr. zeigend) zum Werthe (Preiße) der gröfsern Menge (auf die 18 Kr. zeigend). K. Dieser Satz ist ganz richtig.

L. Nun so sagt mir ihn nach. K. (wiederhohlen).

L. Nun merkt ferner! Was wir jetzt nur von diesen Stäben und ihrem Preiße (Werthe) behauptet haben, das gilt von jeder Waare und ihrem Preiße. Wie sich nämlich eine gewisse Menge von irgend einer Waare, zu einer andern Menge der nähmlichen Waare verhält, so verhält sich auch der Preiß der einen Menge zum Preiße der andern. Oder, wie man auch sagen kann, der Preiß einer Waare stehet mit ihrer Menge in Proportion, d. h. in solcher Verbindung, daß er in eben dem Maße ab- oder zunimmt, in welchem die Menge der Waare vermindert oder vermehrt wird. Dieses will ich euch noch mit einigen Beyspielen erläutern. Unsere Stäbe mögen jetzt Ellen bedeuten. Wenn ich für diese 3 Ellen (3 Stäbe hinlegend), wir wollen annehmen, es sey leinen Band, 8 Kreuzer bezahlen müßte, so müßte ich — das will ich euch nur gleich sagen — für diese 12 Ellen (12 Stäbe hinlegend) von dem nämlichen Bande 32 Kreuzer bezahlen. Zur mehrern Deutlichkeit lege ich hier die 8 Kr. und hier (zu den 12 Ellen) die 32 Kr. her. Hier habe ich eine gewisse Anzahl (Menge) Ellen, und hier auch. Sucht das Verhältniß

in welchem beyde Zahlen zu einander stehen. K. 3 ist in 12 vier Mahl enthalten.

L. Also ist 12 vier Mahl größer als 3. Wie viel Mahl ist denn die Zahl dieser Kreuzer (auf die 32 Kr. zeigend(größer, als die Zahl dieser hier (auf die 8 Kr. zeigend)? K. Vier Mahl.

L. Also ist es richtig. So viel Mahl nämlich mehr Ellen hier (auf die 12 Ellen zeigend) als hier (auf die 3 Ellen zeigend) liegen, so viel Mahl mehr Geld müßte ich auch für die größere als für die kleinere Ellenmenge geben, oder: der Preiß steht mit der Menge der Ellen in Proportion, oder: wie sich verhalten diese 3 Ellen zu den zwölfen da, so verhält sich der Preiß der 3 Ellen (die 8 Kr.) zu dem Preiße der 12 Ellen (den 32 Kr.). Nun denkt, ich lege zu den 12 Ellen noch Ein Mahl 12 Ellen, würde ich da die 32 Kr. unverändert liegen lassen dürfen, oder müßte ich ihre Zahl auch verändern? K. Sie müßten ihre Zahl auch verändern.

L. Welche Veränderung meynt ihr denn, daß ich vornehmen müßte, da jetzt noch Ein Mahl so viel Ellen als vorhin da liegen sollen? K. Sie müßten auch noch Ein Mahl so viel Kreuzer herlegen, als vorhin da lagen.

L. Gut! Denn der Preiß wird so viel Mahl größer, als die Menge der Waare zunimmt, oder: der Preiß wächst in demselben Maaße, in welchem die Menge der Waaren wächst. Jetzt will ich von den 12 Ellen die Hälfte wegnehmen.

nehmen. — So! Darf ich nun die 32 Kr. da liegen lassen? K. Nein.

L. Was muß ich denn für eine Veränderung mit ihnen vornehmen? K. Sie müssen auch die Hälfte davon wegnehmen.

L. Richtig! In dem Maße, in welchem die Menge einer Waare abnimmt, nimmt auch der Preiß ab. Wer kann mir den vorigen und jetzigen Satz, wo vom Wachsen und Abnehmen der Waare und des Preißes die Rede war, nachsagen? K. (wiederhohlen).

L. Jetzt liegen also hier 3 und hier 6 Ellen, und hier bey den 3 Ellen 8 und bey den sechsen 16 Kr. Geben uns diese Zahlen wohl eine richtige Proportion? K. Allerdings.

L. Wie lautet sie denn in benannten Zahlen? K. Wie sich die 3 Ellen (Stäbe) zu den sechsen da verhalten, so verhalten sich die 8 Kreuzer zu den 16 Kreuzern.

L. Die letztern Worte sagen: so verhält sich der Werth der 3 Ellen zu dem Werthe der 6 Ellen. Wir wollen die Zahlen an die Tafel schreiben: 3 : 6 = 8 : 16. — So! Nun will ich das 2te Glied noch um die Hälfte so groß machen, als es ist, und also statt 6 eine 9 hinschreiben: darf jetzt die Zahl 16 im vierten Glied bleiben, da das 2te Glied $\frac{1}{2}$ Mahl größer geworden ist, als es vorher war? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil es dann keine Proportion wäre, da die Anzeiger der beyden Verhältnisse nicht gleich wären.

L. Wel-

L. Welche Veränderung müssen wir also mit dem vierten Gliede vornehmen? K. Wir müssen es auch noch ein halb Mahl so groß machen, als es ist.

L. Thut dieses. K. (schreiben statt 16 die Zahl 24 hin).

L. Nun wollen wir die nämliche Veränderung mit unsern Stäben (Ellen) und Kreuzern vornehmen. Statt 6 lege ich 9 Ellen her, und statt 16 Kreuzern lege ich deren 24 her. Mit der Ellenzahl hat sich also auch die Zahl der Kreuzer oder der Preiß vermehrt. Und so wie hier die 9 Ellen gerade 3 Mahl so viel betragen, als die 3 Ellen, so beträgt der Werth der 9 Ellen (24 Kr.) gerade drey Mahl so viel als der Werth der 3 Ellen (8 Kr.). Gesetzt, ich legte jetzt noch Ein Mahl so viel Ellen her, so daß ihrer 18 würden: wie viel müßte ich denn noch Kreuzer zu den 24 legen? K. Auch noch Ein Mahl so viel, nämlich noch 24.

L. Gut! Noch Ein Mahl so viel Waare macht noch Ein Mahl so viel Geld. Es müßten dann 48 Kr. daligen. Und wenn ich dann von den 18 Ellen den 3ten Theil, nämlich 6 Ellen wegnähme, den wie vielsten Theil müßte ich alsdann auch von 48 Kreuzern wegnehmen? K. Auch den dritten.

L. Wie viel blieben alsdann noch Kreuzer da liegen? K. 32.

L. Und dieß wäre der Preiß der 12 übrigen Ellen.

Dergleichen Beyspiele gebe man noch mehrere.

L. Nunmehr habt ihr euch gewiß von der Richtigkeit unsers vorhin aufgestellten Satzes überzeugt, des Satzes nämlich: Wie sich eine Menge von einer gewissen Waare, die wir A nennen wollen, zu einer andern Menge der nämlichen Waare B *) verhält, so verhält sich auch der Preiß der Menge A zum Preiße der andern Menge B. Wer nun von diesem Satze Anwendung machen kann, der kann Fragen, wie folgende: wie viel kosten 12 dieser Stäbe (12 derselben rechts hinlegend), wenn ihrer 4 (4 Stäbe links hinlegend) für 54 Kr. bezahlt werden müßten, mit leichter Mühe beantworten. Ich will sehen, ob ihr dieses könnt. Wie viel Stäbe habe ich hier links hergelegt? K. 4.

L. Und da rechts? K. 12.

L. Diese beyden Zahlen wollen wir zu einem Verhältnisse verbinden: schreibt deßhalb 4 : 12 an die Tafel. — So! Was kosten denn die 4 Stäbe? K. 54 Kr.

L. Diese Zahl wollen wir noch als das dritte Glied einer Proportion anschreiben. Nun sagt mir, wie sich der Preiß der 4 Stäbe zum Preiße der 12 Stäbe verhalten muß. (Das könnt ihr wissen, wenn ihr unsern erst wiederhohlten Satz recht verstanden habt). K. Gerade wie 4 : 12.

L. Gut! Wenn wir also eine Zahl finden könnten, die mit 54 ein Verhältniß gäbe, welches dem Verhält-

*) Man sage den Kindern hier, daß man, um sich kurz auszudrücken, oft Dinge mit den Namen der Buchstaben belegt.

Verhältnisse 4 : 12 gleich wäre, oder: wenn wir die 4te Proportionalzahl zu diesen 3 Gliedern (4 : 12 = 54) finden könnten, so hätten wir den Preiß der 12 Stäbe in Kreuzern. Könnt ihr wohl eine solche Zahl finden? K. O ja.

L. Nun, sucht sie. K. (thun dieses und finden 162).

L. Diese Zahl sagt euch, wie viel Kreuzer für diese 12 Stäbe bey dem angenommenen Preiße bezahlt werden müßten. Wir wollen 162 noch neben 54 setzen, die Zahlen gehörig benennen, und dann die ganze Proportion ablesen. K. Wie sich verhalten 4 Stäbe zu 12 Stäben, so verhalten sich 54 Kr., als der Preiß der 4 Stäbe, zu 162 Kreuzern, als dem Preiße der 12 Stäbe.

L. Wie viel Mahl ist denn diese Anzahl (auf 12 zeigend) Stäbe größer, als diese hier (auf 4 zeigend)? K. Drey Mahl.

L. Wie viel Mahl mehr Geld werde ich also für die 12 Stäbe geben müssen, als ich für die 4 Stäbe gebe? K. Drey Mahl mehr.

L. Freylich! 162 Kr. machen auch gerade 3 Mahl so viel als 54 Kr. Denn der Anzeiger in beyden Verhältnißen ist — nun, welche Zahl? K. 3.

L. Nunmehr werdet ihr gleich ausrechnen können, was jede gegebene Menge von Waaren kostet, so bald ihr nur wißt, was Ein Theil derselben werth ist; denn ihr dürft dann nur zu drey gegebenen Zahlen

len die 4te Proportionalzahl suchen. Wir wollen einmahl annehmen, ich bezahle für 5 ℔ 9 Groschen; wie viel muß ich für 30 ℔ von dieser Waare bezahlen? Wer weiß, wie die 3 benannten Zahlen als Glieder einer Proportion geordnet werden müssen? Muß ich etwa anschreiben: wie sich 5 ℔ verhalten zu 9 Groschen? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil in einem Verhältniße die Zahlen, wenn sie benannt sind, einerley Benennung haben müssen.

L. Das war gut gemerkt! Welche Zahlen müssen wir denn zum ersten Verhältniße verbinden, da Groschen und Pfunde nicht zusammen in Ein Verhältniß gesetzt werden dürfen? K. Die Zahlen 5 und 30.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil diese einerley Benennung haben.

L. Richtig! 5 ℔ und 30 ℔. Nun merkt noch dieses: Diejenige Menge von Waaren, von der ihr schon wißt, was sie kostet, wird immmer im ersten Gliede angezeigt. Wird also wohl 5 ℔ oder 30 ℔ ins erste Glied kommen? K. 5 ℔.

L. Warum dieses? K. Weil wir von den 5 Pfunden schon wissen, was sie kosten.

L. Gut! Das erste Verhältniß hieße also —?

K. ℔ ℔
5 : 30.

L. Nun bleibt euch kein Zweifel mehr übrig zum wie vielsten Gliede ihr die 9 Groschen machen sollt: zum wie vielsten? K. Zum dritten.

L. Un-

L. Unser Aufsatz sieht also jetzt so aus:

℔	℔	Gr.
5	30	9

und heißt: wie sich 5 ℔ zu 30 ℔ verhalten, so müssen sich 9 Groschen, als der Preiß der 5 ℔, zu dem gesuchten Werthe der 30 ℔ verhalten, welcher Werth durch die vierte Proportionalzahl angezeigt wird. Wie werden wir aber diesen Werth finden? K. Wenn wir entweder das 2te und 3te Glied mit einander multipliciren ꝛc. oder mit dem Anzeiger des ersten Verhältnißes das 3te Glied multipliciren.

L. Wählt die kürzeste Art. K. (multipliciren 9 mit 6).

L. Wie viel kosten also die 9 ℔? K. 54 Gr.

L. Richtig! Eine sechs Mahl größere Menge Waare muß auch 6 Mahl mehr Geld kosten. Nun will ich sehen, ob ihr folgendes Exempel richtig ansetzen könnt: Für 3 Loth von einer gewissen Waare bezahle ich 22 Kr., wie viel muß ich für 28 Loth von der nämlichen Waare bezahlen? Vor allem sagt mir, welche 2 Zahlen das erste Verhältniß ausmachen müssen? K. 3 und 28.

L. Warum müssen diese beyde zu Einem Verhältniße verbunden werden? K. Weil nur diese beyde (in dem vorgelegten Falle) einerley Benennung haben.

L. Aber welche von beyden muß das erste Glied werden? K. 3.

L. Warum nicht 28? K. Weil ich nur von 3, aber nicht von 28 Lothen weiß, was sie kosten.

L. Und

L. Und welche Zahl giebt das dritte Glied?

K. 22.

L. Recht! Der Preis der im ersten Gliede bemerkten Menge von Waaren kommt immer ins dritte Glied. Ehe wir fortfahren, diese Art von Exempeln auszurechnen, wollen wir uns nur noch eine Zeitlang im richtigen Ansetzen derselben üben.

Nun übe man die Kinder auf die erst angegebene Weise im richtigen Ansatz dieser Art Exempel. Beym Dictiren derselben behalte man aber nicht immer einerley Ordnung der Glieder bey, damit die Kinder nicht mechanisch, sondern mit Verstand ansetzen lernen. Man sage z. B.: Wie viel muß ich für 72 Ellen Band bezahlen, wenn 6 Ellen 19 Kr. werth sind? Wenn ich 7 Gr. für 4 Pfund bezahle, wie viel muß ich für 50 Pfund bezahlen? In 8 Tagen verdient ein Taglöhner 3 fl., wie viel verdient er bey gleichem Taglohne in 21 Tagen?

L. Wer kann mir denn geschwind ausrechnen, wie viel 36 Bogen Papier kosten, wenn ich für 7 Pfennige 2 Bogen erhalte? K. (werden nun ohne Zweifel so ansetzen:

B. B. Pf.
2 : 36 = 7.)

L. Angesetzt ist das Exempel richtig; aber nun sagt mir auch, warum ihr so angesetzt habt *).

War-

*) Diese Frage muß deßwegen oft wiederhohlt werden, damit den Kindern die Gründe des Ansatzes recht geläufig werden.

Warum habt ihr z. B. im ersten Verhältniße nicht die Zahl der Bogen und Pfennige mit einander verbunden? K. Weil die 2 Zahlen eines Verhältnißes einerley Benennung haben müssen.

L. Warum habt ihr aber nicht 36 zum ersten Gliede gemacht? K. Weil von dieser Zahl Bogen der Preis noch nicht bekannt ist.

L. Welche Zahl muß also ins erste Glied kommen? K. Diejenige, welche die Menge Waare anzeigt, von welcher der Preis schon bekannt ist.

L. In welchem Gliede steht denn der Preis der im ersten Gliede genannten Waare? K. Im 3ten.

L. Was haben wir, wenn wir die gegebenen Zahlen so geordnet haben, daß sie die 3 ersten Glieder einer Proportion ausmachen, nur noch für eine Zahl zu suchen? K. Die 4te Proportionalzahl.

L. Und auf welche Frage giebt uns in dem vorliegenden Falle die 4te Proportionalzahl eine Antwort? K. Auf die: was kosten 36 Bogen Papier?

L. Und so antwortet diese Zahl bey jedem Exempel, welches in der Hauptsache mit dem erst gegebenen übereinkommt, auf die Frage: wie theuer oder wie hoch kommt diese oder jene Menge Waare? Mit welchem Gliede muß denn das gefundene 4te einerley Benennung haben? K. Mit dem dritten.

L. Das merkt ja wohl! denn es ist viel daran gelegen, daß wir am Ende der Rechnung wissen, ob die gefundene Zahl Pfennige, oder Kreuzer, oder Gulden ꝛc. anzeigt. Dieses können wir aber alle Mahl aus der Benennung des uns gegebenen 3ten

Glie-

Gliedes erkennen, da, wie ihr wißt, die 2 letzten Glieder einer Proportion einerley Benennung haben müssen. Nun rechnet das gegebene Exempel. K. (rechnen, und finden 126.)

L. Gut! 126 ist das 4te Glied dieser Proportion, und sagt euch, was 36 Bogen Papier, wovon ihrer 2 sieben Pfennige werth sind, kosten. Wie viel kosten also die 36 Bogen? K. 126 Pf.

L. Die Antwort ist ganz richtig. Da man aber im gemeinen Leben eine solche Summe nicht in lauter Pfennigen, sondern mit Kreuzern oder Groschen bezahlt; so müssen wir auch eine Rechnungsart anwenden, um 126 Pfennige in Kreuzer zu verwandeln: durch welche Rechnungsart kann man dieses bewerkstelligen? K. Durch die Division.

L. Nun so seht, wie viel Kreuzer in 126 Pfennigen enthalten sind. K. (rechnen:

$$4\,|\,126\,|\,31\tfrac{2}{4} = 31\tfrac{1}{2}\text{ Kr.})$$

$$|\,12:\,|$$

$$\underline{\quad\quad}$$

$$\cdot\cdot 6$$

$$\underline{4}$$

$$2$$

L. Recht so! $31\frac{1}{2}$ Kr. kosten unsere 36 Bogen Papier. Jetzt sagt mir, wie viel Glieder ich euch geben (bekannt machen) muß, wenn ihr die 4te Proportionalzahl finden sollt. K. Drey.

L. Und das wie vielste Glied könnt ihr aus den 3 gegebenen finden? K. Das vierte.

L. Da man das, was wir Glieder nennen, auch Sätze nennt, und man nie weniger als drey Sätze

haben darf, um den vierten zu finden; so nennt man diese Rechnungsart auch den Dreysatz, oder die Regeldetri. Das letzte Wort ist aus 3 lateinischen Wörtern *) gemacht, und heißt auf deutsch die Regel von drey, nämlich Sätzen. Ihr habt also nunmehr angefangen die Regeldetri, wie man sagt, zu rechnen, welche Rechnungsart darin besteht, daß man zu 3 gegebenen Gliedern einer Proportion das 4te sucht. Im gemeinen Leben ist diese Rechnungsart von sehr großem Nutzen, daher ich mich bemühen will, euch in derselben recht zu üben. Da man bey dieser Rechnungsart gewöhnlich nur zu multipliciren und zu dividiren hat, die Addition und Multiplication, Subtraction und Division aber die einfachen Rechnungsarten genannt werden; so sagt man: die Regeldetri ist eine (aus einfachen Rechnungsarten) zusammengesetzte Rechnungsart. — Wir werden nun eine Zeitlang lauter Regeldetri-Exempel rechnen. — Jetzt rechnet mir aus, wie viel ich für 18 ℔ Zucker zahlen muß, wenn 2 ℔ 56 Kr kosten.

K. (setzen nunmehr ohne Zweifel so an:

℔ ℔ Kr.
2 : 18 = 56.)

L. Das ist recht angesetzt! Sagt mir aber, ehe ihr rechnet, auf welche Frage ihr jetzt eine Antwort finden wollt. K. Auf die Frage: was kosten 18 ℔ Zucker?

L. Gut! Nun sagt mir, wie viel Mahl das 2te Glied dieser unvollständigen Proportion größer, als das erste ist. K. Neun Mahl.

L. Wie

*) Regula de tribus (terminis).

L. Wie viel Mahl muß also auch das zu suchende 4te Glied größer, als das 3te seyn? K. Auch 9 Mahl.

L. Freylich! Wir müssen ja 2 gleiche Verhältnisse bekommen. Welche Zahl habt ihr also nur 9 Mahl zu nehmen, um das 4te Glied zu finden? K. Die Zahl 56.

L. Multiplicirt also diese Zahl mit 9. K. (rechnen: 56

$$\frac{9}{504}).$$

L. Gut! Macht jetzt diese Zahl zum 4ten Gliede dieser Proportion. K. (vollenden die Proportion:

℔ ℔ Kr. Kr.

2 : 18 = 56 : 504.)

L. Jetzt lest mir diese Proportion her. K. Wie sich 2 ℔ zu 18 ℔ verhalten, so ꝛc.

L. Jetzt und in der Folge will ich der Kürze wegen die Menge der im 2ten Gliede angegebenen Waare B-Waare, und die Menge der im ersten Gliede bemerkten, A-Waare nennen. Die 18 ℔ (hinzeigend) nenne ich also B-Waare. und die 2 ℔ da, A-Waare. (Zum Ueberflusse kann man über das erste Glied A, und über das 2te B setzen.) Nun sagt mir, wie viel Mahl die Menge der Waare B größer, als die Menge der Waare A ist. K. Neun Mahl.

L. Wie viel Geld muß man denn für die Waare A geben? K. 56 Kr.

L. Wie oft wird man denn die 56 Kr. für die Waare B geben müssen? K. 9 Mahl.

L. Warum denn gerade 9 Mahl? K. Weil die Menge dieser Waare gerade 9 Mahl mehr beträgt, als die Menge der Waare A.

L. Gut! Eine 9 Mahl größere Zahl als 56 ist die 4te Proportionalzahl zu den gegebenen und so wie hier (hinzeigend) geordneten Zahlen. Ihr seht also aus diesem Beyspiele wieder, daß es, um den Preis der 18 ℔ zu finden, nichts weiter bedurfte, als die 4te Proportionalzahl zu den 3 gegebenen zu suchen. Unsere Frage: was kosten die 18 ℔ Zucker? ist also beantwortet. Da wir aber immer 60 Kr. mit dem Namen Gulden belegen, so müßt ihr noch sehen, wie oft 60 Kr. in 504 Krn. enthalten sind, um diese Summe von Kreuzern in Gulden ausdrücken zu können. K. (rechnen:

$$60 \mid 5.04 \mid 8\tfrac{240}{60} = 8\tfrac{2}{5}\text{ fl.})$$
$$\mid 480 \mid$$
$$\overline{\quad\quad 24}$$

L. So ist es recht! In Zukunft müßt ihr ohne mein Geheiß alle Mahl die kleinern Geld- oder Gewichtsorten in die höhern, in welche sie sich verwandeln lassen, verwandeln. Jetzt sagt mir noch, ob ihr das 4te Glied zu unserer Proportion, nämlich die 504, welche ihr dadurch gefunden habt, daß ihr das 3te Glied mit dem Anzeiger des ersten Verhältnißes multiplicirtte, nicht noch auf eine andere Weise hättet finden können. K. Ja.

L. Auf welche denn? K. Wir hätten auch die beyden mittlern Gliedern mit einander multipliciren und das dadurch gefundene Product mit dem ersten Gliede dividiren können.

L. Wenn ist es denn bequem, auf diese Art das 4te Glied einer Proportion zu suchen? K. Wenn der Anzeiger des ersten Verhältnisses ein Bruch oder eine vermischte Zahl ist.

L. Und wenn ist es bequem, es auf die andere Art zu suchen? K. Wenn der Anzeiger des ersten Verhältnisses eine ganze Zahl ist.

L. Recht! Nach der von euch jetzt angegebenen Verschiedenheit des Anzeigers des ersten Verhältnisses wendet also in Zukunft bald das eine, bald das andere Verfahren an.

Nun lasse man zur Uibung folgende und ähnliche Exempel auf die jetzt gezeigte Weise, d. h. den Regeln der Proportion gemäß ansetzen und rechnen, unterlasse aber ja nie, den Kindern nicht nur die Frage, worauf sie die Antwort durch ihre Rechnung finden sollen, zum deutlichen Bewußtseyn zu bringen; sondern auch beym Ansatz und nach vollendeter Rechnung so zu fragen, wie ich es in den vorhergehenden Beyspielen gethan habe. Denn nicht bloß mechanische, sondern verständige Rechner muß man zu bilden suchen.

Für 5 Pfennige bekomme ich 3 Loth: was kosten 28 Loth?

Wenn 2 Loth 9 Pfennige kosten: wie viel muß man für 13 Loth bezahlen.

7 Loth kosten 12 Kr.: was kosten 26 Loth.

5 ℔ kosten 54 Kr.: was kosten 12 ℔?

Wie viel muß ich für 32 ℔ bezahlen, wenn 3 ℔ 35 Kr. kosten?

Wie viel kosten 64 ℔, wenn 3 ℔ 5 fl. kosten?

Ich bezahle 4 Ellen mit 3 fl.: wie viel muß ich für 70 Ellen bezahlen?

Für 18 Kr. bekomme ich 12 Loth: wie viel bekomme ich für 54 Kr. *)

Für 3 fl. bekomme ich 5 Ellen: wie viel bekomme ich für 17 fl.?

L. Ich kaufe 24 Ellen von einem gewissen Zeuge für 16 fl.: wie hoch müssen 6 Ellen von dem nämlichen Zeuge kommen? Welche 2 Zahlen haben hier einerley Benennung, so daß ihr sie zu einem Verhältniße verbinden könnt? K. 24 und 6.

L. Welche von beyden wird wohl das erste Glied ausmachen müssen? K. 24.

L. An

*) Es wird niemanden Schwierigkeit verursachen, dieses und ähnliche Exempel gehörig ansetzen zu lassen. Da die Zahlen 18 und 54 einerley Benennung (Kreuzer) haben; so geben sie das erste Verhältniß: und da von den 18 Kreuzern bekannt ist, wie viel sie im vorliegenden Falle werth sind (was ich für sie erhalte); so giebt 18 das erste Glied ab, und die Zahlen stehen so:

Kr. Kr. Loth.

18 : 54 = 12,

L. An welchem Merkmahle seht ihr dieses? K. An dem Umstande, daß diese Zahl eine Menge von Waaren anzeigt, von der wir schon wissen (von der uns gesagt wird), was sie kostet.

L. Gut! Nun rechnet das Exempel wie die vorigen aus, oder vollendet die Proportion. K. (schreiben an: Ellen Ellen fl. fl.
24 : 6 = 16 : 4.)

L. Wie viel Mahl ist denn hier das 2te Glied kleiner als das erste? K. Vier Mahl.

L. Wie viel Mahl ist also die Menge der Waare B kleiner, als die Menge der Waare A? K. Vier Mahl.

L. Wie hoch kommt denn die Waare A? K. 16 Gulden.

L. Wie viel Mahl weniger als 16 fl. muß also die Waare B kosten? K. Vier Mahl.

L. Warum vier Mahl weniger? K. Weil ihre Menge vier Mahl geringer als A ist.

L. Und wie viel ist denn der 4te Theil von 16 fl.? K. 4 fl.

L. Und gerade so viel zeigt euer 4tes gefundenes Glied an. Ist dieses eine Proportion der kleinern oder größern Ungleichheit? K. Der größern.

L. Da ihr dieses Exempel gerade wie die vorigen gerechnet habt, so seht ihr, daß es einerley ist, ob ihr zu Proportionen der kleinern oder der größern Ungleichheit das 4te Glied sucht. Nun merkt, daß wir bey Exempeln, welche Proportionen der kleinern Ungleichheit geben, sagen können: so viel Mahl mehr

Waare, so viel Mahl mehr Geld; oder: so viel Mahl mehr Geld (ich hingebe), so viel Mahl mehr Waare (bekomme ich). Bey Exempeln, welche Proportionen der größern Ungleichheit geben, kann man hingegen sagen: so viel Mahl weniger Waare (Geld), so viel Mahl weniger Geld (Waare). In unserm erst gerechneten Exempel z. B. können wir sagen: so viel Mahl im 2ten Gliede weniger Waare, als im ersten bemerkt ist, so viel Mahl muß das 4te Glied weniger Geld, als das 3te anzeigen.

Einige Uibungsbeyspiele.

28 Loth kosten 32 Kr.; was kosten 4 Loth?

86 Pfund kosten 54 fl.: was kosten 3 Pfund?

Wie viel kosten 5 Ellen, wenn 74 Ellen 18 fl. kosten?

Für 108 fl. bekomme ich 82 Pfund; wie viel bekomme ich für 12 fl.?

Für 58 Kr. bekommt man 20 Loth; wie viel erhält man für 6 Kr.?

Wenn man 28 Maß Wein für 29 fl. bekäme, wie viel Maß (von dem nämlichen Weine) würde ich für 3 fl. bekommen.

L. Wie wollt ihr denn dieses Exempel ansetzen: Eine Maß Wein kostet 52 Kr.: was kosten 12 Maß?

K. (setzen nunmehr gewiß an: M. M. Kr.
1. : 12 = 52.)

L. Das ist recht angesetzt! Welches ist denn der Anzeiger des ersten Verhältnißes? K. 12.

L. Wel-

L. Welchem Gliede ist der Anzeiger hier in unserm Exempel gleich? K. Dem 2ten.

L. Sinnt einmahl nach und sagt mir, in welchen Fällen alle Mahl der Anzeiger und das 2te Glied einerley Zahl seyn kann. K. In den Fällen, wo das erste Glied 1 ist.

L. Richtig! Und in solchen Fällen dürft ihr immer nur das 2te und 3te Glied mit einander multipliciren, da man mit 1 eine Zahl nicht dividiren kann. Exempel von dieser Art sind im Grund bloße Multiplications-Exempel, dergleichen ihr schon längst gerechnet habt. — Jetzt setzt einmahl dieses Exempel gehörig an: 36 Ellen kosten 72 fl.: was kostet Eine Elle? K. (setzen an:

Ellen Elle fl.
36 : 1 = 72.)

L. Recht so! Wenn ihr nun hier das 2te und dritte Glied mit einander multiplicirt, welche Zahl erhaltet ihr denn zum Producte? K. 72.

L. Also das dritte Glied. Was müßt ihr denn thun, nachdem die beyden mittlern Glieder mit einander multiplicirt worden sind? K. Wir müssen das Product mit dem ersten Gliede dividiren.

L. Da wir hier in unserm Beyspiele durch die Multiplication des dritten Gliedes mit dem zweyten keine andere Zahl, als die, welche wir im dritten Gliede schon haben, erhalten; so kann ich auch nur die Regel geben: dividirt das dritte durch das erste Glied. In welchen Fällen wird aber diese Regel nur anzuwenden seyn? K. In denen, wo das 2te Glied 1 ist.

L. Recht

L. Recht! Exempel dieser Art sind nur bloße Divisions-Exempel, dergleichen ihr auch schon genug gerechnet habt. Nun wollen wir noch einige solche Multiplications- und Divisions-Exempel rechnen, nur mit dem Unterschiede, daß wir sie jetzt den Regeln der Proportion gemäß ansetzen.

Was kosten 12 Klaftern Holz, wenn eine Klafter 8 fl. kostet?

Für 1 Centner Heu gebe ich 45 Kr.: wie hoch kommen 28 Centner?

7 Pfennige gebe ich für 1 Loth Caffee: wie viel muß ich für 18 Loth bezahlen?

1 Elle Band kostet 9 Kr.: was kosten 32 Ellen?

18 ℔ kosten 38 fl. was kostet 1 ℔?

24 Eyer kosten 36 Kr.: was kostet Ein Ey?

1 ℔ Flachs kostet 22 Kr.: was kosten 54 ℔?

Für 12 Paar Tauben zahle ich 240 Kr. wie hoch kommt 1 Paar?

U. s. w.

L. Setzt mir geschwind folgendes Exempel gehörig an: Was kostet 1 Taube, wenn ich ihrer 24 mit 3 fl. bezahle. K. (setzen an: T. T. fl. / 24 : 1 = 3)

L. Recht so! Was habt ihr jetzt nur zu thun, da hier das mittlere Glied 1 ist? K. Wir dürfen nur das dritte Glied durch das erste dividiren.

L. Richtig! Aber kann hier der Quotient eine ganze Zahl, oder muß er ein Bruch seyn? K. Er muß ein Bruch seyn.

L. Woher

L. Woher wißt ihr das? K. Weil der Dividendus kleiner als der Divisor ist.

L. Das habt ihr gut gemerkt! Nun werdet ihr mir auch sagen können, wie man den Bruch gleich erhalten kann, welcher als Quotient hier herauskommen muß. K. Man darf nur den Dividendus zum Zähler und den Divisor zum Nenner machen.

L. Freylich! Nun macht das so. K. (finden $\frac{3}{24}$ fl.)

L. Gebt die kleinste Benennung dieses Bruches an. K. $\frac{1}{8}$ fl.

L. Das ist jetzt unser 4tes Glied. Setzt es an seine Stelle. K. setzen (L. L. fl. fl. 24 : 1 = 3 = $\frac{1}{8}$.)

L. Wie viel Achtel bekommen wir aus 3 ganzen Gulden? K. 24 Achtel.

L. Der wie vielste Theil von 3 fl. muß sonach $\frac{1}{8}$ fl. seyn? K. Der 24ste.

L. Und der wie vielste Theil von 24 Tauben ist Eine Taube? K. Der 24ste

L. Da haben wir also richtig gerechnet. Denn der 24ste Theil von einer gewissen Menge Waare kann auch nur den 24sten Theil von dem Gelde kosten, welches ich für die ganze Menge geben muß. Exempel, dergleichen wir jetzt eines gerechnet haben, da man nämlich das 4te Glied erhält, wenn man das 3te zum Zähler und das erste zum Nenner eines Bruches macht, sind sehr leicht aus dem Kopfe zu rechnen. Ich will euch deßhalb mehrere auf diese Weise rechnen lassen.

Was kostet eine Federspule, wenn ich ihrer 25 für 15 Kr. kaufe? (Die Kinder machen 15 zum Zähler und 25 zum Nenner eines Bruches, und sprechen: $\frac{15}{25}$ Kr. = $\frac{3}{5}$ Kr.)

Was kostet 1 Ey, wenn ich ihrer 24 für 21 Kr. kaufe?

Was kostet 1 Elle Zeug, wenn 36 Ellen 12 fl. kosten?

Wie viel muß jeder von 8 Menschen bezahlen, wenn sie zusammen in einem Wirthshause 5 fl. verzehrt haben?

Wie hoch kommt Ein ℔ Butter, wenn ich 20 ℔ für 8 fl. bezahle?

Was kostet 1 ℔ Schweinenfleisch, wenn ich ein ganzes ausgeweidetes (von den Eingeweiden befreytes) Schwein, welches 90 ℔ wiegt, für 18 fl. kaufe?

Wie hoch kommt Eine Maß Wein, wenn der Eymer (60 Maß) 36 fl. kostet?

Wie hoch kommt Ein ℔ Brod, wenn ein Laib von 6 Pfunden 4 Groschen kostet?

Fleißige Uibung!

L. Hier lege ich 5 Kreuzer und 3 Pfennige her. Könnt ihr wohl in Gedanken diese verschiedenen Geldsorten in eine einzige Summe vereinigen und sie mit einem einzigen Namen benennen? K. 23 Pfennige.

L. Recht!

L. Recht! Wozu habt ihr denn diese 5 Kr. in Gedanken gemacht? K. Zu Pfennigen.

L. Wie viel Pfennige geben denn 5 Kr.? K. 20.

L. Ihr habt mir aber 23 Pf. genant? K. Es liegen ja noch 3 Pf. daneben.

L. Freylich! Diese mußten noch zu der Zahl der Pfennige, welche aus den Kreuzern entstanden sind, addirt werden. Wer hat denn nun mehr Geld, derjenige, welcher 5 Kr. und 3 Pf., oder derjenige, welcher 23 Pfennige hat? K. Es hat einer so viel als der andere.

L. Allerdings! Wir haben für eine und die nämliche Menge Geld oder Waare, oder für das nämliche Maß und Gewicht nur verschiedene Ausdrücke. Jetzt lege ich hier 2 Groschen (à 12 Pf.) und daneben noch 7 Pf. her. Könnt ihr mir wohl auch diese beyden Geldsorten in Eine Summe vereinigen und mit Einem Namen belegen? K. 31 Pf.

L. Recht! Aber wenn ihr Einen Gulden und 12 Kr. nur mit einem einzigen Namen belegen solltet, welchen Namen wolltet ihr wählen? K. Kreuzer.

L. Wie viel Kreuzer giebt denn aber Ein Gulden nebst 12 Kreuzern? K. 72 Kr.

L. Nun werdet ihr mir wohl 4 Loth u. 3 Quint in Eine Summe vereinigen und mit Einem Namen belegen können. K. 19 Quint.

L. Und wie nennt ihr Einen Centner und 24 ℔ mit einem einzigen Namen? K. 124 ℔.

L. Aber 2 Fuß und 8 Zoll rheinländisch? K. 32 Zoll.

L. Und

L. Und einen Thaler uud 9 Groschen? K. 33 Groschen.

L. Und einen Metzen *) und 6 Maß? K. 22 Maß.

L. Nun habt ihr höhere Geld- Gewicht- und Maß-Sorten in die nächst niedrigern verwandelt, um niedrigere mit höhern in Eine Summe bringen zu können. Wir wollen dieses Geschäft noch einige Zeitlang treiben und uns der Ziffern dabey bedienen. Ich schreibe hier 59 Kr. 3 Pf. her. Um beyde Geldsorten mit einem einzigen Namen belegen zu können, muß ich, wie ihr wißt, die Kreuzer in Pfennige verwandeln. Nun sagt, wie viel Pfennige ich zu einem Kreuzer brauche. K. 4 Pfennige.

L. Wie oft hat also der, welcher 59 Kr. hat, 4 Pfennige? K. 59 Mahl.

L. Durch welche Rechnungsart fände ich denn, wie viel 59 Mahl 4 ausmacht? K, Durch die Multiplication.

L. Welche von den beyden Zahlen ist denn der Multiplicandus, und welche der Multiplicator? K. 4 ist der Multiplicandus und 59 der Multiplicator.

L. Ich sollte also 4 über die 59 Kr. setzen und multipliciren. Da es aber in vielen Fällen etwas unbequem ist, über die schon gegebene Zahl noch eine andere zu setzen, weil ich, wenn z. B. der Ansatz

*) Der Metzen hat hier bey uns 16 Maß. Jeder Lehrer nenne das an seinem Orte übliche Getreide-Maß.

satz so stünde: Kr. Pf. das Zeichen der Kreuzer
59. 3
und Pfennige weglöschen und höher setzen müßte, und das Product nicht verändert wird, in welcher Ordnung auch die Factoren stehen; so setzt man den eigentlichen Multiplicandus unter den Multiplicator. In unserm Beyspiele setzen wir also 4, als die Zahl der Pfennige, die zu einem Kreuzer gehören, unter 59, und multiplicīren. Thut dieses. K: (rechnen: 59

4)

236.

L. Wie viel Pfennige geben euch also die 59 kr.?
K. 236.
L. Aber ausser den 59 kr. haben wir hier noch 3 Pf., welche noch mit den 236 vereinigt werden sollen: durch welche Rechnungsart geschieht dieses?
K. Durch die Addition.
L. Wir sollten also eigentlich 3 noch unter 6, also so: 236, setzen und dann addiren. Dieses ist

3

239

aber, da 3 nur eine einstellige Zahl ist, nicht nöthig. Denn wenn Kinder nur ein bischen im Addiren geübt sind, so können sie gleich so sprechen: 4 Mahl 9 ist 36 und 3 (auf die 3 zeigend) dazu macht 39. Sind aber 2stellige Zahlen in Exempeln, dergleichen wir jetzt rechnen, noch zu addiren, so ist es sicherer, wenn man sie gehörig unter das Product setzt und dann ördentlich addirt. Jetzt ver-

wandelt mir 28 fl. 56 kr. in eine einzige Summe von Kreuzern. K. (rechnen: 28 fl.

60

1680

56

1736).

L. Das war recht! Ihr habt erst 28 Gulden zu Kreuzern gemacht und 1680 Kr. dadurch bekommen, dann habt ihr dazu die 56 Kr. noch addirt. In der Summe von 1736 Kreuzern sind also enthalten — nun, wie viel Gulden und Kreuzer? K. 28 fl. 56 Kr.

L. Gesetzt nun, ihr solltet 89 fl. 52 Kr. 3 Pf. mit einem einzigen Namen belegen: welchen Namen würdet ihr wählen? K. Pfennige.

L. Könntet ihr denn nicht eben so wohl den Namen Gulden oder Kreuzer wählen? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil man die Gulden und Kreuzer wohl in Pfennige, diese aber, da wir deren nur 3 haben, nicht in Kreuzer, und diese wieder, da ihrer nur 52 sind, nicht in Gulden, verwandeln kann.

L. Wenn ihr dieses Exempel rechnet, so müßt ihr erst die Gulden und Kreuzer in Eine Summe verwandeln, dann diese Summe von Kreuzern zu Pfennigen machen, damit ihr die 3 Pf. dazu addiren könnt. Wie wollt ihr nun verfahren? K. Wir multipliciren 89 mit 60, addiren zum Pro-

ducte

ducte 52. Diese Summe von Kreuzern multiplicire wir mit 4 und addiren dazu 3.

L. Macht das so. K. (rechnen: fl. Kr. Pf. 89. 52. 3.)

60

5340

52

5392

4

21571

L. Habt ihr jetzt 21571 Kreuzer oder Pfennige?

K. Pfennige.

L. Und wie viel sind hierin Gulden, Kreuzer und Pfennige enthalten? K. 89 fl. 65 Kr. 3 Pf.

Nun lasse man eine Zeitlang Exempel, wie folgende, rechnen: Es sollen in eine einzige Summe vereinigt und mit Einem Namen belegt werden:

1) 18 Loth und 3 Quint.
2) 12 Pfund und 25 Loth.
3) 36 Pfund, 26 Loth und 2 Quint.
4) 12 Centner und 72 Pfund.
5) 8 Centner, 82 Pfund und 12 Loth.
6) 2 Centn. 12 Pf. 18 Loth. u. 3 Quint.
7) 53 Kr. und 3 Pfennige.
8) 12 Groschen und 9 Pfennige.
9) 35 fl. 12 Kr.
10) 63 fl. 51 Kr. und 3 Pf.
11) 24 Thlr. 6 Groschen, 7 Pf.
12) 18 Ruthen, 4 Schuh und 9 Zoll.
13) 5 Simmera, 8 Metzen, 4 Maß.
14) 13 Eymer und 25 Maß. U. s. w.

L. Welches müssen wohl die 2 ersten Glieder in dem Exempel, welches ich da anschreibe, werden: 2 ℔ kosten 18 Kr. 3 Pfennige: was kosten 12 ℔?

K. ℔ ℔
2 : 12.

L. Gut! In welchem Gliede muß denn der Werth der Waare, die im ersten Gliede genannt ist, bemerkt werden? K. Im dritten.

L. Was kosten denn in unserm Beyspiele die 2 ℔? K. 18 Kr. 3 Pf.

L. Nun so schreibt diesen Werth an die gehörige Stelle. K. (setzen zum ersten Verhältnisse noch:

= Kr. Pf.
18. 3.)

L. Nun haben wir ja in unserer Aufgabe 4 Sätze, wir dürfen also das 4te Glied nicht erst durch Rechnung suchen? K. —

L. Meynt ihr wohl, daß 3 die vierte Proportionalzahl zu den übrigen dreyen sey? K. Nein.

L. Warum glaubt ihr das nicht? K. Weil sie nicht 6 Mahl größer als 18 ist.

L. Freylich! Auch haben ja die beyden letzten Zahlen nicht einerley Benennung, können also kein Verhältniß ausmachen. Gebt Achtung, ich will euch sagen, wie die Sache ist. Wir haben hier in der That nur 3 Sätze; allein der dritte Satz besteht aus 2 verschiedenen Zahlen und hat 2 Benennungen, nämlich Kreuzer und Pfennige. Solche Fälle, wo von den gegebenen Sätzen einer, oder 2, oder gar alle 3, mehrere Benennungen haben, oder

aus mehrern Theilen bestehen, werden wir jetzt öfters bekommen. Da wir indessen doch nur aus 3 gegebenen Zahlen die 4te Proportionalzahl finden können; so ist es nöthig, daß wir mit unserm angesetzten Exempel erst eine Veränderung vornehmen, ehe wir das 4te Glied suchen. Rathet, was das für eine Veränderung seyn mag, durch die wir statt der jetzigen 4 Zahlen, ihrer nur 3 bekommen. Vielleicht geht es an, daß wir die 3 Pf. oder die 18 Kreuzer wegstreichen? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil dann der Werth der 2 Pfunde, welche ja 18 Kr. 3 Pf. kosten sollen, verändert wäre.

L. Das ist wahr, Wir müssen also auf ein anderes Mittel sinnen, aus unsern 4 Zahlen ihrer 3 zu machen, ohne jedoch im Exempel eine wesentliche Veränderung vorzunehmen. Fällt euch kein solches Mittel ein? (Kann man 18 Kr. 3 Pf. nicht auch mit Einer Zahl ausdrücken?) K. Ja, man darf ja nur 18 Kr. und 3 Pf. in Eine Summe vereinigen und mit Einem Namen belegen.

L. Ganz recht! Thut das hier. K. (rechnen?

Kr.	Pf.)
18	3
4	
75	

L. So! Jetzt haben wir 75 — ? K. Pfennige.

L. Und da diese gerade 18 Kr. 3 Pf. ausmachen, so ist der Preis der 2 Pfunde durch diese Veränderung weder vermindert noch vermehrt worden. Unser Exempel, (welches an der Tafel so bezeichnet ist:

℔	℔	Kr.	Pf.
2	12	18	3,

) wird jetzt gelesen — nun

4

75 Pfennige,

wie? K. Wie sich 2 ℔ zu 12 ℔ verhalten, so verhalten sich 75 Pf. zu dem gesuchten 4ten Gliede (Preise der 12 ℔).

L. Nun rechnet ihr, wie bisher. Ihr multiplicirt nämlich, da der Anzeiger des ersten Verhältnißes eine ganze Zahl ist, das dritte Glied mit diesem Anzeiger. K. rechnen: 75

6

450.

L. Was muß die jetzt gefundene Zahl für eine Benennung erhalten, Kreuzer oder Pfennige? K. Pfennige.

L. Freylich! Ihr habt ja 75 Pf. 6 Mahl genommen, oder: das 4te Glied muß ja die Benennung des 3ten Gliedes haben. Unsere Proportion heißt jetzt so:

℔	℔	Pf.	Pf.
2	12	75	459

Da man aber im gemeinen Leben eine solche Summe von Pfennigen nicht nennt, sondern sie lieber in Kreuzern, oder Groschen, oder Gulden angiebt; so verwandelt diese Pfennige erst in Kreuzer, und dann,

wenn

wenn es angeht, auch in Gulden. K. (rechnen:

4|450|112.)
|4:.|
-5.
4.
10
8
2

L. Da haben wir 112 Kr. und 2 Pf. oder $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ Kreuzer. Denn da die 450 Einheiten Pfennige waren, so müssen die 2 Einheiten, welche von den 450 übrig bleiben, auch Pfennige seyn. Nun macht die 112 Kr. zu Gulden. K. rechnen: 60|1.12|1).
| 60|
52

L. Der Quotient 1 zeigt Einen Gulden an, was werden aber die im Reste gebliebenen 52 anzeigen? K. Kreuzer.

L. Richtig! Denn wenn man von 112 Krn. 60 Kr. oder 1 fl. wegnimmt, so bleiben noch 52 Kr. Der ganze Preis der 12 ℔ wäre also? K. 1 fl. 52 Kr. 2 Pf.

L. Wenn wir nun unser 4tes Glied mit diesem von euch erst angegebenen Ausdrucke bezeichnen wollten, so würden wir 4 Benennungen in demselben haben, dem ungeachtet machten diese 3 Zahlen nur Ein Glied aus. — Nun vergeßt nicht, was ihr, ehe ihr das vorliegende Exempel ausrechnen konntet, thun mußtet, damit ihr andere ähnliche leicht

ausrechnen könnt. Ihr mußtet nämlich die mehrern Zahlen, womit das dritte Glied ausgedrückt war, in eine einzige verwandeln; oder: ihr mußtet dem dritten Gliede, welches mehr als Eine Benennung hatte, nur eine einzige Benennung geben. Wer kann mir diese beyden Sätze wiederholen? K. (wiederhohlen).

Jetzt lasse man eine Zeitlang Exempel, wie folgende, ansetzen und rechnen:

Wie hoch kommen 9 Ellen, wenn ihrer 2 mit 24 Krn. und 3 Pf. bezahlt werden? (E. E. Kr. Pf. 2 : 9. = 24. 3.)

Eine Elle kostet 26 Kr. 2 Pf.: was kosten 32 Ellen?

Ein Pfund kostet 11 Kr. 1 Pf.: was kosten 84 Pfund?

Ein Arbeiter verdient in Einem Tage 22 Kr. 2 Pf.: wie viel verdient er in 28 Tagen?

4 Pfund kosten 2 fl. Kr.: was kosten 36 Pfund?

5 Pfund kosten 3 fl. 18 Kr.: was kosten 27 Pfund?

Für 2 fl. erhalte ich 3 Pfund 8 Loth: wie viel bekomme ich für 24 fl.?

Für 3 fl. bekomme ich 7 Pfund 12 Loth: wie viel erhalte ich für 13 fl.?

8 Pfund kosten 3 fl. 12 Kr. 2 Pf. *): was kosten 32 Pfund?

Für 2 fl. bekomme ich 1 Pfund, 6 Loth, 3 Quint: wie viel bekomme ich für 7 fl. **)? U. s. w.

L. (wel-

*) Die Kinder werden gewiß leicht darauf kommen, daß hier die Gulden zu Kreuzern, und diese zu Pfennigen gemacht werden müssen.

**) Die hier gefundene vierte Proportionalzahl hat, wie leicht zu erachten, die Benennung Quint, welche die Kinder am Ende zu Lothen und Pfunden machen.

L. (welcher folgendes Exempel: fl. fl. fl.
3 : 15 = 2
an die Tafel geschrieben hat). Könntet ihr wohl dem 3ten Gliede da nicht noch eine benannte Zahl anhängen? K. Warum nicht!

L. Was für eine benannte Zahl könntet ihr denn noch hinzufügen? K. Wir könnten noch 6 ꝛc. Kreuzer hinzufügen.

L. Thut dieses. — So! Aber könntet ihr nicht noch eine dritte benannte Zahl hinzusetzen? K. Ja, wir könnten z. B. noch 1 ꝛc. Pfennig dazu setzen.

L. Thut dieses auch! — So! Wie viel Glieder haben wir jetzt von einer Proportion hier bemerkt? K. Drey.

L. Aber ich sehe ja 5 verschiedene Zahlen? K. Die drey letzten Zahlen machen nur Ein Glied aus.

L. Gut! Das dritte Glied besteht also im Grunde aus 3 Theilen. Hiebey merkt, daß, obgleich in unserm 3ten Gliede 3 verschiedene Benennungen vorkommen, die benannten Dinge doch alle auch einen gemeinschaftlichen Namen führen, weil sie zu einer und der nämlichen Art von Dingen, zum Gelde, gehören. Wenn es anders wäre, und z. B. unser 3tes Glied hieße: 2 fl. 6 Kr. 1 Loth; so wäre dieß ein Fehler. — Was müßten wir denn mit dem 3ten Gliede für eine Veränderung vornehmen, wenn wir dieses Exempel ausrechnen wollten? K. Wir müßten die Gulden zu Kreuzern und die Kreuzer zu Pfennigen machen, und

die dabey stehenden Kreuzer und Pfennige mit einrechnen.

L. Das heißt mit einem Worte: wir müßten das 3te Glied einrichten. Merkt diesen Ausdruck und seine Bedeutung, damit ich mich dessen in Zukunft bedienen kann. Wenn wir die in einem Gliede bezeichneten verschiednen Geld-, Maß- und Gewichtsorten in eine einzige verwandeln, um die kleinern mit in die Rechnung bringen zu können, so richten wir das Glied ein. — Daß das dritte von 3 zu einer Proportion gegebenen Gliedern aus mehrern Theilen bestehen könne, habt ihr aus mehrern Beyspielen gesehen, und seht ihr noch aus dem angeschriebenen Exempel, von welchem ich jedoch jetzt die Kreuzer und Pfennige wieder weglösche. Wie meynt ihr aber? sollte wohl außer dem dritten kein anderes Glied mehr noch so einen Anhang haben, oder aus mehrern Theilen bestehen können? K. (sagen ohne Zweifel:) Ja.

L. Welchem von den angeschriebenen Gliedern könntet ihr wohl noch so einen Anhang geben? K. Dem ersten *).

L. Richtig! Aber was könntet ihr noch anhängen? Ehe ihr antwortet, bedenkt, was ich erst gesagt habe, daß die Theile eines Gliedes alle entweder Maß, oder Gewicht, oder Geld anzeigen müssen. K. (sagen höchst wahrscheinlich:) Lothe.

*) Versteht sich, daß die Kinder auch sagen können: dem 2ten. Diese Antwort ändert aber in der Hauptsache den Gang, den ich oben nehme, nicht.

L. Gut! Wir wollen also noch etwa 32 Loth hersetzen. Meynt ihr nicht? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil 32 Loth ein Pfund ausmachen, und wir dann sagen müßten: 4 ℔.

L. Freylich! Nun wie viel Lothe wollen wir denn noch anhängen? K. (sagt z. B. 6 Loth.)

L. Gut! Jetzt heißt also unsere Aufgabe: wie sich verhalten 3 ℔ und 6 Loth zu 15 ℔, so verhalten sich 2 fl. zu der gesuchten 4ten Proportionalzahl. (℔ L. ℔ fl. / 3. 6 : 15 = 2) Das hieße mit andern Worten: Ich kaufe 3 ℔ und 6 Loth von einer gewissen Waare für 2 fl.: was kosten sonach 15 ℔? Wer sagt mir das nach? K. (wiederhohlen).

L. Nun hätten wir also ein Exempel, wo das erste Glied aus 2 Theilen besteht. Was glaubt ihr wohl, daß jetzt zu thun sey, ehe wir das 4te Glied suchen können? K. (schließen größtentheils von den vorigen Fällen auf den gegenwärtigen, und sagen:) Man muß die 3 ℔ zu Lothen machen und die 6 Loth dazu addiren. (Man muß das erste Glied einrichten.)

L. Ganz recht! Macht es so. K. (rechnen:

℔	L.
3	6
32	

102 Loth.

L. Unser erstes Glied heißt also jetzt: 102 Loth, und das 2te heißt: 15 ℔. Geht denn aber dieses an?

an? Dürfen die 2 Glieder eines Verhältnisses 2 verschiedene Benennungen haben? K. Nein.

L. Nun da haben wir uns also durch das Einrichten des ersten Gliedes eine neue Schwierigkeit verursacht. Wie wird diese zu heben seyn? K. —

L. Einerley Benennung sollen, wie ihr wißt, die beyden ersten Glieder haben: wem fällt wohl ein, was wir etwa thun könnten, um beyden Gliedern einerley Benennung zu verschaffen? K., (wenn sie nur etwas nachdenken, sagen:) Wir dürfen ja nur die 15 ℔ auch zu Lothen machen.

L. Getroffen! Thut dieses. — So! Jetzt heißt unser 2tes Glied 480 Loth, und das Ganze wird gelesen — nun wie? K. Wie sich verhalten 102 Loth zu 480 Lothen, so ꝛc.

L. Gut! Daß wir jetzt nur die Namen des Gewichts, aber das Gewicht nicht selbst verändert haben, wißt ihr schon recht gut, denn 102 Loth sind 3 ℔ und 6 Loth, und 480 Loth sind 15 ℔. Jetzt haben wir unser ganzes Exempel eingerichtet und haben dadurch 3 Glieder erhalten, zu dem ihr mit leichter Mühe das 4te suchen könnt. Sucht es.

K. (rechnen:

L.	L.	fl.
102	: 480	= 2

2

102 | 96.0 | $9\frac{42}{102}$ fl. = $9\frac{7}{17}$ fl.)
| 918 |
:42

L. Bey

L. Bey diesem Exempel habt ihr etwas Neues gelernt: wer kann mir wohl sagen, was? K. — *).

L. Durfte denn hier nur das Glied, welches aus mehrern Theilen bestand, mit einer andern Zahl ausgedrückt werden? K. Nein, auch das zweyte mußte mit einer andern Zahl ausgedrückt werden.

L. Aber warum denn? Es hatte ja keinen Anhang mehr; hatte nur eine einzige Benennung? K. Damit es mit dem ersten einerley Benennung erhielt.

L. Richtig! Aus diesem Falle könnt ihr schon schließen, was zu thun ist, wenn das erste Glied einer Proportion mit einer andern Zahl ausgedrückt wird, und eine andere Benennung erhält, als es anfänglich hatte. K. Da muß das 2te auch mit einer andern Zahl ausgedrückt werden und die Benennung des ersten erhalten.

L. Wenn es nämlich nicht schon die Benennung des eingerichteten ersten hat. Nun rechnet folgendes Exempel: 4 ℔ 12 Loth kosten 3 fl.: was kosten 8 ℔? K. (setzen an und rechnen:

℔	L.	℔	fl.
4	12	: 8	= 3
32		32	
128		256	L.
12		3	
140 L.		140 | 768 |	$5\frac{68}{140}$ fl. = $5\frac{17}{35}$ fl.)
		700	
		68	

L. Wer

*) Viele Kinder geben gleich die richtige Antwort.

L. Wer kann mir alles, was ihr jetzt nach und nach gethan habt, in der Ordnung, wie ihr es gethan habt, sagen? K. Erst haben wir die im ersten Gliede bezeichteten 4 ℔ zu Lothen gemacht und dazu die angehängten 12 Lothe addirt u. s. w.

L. Nun sagt mir, warum ihr die im ersten Gliede bezeichneten Pfunde zu Lothen machen mußtet? K. Damit wir die angehängten (12) Lothe mit in die Rechnung bringen konnten.

L. Gut! Aber warum mußtet ihr die im 2ten Gliede bemerkten Pfunde zu Lothen machen? K. Damit dieses mit dem ersten gleiche Benennung erhielt. Denn die 2 Glieder eines Verhältnißes müssen einerley Namen haben.

L. Woher wußtet ihr denn, daß die Zahl $\frac{17}{35}$ nichts anders als Gulden anzeigte? K. Aus der Benennung des 3ten Gliedes, welches ja den Namen Gulden führt *).

Jetzt werden Exempel, wie folgende, gerechnet:

2 Pfund 9 Loth kosten 54 Kr.: was kosten 6 Pfund?
1 — 28 — — 52 Kr.: — — 12 — ?
4 — 20 — — 2 fl.: — — 18 — ?

Für 2 fl. 16 Kr. erhält man 3 Ellen: wie viel Ellen bekommt man für 8 fl.?

Für 2 fl. 45 Kr bekommt man 5 Maß: wie viel Maß bekommt man für 12 fl.?

1 Cents

*) So frage man in der Folge immer nach den Gründen des Verfahrens und der Benennung der gefundenen Zahl.

1 Centner 48 Pfund kosten 92 fl.: was kosten 3 Centner?
24 Pfund 28 Loth kosten 52 fl.: was kostet 1 Pfund?
Für 1 fl. 12 Kr. kaufe ich 6 Pfund Fleisch: wie viel erhalte ich für 9 fl.?
1 Pfund Fleisch kostet 11 Kr. 3 Pf.: wie viel erhalte ich für 55 Kr.? (Kr. Pf. Kr. Pfund
11 3 : 55 = 1).

L., (welcher an die Tafel geschrieben hat:
℔ L. ℔ fl.
2. 4 : 6 = 3). In diesem Exempel besteht, wie ihr seht, das erste Glied aus 2 Theilen: sollte es wohl nicht möglich seyn, noch einen Theil, also noch eine kleinere Gewichtsorte hinzuzufügen? K. Warum nicht?

L. Was für eine Gewichtsorte wolltet ihr denn etwa noch hinzusetzen? K. Quinte.

L. Welches ist denn die höchste Anzahl von Quinten, die ihr noch hinzufügen könntet? K. 3.

L. Warum denn nur 3? K. Weil 4 Quint schon ein Loth ausmachen.

L. Recht! Denn wenn ihr setztet: 4 Loth und 4 Quint, so machte das 5 Loth. Nun setzt noch 3 Quint dazu. — So! Jetzt heißt unser Exempel: wie sich verhalten — nun fahrt fort. K. 2 ℔, 4 Loth und 3 Quint zu 6 ℔, so ꝛc.

L. Wie viel von irgend einer Waare bekommen wir also nach diesem Ansatze für 3 fl. K. 2 ℔, 4 Loth und 3 Quint.

L. Welche

L. Welche Benennung wird denn wohl jetzt das erste Glied erhalten müssen? K. Quint.

L. Warum Quint? K. Damit wir die 3 angehängten Quinte mit einrechnen können.

L. Aber was für eine Gewichtssorte müßt ihr aus den Pfunden machen, ehe ihr sie in Quinte verwandelt? K. Loth.

L. Nun so richtet das erste Glied ein. K. (rechnen: ℔ L. Q. 2 4 3).

32

68

4

275 Quint.

L. Ihr habt also statt der 2 ℔ ꝛc. 275 Quint. Was werdet ihr wohl jetzt thun müssen, da ihr im ersten Gliede Quinte im 2ten Pfunde habt? K. Wir müssen die Pfunde des 2ten Gliedes auch in Quinte verwandeln.

L. Warum denn? K. Damit die beyden ersten Glieder, wie sichs gehört, einerley Namen bekommen.

L. Nun so verwandelt die 6 ℔ in Quinte. Dieses geschieht am bequemsten, wenn ihr sie erst zu Lothen und dann diese zu Quinten macht. K. (rechnen: ℔ 6).

32

192 Loth

4

768 Quint:

L Jetzt

L. Jetzt ist unser Exempel wieder eingerichtet: lest mirs her. K. 275 Quint verhalten sich zu 767 Quinten, wie ꝛc.

L. Nun rechnet es auch aus. K. (thun dieses.)

L. In diesem Exempel (das noch an der Tafel steht) hatte das erste Glied mehrere Theile, aber neulich rechneten wir welche, wo dieses der Fall beym 3ten Gliede war. Nun möchte ich wissen, ob nicht außer dem ersten und 3ten noch ein Glied aus mehreren Theilen bestehen könnte. K. Warum nicht? Man kann ja dem 2ten mehrere Theile geben.

L. Allerdings! Ich schreibe hieher: ℔ ℔ fl.
3 : 8 = 2,
sagt jetzt, was ihr dem 2ten Gliede noch für Theile anhängen wollt. K. Wir können noch 8 ꝛc. Loth, oder 8 ꝛc. Loth und 2 ꝛc. Quint anhängen.

L. Gut! Wir wollen erst nur die 8 Loth anhängen. Wir haben also jetzt den Ansatz:

℔ ℔ L. fl.
3 : 8 8 = 2

Lest mir ihn her. K. Wie 3 ℔ sich verhalten zu 8 ℔ und 8 Loth, so verhalten sich 2 fl. zu dem zu suchenden 4ten Gliede.

L. Das hieße auch mit andern Worten: 3 ℔ kosten 2 fl.: was kosten 8 ℔ und 8 Loth? Sagt mir diese Aufgabe nach. K. (wiederhohlen).

L. Was wird wohl jetzt zu thun seyn, daß wir, ohne jedoch am Gewichte etwas zu verändern, nur 3 Zahlen bekommen? K. Wir müssen die im 2ten Gliede angegebenen Pfunde zu Lothen machen und die angehängten 8 Loth mit einrechnen.

L. Macht dieses so. K. (rechnen:

℔	L.
8	8)
32	

264 Loth.

L. Nun haben wir statt 8 ℔ und 8 Loth, 264 Loth. Haben denn aber jetzt die beyden ersten Glieder einerley Benennungen? K. Nein.

L. Daß sie aber einerley Benennungen haben müssen, wißt ihr. . Was wird also zu thun seyn, um den beyden ersten Gliedern einerley Namen zu verschaffen? K. Wir machen die 3 Pfund, welche im ersten Gliede stehen, zu Lothen.

L. Das ist recht! Thut dieses. K. (rechnen:

℔
3)
32

96 Loth.

L. Jetzt haben wir, was wir brauchten, nämlich einerley Benennung für die 2 Glieder des ersten Verhältnisses. Nun heißt unser Ansatz: wie sich 96 Loth zu 264 Lothen verhalten, so ꝛc.

L. Was habt ihr jetzt zu thun, um die verlangte 4te Proportionalzahl zu finden? K. Wir müssen das 2te Glied mit dem 3ten multipliciren ꝛc.

L. Wie aber, wenn ich über die 8 Pfund und 8 Loth noch 2 Quint kaufte, und also im 2ten Gliede, wie ich jetzt thue, noch 2 Quint bemerke? Was ist da zu thun? K. Da machen wir erstlich die 264 Loth zu Quinten und rechnen die 2 Quinte mit

ein;

ein; zweytens verwandeln wir auch die 96 Loth im ersten Gliede zu Quinten.

L. Das ist alles recht! Macht es nur so, und sucht dann das 4te Glied. K. (rechnen das Exempel gehörig aus.)

L. Jetzt sagt mir, was alle Mahl zu thun ist, wenn wir mit dem einen der 2 ersten Glieder eine Namen- und Zahlveränderung vorgenommen haben? K. Da müssen wir mit dem andern Gliede auch eine solche Namen- und Zahlveränderung vornehmen.

L. Dürfen wir diesem andern Gliede einen Namen geben, welchen wir wollen? K. Nein, wir müssen ihm den Namen geben, welchen das eine bekommen hat.

L. Gut! Merkt nur recht, daß die 2 Glieder eines Verhältnißes immer einerley Benennung haben müssen. Nunmehr werdet ihr mir jedes von den folgenden Exempeln, wo bald gar kein, bald das erste, bald das 2te, bald das 3te Glied aus mehrern Theilen besteht, gehörig ausrechnen können.

Jetzt werden Exempel, wie folgende, aufgegeben.

Ein Zuckerhut wiegt 8 Pfund, 12 Loth, 3 Quint; das Pfund dieses Zuckers kostet 38 Kr.: wie hoch kommt der ganze Zuckerhut?

(Ansatz: Pf. Pf. L. Q. Kr.
1 : 8 12 3 = 38)

Ein Schinken wiegt 9 Pfund 26 Loth; das Pfund kostet 14 Kr.: wie hoch kommt der ganze Schinken?

(Ansatz: Pf. Pf. L. Kr.
1 : 9 26 = 14)

Ein Pfund Schmalz kostet 21 Kr. 2 Pf.: was kosten 32 Pfund?

Ein Zentner dürre Zwetschgen kostet 14 fl.: wie hoch kommen 2 Pfund *)?

Ein Centner dürre Zwetschgen kostet 12 fl.: wie hoch kommt das Pfund?

Ein Pf. Butter kostet 22 Kr.: wie hoch kommen 4 Loth?

3 Pfund, 12 Loth, 3 Quint kosten 5 fl.: wie hoch kommen 9 Pfund?

1 Pfund kostet 26 Kr.: wie hoch kommen 4 Pf., 21 Loth, 2 Quint?

1 Elle kostet 1 fl. 12 Kr. 3 Pf.: was kosten 24 Ellen?

Für 8 fl. bekomme ich 24 Ellen: wie viel Ellen erhalte ich für 1 fl. 20 Kr.?

1 Pf. kostet 1 fl. 15 Kr. 1 Pf.: wie hoch kommen 32 Pf.?

1 Pf. kostet 18 Kr.: wie hoch kommt 1, 2, 3 ꝛc. Centner? U. s. w.

L. (welcher an die Tafel geschrieben hat: Ich kaufe 1 Pfund 8 Loth für 28 Kr. 3 Pf.: was kosten 6 Pfund?) Wer von euch kann wohl dieses Exem-

*) Wenn die Kinder ansetzen: $\frac{\text{Cent.}}{1} : \frac{\text{Pf.}}{2} = \frac{\text{fl.}}{14}$; so werden sie gewiß gleich einsehen, daß hier der Centner zu Pfunden gemacht werden muß, damit die beyden ersten Glieder einerley Namen bekommen. Der nämliche Fall findet statt, wo in dem einen Gliede Pfunde ꝛc. im andern Lothe ꝛc. angegeben sind.

Exempel gehörig ansetzen, also die Zahlen so ordnen, daß wir 3 Glieder einer Proportion bekommen, wozu wir das 4te finden können? K. (setzen ohne Zweifel an:

℔	ℒ.	℔	Kr.	Pf.
1	8 :	6 =	28	3)

L. Besteht hier auch nur Ein Glied aus mehrern Theilen, wie bey den meisten Exempeln, die wir zuletzt gerechnet haben? K. Nein.

L. Was bemerkt ihr also an diesem Exempel, was ihr bisher noch an keinem bemerkt habt? K. Daß hier das erste und 3te Glied aus 2 (mehrern) Theilen bestehen, da in den bisherigen Beyspielen immer nur Ein Glied mehrere Theile hatte.

L. Gut! Und nun könnt ihr mir sagen, ob bey einem Regeldetriexempel etwa nur Ein Glied aus mehrern Theilen bestehen, oder ob dieses der Fall bey mehrern Gliedern seyn könne? K. Es kann der Fall bey mehrern Gliedern seyn.

L. Bey wie viel Gliedern ist denn dieses der Fall in unserm Exempel? K. Bey zweyen.

L. Wie meynt ihr, sollte man wohl dem dritten — in unserm Exempel den mittlern — Gliede nicht auch noch so ein Anhängsel geben können, wie den übrigen beyden? K. Ja.

L. Wir wollen dieses thun, und noch 16 Loth dazu setzen. — So! Wie muß jetzt das Ganze gelesen werden? K. Wie sich verhalten 1 Pf. und 8 Loth zu 6 Pf. und 16 Loth, so ꝛc.

L. Und wie lautet denn eigentlich die Frage, die wir zu Folge dieses Ansatzes beantworten sollen?
K. Was kosten 6 Pf. 16 Loth?

L. Gut! Aber diese Frage kann man nicht beantworten, wenn man nicht schon weiß, was ein gewisser Theil von den 6 Pf. und 16 Lothen kostet. Wissen wir denn dieses? K. Ja.

L. Von welchem Theile ist uns denn der Preis bekannt? K. Von 1 Pf. und 8 Lothen.

L. Und was kostet denn dieser Theil? K. 28 Kr. 3 Pfennig.

L. Was müssen wir denn jetzt erst für eine Veränderung mit diesem Exempel vornehmen, ehe wir das 4te Glied suchen können? K. Wir müssen es einrichten.

L. Recht! Thut dieses, und merkt dabey, daß nicht etwa nur ein, oder zwey, sondern alle drey Glieder eines Regeldetriexempels aus mehrern Theilen bestehen können. K. (rechnen das aufgegebene Exempel und finden die Zahl 598).

L. Recht! Diese Zahl ist die 4te Proportionalzahl zu diesen dreyen (hinzeigend). Aber welche Benennung muß diese Zahl erhalten? K. Pfennige.

L. Richtig! Aber woher wißt ihr dieses? K. Daher, weil das 3te (eingerichtete) Glied auch die Benennung Pfennige hat. Denn die 2 Glieder eines Verhältnißes müssen ja einerley Namen haben.

L. Das war gut geantwortet! Jetzt verwandelt nur noch die Pfennige in Kreuzer und Gulden.

Nunmehr werdet ihr Exempel, wie folgende, ohne allen Anstoß rechnen können.

4 Loth und 3 Quint kosten 7 Kr. 2 Pf.: was kosten 29 Loth und 1 Quint?

2 Pfund 15 Loth kosten 1 fl. 45 Kr.: was kosten 6 Pfund 12 Loth?

1 Centn. 36 Pfund kosten 54 fl. 36 Kr.: was kosten 4 Centn. 12 Pfund?

1 Pfund 18 Loth 3 Quint kosten 1 fl. 20 Kr. 3 Pf.: was kosten 8 Pfund 20 Loth *)?

1 Centn. 74 Pfund 24 Loth kosten 86 fl. 54 Kr.: was kosten 2 Centn. 38 Pfund?

1 Elle kostet 2 fl. 12 Kr. 2 Pf.: was kosten 25 Ellen?

1 Klafter Holz kostet 8 fl. 7 Kr. 2 Pf.: was kosten 12 Klafter?

1 Maß Hirse kostet 11 Kr. 3 Pf.: was kosten 4 Metzen und 5 Maß?

Für 1 fl. 7 Kr. 2 Pf. bekomme ich 5 Pfund 18 Loth 3 Q.: wie viel bekomme ich für 1 fl. 3 Kr 3 Pf.?

Für 12 fl. 54 Kr. bekomme ich 8 Pfund 6 Loth: wie viel erhalte ich für 2 fl. 24 Kr.?

Ein Mensch braucht täglich 1 fl. 18 Kr. 3 Pf.: wie viel braucht er in Einer Woche (7 Tagen)?

In 2 Wochen und 3 Tagen braucht jemand 12 fl. 24 Kr.: wie viel braucht er in 5 Wochen und 6 Tagen? u. s. w.

---

*) Die Kinder müssen nunmehr darauf kommen, daß dieses Glied nicht nur zu Lothen, sondern auch zu Quinten gemacht werden müsse, da ja sonst die beyden Glieder des ersten Verhältnißes nicht einerley Benennung hätten.

L. Wer setzt mir folgendes Exempel richtig an: 2 ℔ kosten $\frac{3}{4}$ fl.: was kosten 6 ℔? K. (setzen an:

℔	℔	fl.
2	: 6	= $\frac{3}{4}$).

L. Gut so! Wer sagt mir, worin dieses Exempel von allen bisher gerechneten abweicht? K. Darin, daß hier (im 3ten Gliede) ein Bruch vorkommt.

L. Richtig! Wir werden jetzt Regeldetriexempel, worin Brüche vorkommen, rechnen. Was muß denn mit dem 2ten und 3ten Gliede hier vorgenommen werden, wenn wir das 4te Glied finden wollen? K. Wir müssen sie beyde mit einander multipliciren.

L. Wer weiß noch, wie man es macht, wenn man eine ganze Zahl und einen Bruch mit einander multipliciren will? K. Man schreibt die ganze Zahl in Form eines Bruches, indem man unter sie 1 als Nenner setzt, dann wird Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplicirt. Das Product der Zähler giebt den neuen Zähler und das Product aus den Nennern den neuen Nenner.

L. Da ihr dieses so gut behalten habt, so werdet ihr ohne Anstoß das 2te und 3te Glied mit einander multipliciren können. K. (rechnen: $\frac{6}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{18}{4}$).

L: Nun haben wir das Product aus den beyden mittlern Gliedern: was müssen wir jetzt thun? K. Wir müssen dieses Product mit dem ersten Gliede dividiren.

L. Was

L. Was müßt ihr aber erst dem ersten Gliede, da es eine ganze Zahl ist, für eine Form geben?
K. Die Form eines Bruches.

L. Thut dieses, und dividirt dann mit dem ersten Gliede das gefundene Product. K. (rechnen: $\frac{18}{4} : [\frac{2}{1}] \frac{1}{2} = \frac{18}{8} = 2\frac{1}{4}$).

L. Recht so! Was bekommt aber die gefundene Zahl ($2\frac{1}{4}$) für eine Benennung? K. Gulden.

L. Warum muß sie diese Benennung erhalten?
K. Weil das 3te Glied auch diese Benennung hat.

L. Freylich! Nun sagt mir, ob wir hier unser 4tes Glied nicht auf eine bequemere Weise hätten finden können? K. O ja!

L. Wie denn? K. Wenn wir das dritte Glied mit dem Anzeiger des ersten Verhältnisses multiplicirt hätten.

L. Welche Zahl ist denn der Anzeiger des ersten Verhältnisses? K. 3.

L. 3 Mahl $\frac{3}{4}$ macht —? K. $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

L. Richtig! So wie also 6 drey Mahl mehr als 2 ist, so ist $2\frac{1}{4}$ drey Mahl mehr als $\frac{3}{4}$. Nun könnt ihr ohne alle Schwierigkeit Regeldetrieexempel, wie folgende, deren 3tes Glied ein Bruch ist, ausrechnen.

2 Ellen kosten $\frac{3}{5}$ fl.: was kosten 8 Ellen?
3 — — $\frac{4}{5}$ fl.: — — 16 —?

Für 18 Kr. erhalte ich $\frac{3}{4}$ ℔: wie viel bekomme ich für 54 Kr.?

Für 9 Kr. erhalte ich $\frac{2}{3}$ ℔: wie viel bekomme ich für 48 Kr.?

1 Pfund kostet $\frac{2}{3}$ fl.: was kosten 12 Pfund? Für 16 fl. bekomme ich $\frac{3}{8}$ Centn.: wie viel erhalte ich für 85 fl.? U. s. w.

L. Wer kann folgendes Exempel gehörig ansetzen: $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $\frac{2}{3}$ fl.: wie viel kosten 9 ℔? K. (setzen an: $\frac{\text{℔}}{\frac{3}{4}} : \frac{\text{℔}}{9} = \frac{\text{fl.}}{\frac{2}{3}}$)

L. Richtig! Wie sich $\frac{3}{4}$ ℔ zu 9 ℔ verhalten, so ꝛc. Wodurch ist denn dieses Exempel von den zuletzt gerechneten unterschieden? K. Dadurch, daß hier 2 Glieder aus Brüchen bestehen.

L. In welcher Form müßt ihr denn das 2te Glied schreiben, ehe ihr rechnet? K. In der Form eines Bruches, welches geschieht, indem wir 1 als Nenner unter 9 setzen.

L. Thut das, und rechnet das Exempel, welches, wie ihr wißt, gerade wie die vorigen gerechnet wird, aus. K. (rechnen:

$$\frac{\text{℔}}{\frac{3}{4}} : \frac{\text{℔}}{\frac{9}{1}} = \frac{\text{fl.}}{\frac{2}{3}}$$

$\frac{9}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{18}{3}$ (Product aus dem 2ten und dritten Gliede).

$\frac{18}{3} : [\frac{3}{4}] \frac{4}{3} = \frac{72}{9} = 8$ (Quotient aus dem erst gefundenen Producte dividirt durch das erste Glied).

L. Das war recht gerechnet! Welche Benennung erhält die gefundene Zahl 8? K. Gulden.

L. War-

L. Warum Gulden? K. Weil das 3te Glied diese Benennung hat.

L. Nunmehr wird und muß es euch ganz einerley seyn, ob in einem Regeldetriexempel in Einem, oder in 2, oder in den 3 Gliedern ein Bruch vorkommt, denn das Verfahren beym Rechnen ist immer das nämliche, und, wie ihr seht, für euch, die ihr im Multipliciren und Dividiren mit Brüchen geübt seyd, gar nicht schwer. Vergeßt nur nie, jede ganze Zahl gleich in der Form eines Bruches zu schreiben. Nur zum Uiberfluße wollen wir uns eine Zeit lang mit Ausrechnung solcher Exempel, worin Brüche vorkommen, beschäftigen.

Jetzt lasse man folgende und ähnliche Exempel ausrechnen:

$\frac{1}{2}$ Schock Eyer kostet $\frac{1}{3}$ fl.: was kosten 3 Schock?

$\frac{1}{2}$ ℔ Fleisch kostet $\frac{1}{12}$ fl.: was kosten 16 ℔?

1 ℔ Fleisch kostet $\frac{1}{6}$ fl.: was kostet $\frac{1}{4}$ ℔?

$\frac{2}{3}$ Ellen kosten $\frac{4}{5}$ fl.: was kosten $\frac{8}{9}$ Ellen?

$\frac{3}{4}$ Ellen kosten $\frac{5}{8}$ fl.: was kosten 36 Ellen?

24 Ellen kosten 18 fl.: was kosten $\frac{2}{3}$ Ellen?

Für $\frac{2}{5}$ fl. bekommen ich $\frac{3}{4}$ Ellen: wie viel erhalte ich für $\frac{7}{8}$ fl.?

1 Centner kostet 16 fl.: wie hoch kommen $\frac{7}{8}$ Centner?

1 Klafter Holz kostet 11 fl.: wie hoch kommt $\frac{1}{12}$ Klafter?

Für

Für $\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ fl. bekomme ich $\frac{3}{4}$ Maß Wein: wie hoch kommt Eine Maß?

$$\left(\begin{array}{ccc} \text{M.} & \text{M.} & \text{fl.} \\ \frac{3}{4} & : \; 1 & = \; \frac{1}{1\frac{1}{2}} \end{array}\right)$$

Für $\frac{7}{8}$ fl. erhalte ich $\frac{2}{3}$ Elle: wie hoch kommt Eine Elle? U. s. w.

K. Bey euren bisher gerechneten Regeldetrieexempeln bestand jedes einzelne Glied entweder bloß aus einer ganzen Zahl, oder bloß aus einem Bruche: giebt es nicht noch einen dritten Fall, wo nämlich irgend ein Glied weder bloß aus einer ganzen Zahl, noch bloß aus einem Bruche bestünde? K. Ja, es kann aus einer gemischten Zahl bestehen.

L. Allerdings! Ich will geschwind ein Exempel, wo dieser Fall statt findet, aufgeben. 3 ℔ kosten 2 fl.: wie hoch kommen $5\frac{3}{4}$ ℔? Wer setzt dieses Exempel gehörig an? K. (setzen an:

$$\left(\begin{array}{ccc} \text{℔} & \text{℔} & \text{fl.} \\ 3 & : \; 5\frac{3}{4} & = \; 2 \end{array}\right)$$

L. Was haben wir neulich mit einer vermischten Zahl für eine Veränderung vorgenommen, ehe wir mit ihr multiplicirt oder dividirt haben? K. Wir haben sie in einen unächten Bruch verwandelt.

L. Was werdet ihr also hier für eine Veränderung mit der vermischten Zahl $5\frac{3}{4}$ vornehmen müssen, ehe ihr rechnen könnt? K. Wir müssen sie in einen unächten Bruch verwandeln.

L. Und

L. Und wenn das geschehen ist? K. Dann schreiben wir das erste und dritte Glied in der Form eines Bruches, und verfahren wie gewöhnlich.

L. Das ist alles recht! Ein Regeldetriexempel, wo in einem, oder in zwey oder in den 3 Gliedern eine vermischte Zahl vorkommt, kann euch also auch keine Schwierigkeit machen. Was dürft ihr nur mit jeder vermischten Zahl, die in solchen Exempeln vorkommt, thun? K. Sie in einen unächten Bruch verwandeln.

L. Nun rechnet das erst angesetzte Exempel aus.

K. (rechnen: ℔ ℔ fl.
$\frac{3}{1} : 5\frac{3}{4} = \frac{2}{1}$

$2\frac{3}{4}$

$2\frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{46}{4}$

$\frac{46}{4} : [\frac{3}{1}] \frac{1}{2} = \frac{46}{12} = 3\frac{10}{12} = 3\frac{5}{6}$ fl.)

L. Recht so! Die $5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $3\frac{5}{6}$ fl. Nun rechnet mir folgendes Exempel: 4 Ellen kosten $7\frac{3}{5}$ fl. was kosten $12\frac{1}{2}$ Elle? K. (rechnen:

Ellen Elle fl.
$4 : 12\frac{1}{2} = 7\frac{3}{5}$

$\frac{4}{1}$ $\frac{25}{2}$ $\frac{38}{5}$

$\frac{25}{2} \times \frac{38}{5} = \frac{950}{10}$

$\frac{950}{10} : [\frac{4}{1}] \frac{1}{4} = \frac{950}{40} = \frac{95}{4} = 23\frac{3}{4}$ fl.)

Nun werden folgende und ähnliche Exempel aufgegeben:

$3\frac{1}{2}$ Centner kosten $274\frac{2}{3}$ fl.: wie hoch kommen $1\frac{5}{8}$ Centner?

$4\frac{3}{4}$ ℔ kosten 25 Kr.: was kosten $28\frac{5}{8}$ ℔?

$12\frac{1}{3}$ Elle kosten $6\frac{5}{8}$ fl.: was kosten 3 Ellen?

1 Elle

1 Elle kostet $1\frac{3}{4}$ fl.: was kosten $27\frac{3}{5}$ Ellen?
36 Ellen kosten $28\frac{7}{9}$ fl.: wie hoch kommt 1 Elle?
$1\frac{3}{4}$ Centner kosten $22\frac{2}{3}$ fl.: wie hoch kommen $2\frac{1}{3}$ Centner?
1 Eymer kostet $18\frac{4}{5}$ fl.: wie hoch kommen $7\frac{3}{4}$ Eymer?

L. Der wie vielste Theil von einem Kreuzer ist denn 1 Pfennig? K. Der 4te.

L. Wie könnten wir denn da einen Pfennig nennen, wenn wir ihn als einen Theil von einem Kreuzer (als Kreuzer-Bruch) betrachten wollten? K. $\frac{1}{4}$ Kreuzer.

L. Recht so! Wie wollt ihr denn 2 Pfennige nennen, wenn wir sie als einen Kreuzerbruch betrachten wollen? K. $\frac{1}{2}$ Kreuzer.

L. Und 3 Pfennige? K. $\frac{3}{4}$ Kreuzer.

L. Wie viel Pfennige hat denn ein Groschen? K. 12.

L. Der wie vielste Theil von einem Groschen ist also 1 Pfennig? K. Der 12te.

L. Wie müßt ihr also 1 Pf., als Groschenbruch betrachtet, nennen? K. $\frac{1}{12}$tels Gr.

L. Und wie nennt ihr 2 Pf., als Groschenbruch betrachtet? K. $\frac{2}{12}$ Gr.

L. Zu jedem Bruche, dem man eine kleinere Benennung geben kann, fügt diese gleich hinzu. Hier z. B. sagt ihr: $\frac{2}{12}$ oder $\frac{1}{6}$ Gr. Wie nennt ihr 3 Pf. als Groschenbruch betrachtet? K. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ Gr.

L. Und

L. Und 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 Pfennige?
K. $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$ ꝛc. Gr.

L. Wie viel Pfennige hat denn ein Gulden?
K. 240.

L. Der wie vielste Theil eines Guldens ist also 1 Pf.? K. Der 240ste.

L. Wie müßt ihr also 1 Pf., als Guldenbruch betrachtet, nennen? K. $\frac{1}{240}$ fl.

L. Und 2 Pf.? K. $\frac{2}{240} = \frac{1}{120}$ fl.

L. Und 3 Pf.? K. $\frac{3}{240} = \frac{1}{80}$ fl.

L. Und 4 Pf.? K. $\frac{1}{60}$ fl.

L. Und 5 Pf.? U. s. w.

L. Der wie vielste Theil von einem Gulden ist denn 1 Kr.? K. Der 60ste.

L. Wie muß man also 1 Kr., als Guldenbruch betrachtet, nennen? K. $\frac{1}{60}$ fl.

L. Und 2 Kr.? K. $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ fl. U. s. w.

L. Der wie vielste Theil von einem Lothe ist denn 1 Quint? K. Der 4te.

L. Wie muß man daher 1 Quint, als Lothbruch betrachtet, nennen? K. $\frac{1}{4}$ Loth.

L. Und 2 Quint? K. $\frac{1}{2}$ Loth.

L. Und 3 Quint? K. $\frac{3}{4}$ Loth.

L. Wie viel Quint hat denn 1 ℔? K. 128.

L. Wie muß man daher ein Quint, als Pfundbruch betrachtet, nennen? K. $\frac{1}{128}$ ℔. U. s. w.

L. Wie viel Quint hat aber ein Centner? K. 12800.

L. Wie

L. Wie muß man also 1 Quint nennen, wenn man es als Centnerbruch betrachtet? K. $\frac{1}{128}$.

L. Wie nennt man aber 1 Loth, als Centnerbruch betrachtet? K. $\frac{1}{32}$.

L. Und wie nennt man 1 Loth, als Pfundbruch betrachtet? K. $\frac{1}{2}$ ℔

Auf diese Weise übe man die Kinder, jede Anzahl von Einheiten einer kleinern Maß- Münz- und Gewichtsorte als Bruch einer höhern Sorte auszudrücken. — Die gegebene Zahl der Einheiten der niedrigern Sorte giebt den Zähler und die Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten der niedrigern Sorte eine Einheit der höhern Sorte in sich begreift, giebt den Nenner des Bruches.

L., (welcher an die Tafel geschrieben hat: ℔ Loth fl. $\frac{3}{4} : 6 = \frac{2}{3}$) Kann man wohl die zwey ersten Glieder ($\frac{3}{4}$ u. 6) ein Verhältniß nennen? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil nicht beyde Zahlen einerley Benennung haben.

L. Richtig! Aber da können wir auch dieses Exempel, wenn wir keine Veränderung mit ihm vornehmen, nicht ausrechnen. Denn die ersten zwey Glieder müssen nothwendig einerley Benennung haben. Seyd ihr wohl nicht im Stande, dem 2ten Gliede statt der Benennung Loth, die Benennung Pfund zu geben? K. Ey ja! Wir dürfen nur statt 6 Loth $\frac{6}{32} = \frac{3}{16}$ ℔ setzen.

L. Recht! Macht es so, und befolgt dadurch die Regel: man muß den beyden ersten

Gliedern, wenn sie nicht einerley Benennung haben, diese verschaffen, dann hat die Ausrechnung dieses Exempels keine Schwierigkeit. K. Ordnen und rechnen:

℔	ß.	fl.
$\frac{3}{4}$	: 6 =	$\frac{2}{3}$ =

℔	℔	fl.
$\frac{3}{4}$	: $\frac{3}{16}$ =	$\frac{2}{3}$
	$\frac{3}{16}$ × $\frac{2}{3}$ =	$\frac{6}{48}$
	$\frac{6}{48}$: [$\frac{3}{4}$] $\frac{4}{3}$ =	$\frac{24}{144}$ = $\frac{1}{6}$ fl.)

L. Wie werdet ihr denn nun folgendes Exempel ansetzen: Für $\frac{2}{3}$ fl. erhalte ich $2\frac{1}{2}$ ℔: wie viel bekomme ich für 5 Kr.? K. Da verwandeln wir die 5 Kr. in einen Guldenbruch, nämlich in $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ fl.

und setzen an:

fl.	fl.	℔
$\frac{2}{3}$	: $\frac{1}{12}$ =	$2\frac{1}{2}$.

L. Nun sehe ich schon, daß ihr euch bey ähnlichen Exempeln werdet helfen können.

Jetzt werden Exempel, wie folgende, gerechnet:

$\frac{5}{8}$ ℔ kosten $\frac{3}{4}$ fl.: wie hoch kommen 3 Quint?

3 Quint kosten 5 Pf.: wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ ℔?

1 Quint kostet 3 Pf.: wie hoch kommen $18\frac{1}{2}$ Loth?

$\frac{3}{8}$ Centn. kosten $16\frac{3}{4}$ fl.: was kosten 5 ℔?

$\frac{2}{3}$ Centn. kosten 32 fl.: wie hoch kommen 12 Loth?

2 Loth kosten 5 Kr.: was kosten $\frac{5}{8}$ ℔?

Für $\frac{3}{4}$ fl. erhalte ich $6\frac{1}{2}$ ℔: wie viel bekomme ich für 8 Kr.?

Für $1\frac{2}{3}$ fl. bekomme ich $8\frac{3}{4}$ ℔: wie viel bekomme ich für 16 Kr.?

12 Loth kosten 18 Kr.: wie hoch kommt $1\frac{1}{2}$ Ctnr?

3 ℔ kosten 28 Kr.: was kosten $1\frac{3}{4}$ Centn.

L., (welcher angeschrieben hat:

℔	℔	fl.	Kr.	Pf.
$1\frac{1}{2}$	: 3 =	2	4	$2\frac{1}{2}$).

Wie viel kosten denn nach dieser Angabe 3 ℔? K. 2 fl. 4 Kr. $3\frac{1}{2}$ Pf.

L. Wie viel Theile hat denn hier das 3te Glied? K. 3.

L. Welche Veränderung müssen wir denn mit diesem Gliede vornehmen, ehe wir rechnen können? K. Wir müssen es einrichten (die Gulden zu Kreuzern und diese zu Pfennigen machen).

L. Thut dieses. K. (rechnen:

fl.	Kr.	Pf.)
2	4	$3\frac{1}{2}$
	60	
	124	
	4	
	499	

L. 2 fl. 4 Kr. und 3 Pf. machen also gerade 499 Pf. aus. Allein nun haben wir über die 499 Pf. (über 2 fl. 4 Kr. 3 Pf.) noch einen halben, also $499\frac{1}{2}$ Pf. Das ist, wie ihr seht, eine vermischte Zahl. Welche Veränderung müssen wir mit dieser erst noch vornehmen, ehe wir unser viertes Glied

suchen

suchen können? K. Wir müssen sie in einen unächten Bruch verwandeln.

L. Thut dieses. (K. rechnen: $\frac{499\frac{1}{2}}{999}$).

$$\frac{}{2}$$

L. Wie heißt das 3te eingerichtete Glied in unserm Exempel? K. $\frac{999}{2}$ Pfennige.

L. Was für eine Benennung wird denn jetzt die 4te gefundene Proportionalzahl bekommen müssen? K. Pfennige.

L. Warum? K. Weil das 3te Glied diese Benennung hat.

L. Jetzt verändert die übrigen beyden Glieder gar, wie sichs gehört und rechnet. K. (haben nun den Ansatz vor sich:

tb	tb	fl.	Kr.	Pf.
$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{1}$ =	2.	4.	$3\frac{1}{2}$

und rechnen:

$\frac{3}{2}$

60

124

4

$499\frac{1}{2}$

999

2 Pf.

$$\frac{3}{1} \times \frac{999}{2} = \frac{2997}{2}$$

$$\frac{2997}{2} : \left(\frac{3}{2}\right)\frac{2}{3} = \frac{5994}{6} = 999 \text{ Pf.}$$

(999 Pf. geben aber 4 fl. 9 Kr. 3 Pf., welches gerade noch ein Mahl so viel als 2 fl. 4 Kr. $3\frac{1}{2}$ Pf., so wie 3 ℔ das doppelte von $1\frac{1}{2}$ ℔ ist.)

L. So wie ihr dieses Exempel gerechnet habt, so werden alle, die ihm ähnlich sind, gerechnet. Jedes Glied, das aus mehrern Theilen besteht, wird nämlich auf die Benennung gebracht, welche sein letzter Theil führt. Bestünde hier unser 3tes Glied nur aus 2 Theilen, nämlich aus Gulden und Kreuzern, wie hieße dann der letzte Theil? K. Kreuzer.

L. Welche Benennung müßte dann dieses Glied bekommen? K. Kreuzer.

L. Welche Benennung führt aber der letzte Theil dieses 3ten Gliedes, wenn ich $\frac{1}{2}$ weglösche? K. Pfennige.

L. Und zwar ganze Pfennige. Wozu müssen also jetzt die 2 fl. und 4 Kr. gemacht werden? K. Zu lauter Pfennigen.

L. Nun setze ich aber wieder $\frac{1}{2}$ Pf. her. Der letzte Theil des 3ten Gliedes führt also jetzt den Namen halbe Pfennige: was müssen wir daher aus den 499 ganzen Pfennigen machen? K. Lauter halbe.

L. Freylich! sonst könnten wir ja den einzigen angehängten halben nicht mit einzählen. Wie aber? Was müßten wir aus den 499 ganzen Pfennigen machen, wenn statt $\frac{1}{2}$ Pf. $\frac{3}{4}$ Pf. da stünde? K. Dann müßten wir lauter Viertel aus den ganzen Pfennigen machen.

L. Gut!

L. Gut! Nun sagt mir, auf welche Benennung ihr das erste Glied dieses Exempels (℔ L. Q. 4. 8. $3\frac{3}{4}$: ℔ fl. Kr. 6 = 5 $3\frac{1}{2}$ anschreibend) bringen müßt. K. Der letzte Theil dieses Gliedes führt die Benennung Viertel Quint; also müssen wir alles zu Viertelsquinten machen.

L. Recht! Wie wollt ihr denn dieses bewerkstelligen? K. Wir machen erstlich die 4 Pfund zu Lothen und rechnen die 8 Loth mit ein; dann machen wir die Lothe zu Quinten, wozu wir die 3 Quinte mit rechnen; endlich machen wir die ganzen Quinte zu lauter Vierteln und rechnen die angehängten $\frac{3}{4}$ dazu.

L. Macht es so. K. (richten das erste Glied ein:

℔	L.	Q.	℔	fl.	Kr.
4.	8,	$3\frac{3}{4}$:	6 =	5.	$3\frac{1}{2}$
	32		32		60
	136		192	L.	303
	4		4		2
	547		768	Q.	607 Kr.
	4				2
	2191 Quint				
	4				

L. Nun führt aber unser erstes Glied die Benennung Quint, und das 2te die Benennung Pfund, welche Verschiedenheit der Benennungen, wie ihr

wißt, nicht Statt finden darf. Was werden wir wohl anfangen, um dem 2ten Gliede die Benennung des ersten zu geben? K. Wir machen eben die 6 ℔ erstlich zu ganzen Lothen, und diese zu Quinten.

L. Recht so! Thut dieses. K. (verwandeln die 6 Pfund in Quinte).

L. Welche Veränderung müßt ihr denn mit dem dritten Gliede vornehmen? K. Wir müssen die 5 fl. zu ganzen Kreuzern, und diese dann zu halben machen.

L. Thut dieses auch. — So! Jetzt lest mir das eingerichtete Exempel her. K. Wie sich $\frac{2191}{4}$ Quint zu 768 Quinten verhalten, so müssen sich $\frac{607}{2}$ Kreuzer zu der gesuchten 4ten Proportionalzahl verhalten.

L. Gut! Jetzt sucht diese Zahl. Sagt mir aber erst, welche Benennung sie erhalten muß. K. Kreuzer.

Nun lasse man Exempel wie folgende rechnen.

2 Loth kosten 5 Kr. $3\frac{1}{2}$ Pf.: wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ ℔?

5 ℔ kosten 2 fl. $7\frac{3}{4}$ Kr.: was kosten $\frac{5}{8}$ Centn.?

20 ℔ kosten 12 fl. 36 Kr. $3\frac{1}{2}$ Pf.: was kosten $2\frac{3}{4}$ Centner?

Für 4 fl. $18\frac{1}{2}$ Kr. bekomme ich 6 ℔ $25\frac{3}{4}$ Loth: wie viel erhalte ich für 6 fl. $22\frac{3}{4}$ Kr.?

3 Quint kosten 7 Pfennige: wie hoch kommt der Centner?

2 Centn. 24 ℔ 12 Loth $2\frac{1}{2}$ Quint kosten 85 fl. 36 Kr. $3\frac{1}{2}$ Pf.: was kosten 8 Centner 88 ℔ 26 Loth $3\frac{3}{4}$ Quint? *)

L. Setzt mir einmahl das Exempel an: 3 Ellen bezahle ich mit 48 Kr.: wie viel muß ich für 18 Ellen bezahlen? K. (setzen an:

E.	E.	Kr.
3	: 18	= 48

L. Ihr habt recht angesetzt. Jetzt will ich aber das nämliche Exempel noch auf eine andere Art ansetzen, nämlich so:

Ellen	Kr.	E.
3	— 48	— 18.

Dieser Ansatz wird gelesen: 3 Ellen kosten 48 Kr.: was kosten 18 Ellen? Dieser einzige Querstrich da bedeutet so viel als: kosten, und dieser andere bedeutet den Ausdruck: was kosten? Nun sagt mir, was in Ansehung der Ordnung der Glieder für ein Unterschied zwischen meinem und eurem Ansatze Statt findet. K. Unser 2tes Glied ist bey Ihnen das dritte, und unser 3tes das 2te.

L. Das heißt: ich habe das 2te und 3te Glied mit einander verwechselt. Nun merkt! Diese Ordnung

*) Dergleichen Fälle kommen wohl im gemeinen Leben nicht leicht vor, ich bin daher nicht der Meynung, daß man ihrer viele den Kindern zum Ausrechnen vorlege, es sey denn, daß man bloß die Absicht habe, sie in der Geduld und Aufmerksamkeit zu üben.

nung der Glieder wählen viele, vielleicht die meisten, Menschen beym Ansatze ihrer Regeldetriexempel. Deßhalb will ich in der Folge diese Art des Ansatzes die gewöhnliche, und unsere bisher beobachtete die ungewöhnliche nennen. Bey der gewöhnlichen nehmen die Leute nicht Rücksicht auf die Lehre von Verhältnissen und Proportionen, sondern betrachten im Grunde, wie ihr bald sehen werdet, das erste und zweyte Glied als einen Bruch, dessen Zähler das zweyte, dessen Nenner das erste Glied ist, und welcher mit dem dritten Gliede multiplicirt werden muß. Jetzt wollen wir nur sehen, nach welchen Merkmahlen sie ihre Sätze ordnen. Einer von den 3 von mir daher geschriebenen Sätzen kann mit Recht den Namen Fragesatz führen: welcher wohl? K. Der Satz: 18 Ellen.

L. Warum glaubt ihr denn, daß man diesen Satz Fragesatz nennen könne? K. Weil man bey ihm die Frage aufwerfen kann: was kosten 18 Ellen?

L. Gut! Die wie vielste Stelle unter den 3 Sätzen nimmt denn der Fragesatz hier ein? K. Die dritte.

L. Diese muß er bey der Art des Ansetzens, die ihr jetzt lernt, immer einnehmen. Wenn ihr also sagen sollt, welche Stelle unter den 3 gegebenen Sätzen der Fragesatz einnehmen muß, wie wollt ihr da antworten? K. Die dritte.

L. Einer von den andern beyden Sätzen muß mit dem Fragesatz einerley Art von Dingen anzeigen, nämlich entweder Maß, oder Gewicht, oder Geld. Haben wir in unserm Beyspiele einen solchen

chen Satz, der wie der Fragesatz ein gewisses Maß anzeigt? K. Ja, den Satz: 3 Ellen.

L. Welche Stelle nimmt denn dieser Satz hier ein? K. Die erste.

L. Also die nämliche Stelle, welche er bey unserer bisher beobachteten Art anzusetzen auch einnehmen muß. In welcher Stelle wird denn das, was ich vom ersten Satze schon weiß, bemerkt? K. In der 2ten.

L. Jetzt sagt mir noch einmahl, wie diejenigen Leute, die ihre Regeldetriexempel nach der gewöhnlichen Art ansetzen wollen, ihre Sätze ordnen. K. In die dritte Stelle setzen sie den Fragesatz; in die erste denjenigen, der mit dem Fragesatz einerley Art von Dingen anzeigt; und in der 2ten Stelle wird das bemerkt, was vom ersten Satze bekannt ist.

L. Nach diesen Merkmahlen ordnet mir jetzt einmahl die Sätze des folgenden Exempels: Wie viel muß ich für 13 Ellen geben, wenn ich für 36 Kr. 6 Ellen bekomme? Welcher Satz ist hier der Fragesatz? K. 13 Ellen.

L. Der wie vielste unter den dreyen muß er also werden? K. Der dritte.

L. Welcher Satz zeigt mit dem 3ten einerley Art von Dingen an? K. 6 Ellen.

L. Welche Stelle muß er also einnehmen? K. Die erste.

L. Was ist uns denn von den 6 Ellen schon bekannt? K. Daß sie 36 Kr. kosten.

L. Welche Stelle muß also der Satz: 36 Kr. einnehmen? K. Die zweyte.

Nun übe man die Kinder noch eine Zeitlang in dieser Art, Regeldetrieexempel anzusetzen.

L., (der angeschrieben hat: Ellen Ellen fl.
3 : 18 = 2).
Hier habe ich, wie ihr seht, ein Regeldetrieexempel nach der ungewöhnlichen Art (den Regeln der Proportion gemäß) angesetzt. Setzt es einmahl nach der gewöhnlichen Art an. K. (setzen an:

E. fl. E.
3 — 2 — 18).

L. Nun rechnet das erste aus. K. (thun dieses).

L. Auf die nämliche Weise rechnet auch das zweyte. K. (thun dieses).

L. Ihr habt jetzt die nämliche Zahl gefunden, die ihr das erste Mahl gefunden habt: woher kommt dieses? K. Daher, weil wir hier in dem zweyten Exempel die nämlichen Zahlen mit einander multiplicirten, und das Product mit demselben Divisor dividirten, wie im ersten.

L. Richtig! Denn hier oben sagtet ihr: 2 Mahl 18, und hier unten: 18 Mahl 2, welches ganz einerley ist, und der Divisor war in beyden Fällen derselbe. Hieraus seht ihr, daß man bey der gewöhnlichen Art des Ansatzes das nämliche Verfahren

ren anwenden kann — und man wendet es auch wirklich an — welches man bey der ungewöhnlichen anwendet. In beyden Fällen wird der 2te mit dem 3ten Satze multiplicirt, und das dadurch gefundene Product mit dem ersten dividirt. Aber bey der gewöhnlichen Art darf man die gefundene Zahl nicht als die 4te Proportionalzahl ansehen *) und ihr also auch nicht die Benennung des dritten Gliedes geben; sondern man muß sie bloß als das Product zweyer Factoren betrachten, welches die Benennung des Multiplicandus führen muß. Jedes nach der gewöhnlichen Art angesetzte Regeldetriexempel kann man nämlich als ein bloßes Multiplicationsexempel ansehen, und es auch in ein solches, wenn man will, verwandeln. Thut man dieses, so sieht man sehr leicht ein, warum man den 2ten mit dem dritten Satze multiplici-ren und mit dem ersten das Product dividiren muß. Wir wollen daher unser 2tes Exempel an der Tafel da in ein Multiplicationsexempel verwandeln. Wißt ihr noch, wenn ein Regeldetriexempel im Grunde ein bloßes Multiplicationsexempel ist? K. Wenn im ersten Gliede 1 steht.

L. Richtig! Wir müssen also sehen, daß wir statt der 3 eine 1 ins erste Glied bekommen. Wie hoch kommt denn Eine Elle, wenn ihrer 3 zwey Gulden kosten? K. $\frac{2}{3}$ fl.

*) Wenn wir die Glieder als unbenannte Zahlen betrachten, so ist sie freylich auch die 4te Proportionalzahl, weil man durch das angewandte Verfahren zu jeden 3 Zahlen die vierte Proportionalzahl findet.

L. Nun merkt einmahl! Ich kaufe bey 2 Kaufleuten, ich will sie A und B nennen, Leinwand von gleicher Güte und Breite, A giebt mir 3 Ellen für 2 Gulden, B giebt mir aber 1 Elle für $\frac{2}{3}$ fl.: welcher giebt mir die Leinwand wohlfeiler? K. Es giebt sie einer so wohlfeil (theuer) als der andere.

L. Wie wollt ihr mir dieses beweisen? K. Wenn 3 Ellen 2 fl. kosten, so kommt ja 1 Elle um $\frac{2}{3}$ fl. (Wenn 1 Elle $\frac{2}{3}$ fl. kostet, so kommen ja 3 Ellen um 3 Mahl $\frac{2}{3}$ oder um $\frac{6}{3}$ = 2 Gulden.)

L. Welchem der beyden Kaufleute werde ich denn sonach mehr zahlen müssen, wenn ich von jedem 18 Ellen nehme? K. Sie müssen dem einen so viel als dem andern zahlen.

L. Also ist es gleichviel und ich muß einerley Zahl finden, ob ich ansetze: 1)

E.	fl.	E.
3	— 2	— 18

oder 2)

E.	fl.	E.
1	— $\frac{2}{3}$	— 18

Welche Rechnungsart werden wir denn bey dem untern Exempel, da im ersten Gliede 1 steht, anwenden müssen? K. Die Multiplication.

L. Freylich! Denn wenn 1 Elle $\frac{2}{3}$ fl. kostet, so müssen ja 18 Ellen 18 Mahl $\frac{2}{3}$ fl. kosten. Wie oft müssen wir daher $\frac{3}{3}$ fl. nehmen? K. 18 Mahl.

L. Recht! Nun multiplicirt $\frac{2}{3}$ mit 18. K. (thun dieses).

L. Jetzt ist unser Exempel schon ausgerechnet, denn wir wissen schon, was 18 Ellen kosten: wie viel? K. $\frac{36}{3}$ fl.

L. Richtig! Der Bequemlichkeit oder leichtern Uibersicht wegen verwandeln wir nun noch den unächten Bruch in Ganze. Was müssen wir, um diese zu finden, thun? K. Mit 3 in 36 dividiren.

L. Das giebt also —? K. 12 Ganze.

L. Recht! Nun rechnet das obere Exempel (Nro. 1.) auch auf die euch schon bekannte Art aus, indem ihr nämlich den mittlern Satz mit dem hintern multiplicirt ꝛc. K. (rechnen).

L. Ihr habt also hier auch 12 fl. gefunden. Nun sagt mir, welche Zahlen ihr in beyden Exempeln zuerst mit einander multiplicirt habt. K. 2 und 18.

L. Und mit welcher Zahl habt ihr das dadurch gefundene Product dividirt? K. Mit 3.

L. Könnt ihr mir wohl jetzt sagen, warum ihr in beyden Exempeln einerley Zahl gefunden habt? K. Weil wir in beyden Fällen ganz das Nämliche mit einerley Zahlen gethan haben.

L. Es ist also einerley, ob wir das gegebene Exempel, wie hier (in Nro. 1.) oder wie hier (in Nro. 2.) ansetzen. Für Anfänger ist es gut, wenn sie ihre Regeldetrieexempel so ansetzen lernen, daß in das erste Glied 1 zu stehen kommt, daher wollen wir sehen, wie man das alle Mahl bewerkstelligen kann. Sagt, wohin wir das erste Glied in dem Exempel Nro. 1. als Nenner setzen müssen, wenn wir dieses Exempel in Nro. 2. verwandeln wollen? K. Unter das zweyte (Glied).

L. Und was für eine Zahl muß dann ins erste Glied kommen? K. Die Zahl 1.

L. Nun

L. Nun sagt mir geschwind alles, was ihr thun müßt, wenn ihr Nro. 1. in Nro. 2. verwandeln wollt. K. Da müssen wir das erste Glied als Nenner unter das zweyte, und 1 in die Stelle des ersten setzen.

L. Das ist recht! und nach dieser Regel kann man jedes nach der gewöhnlichen Art angesetzte Regeldetriexempel, wenn es, im Falle es des Einrichtens bedarf, eingerichtet ist, in ein bloßes Multiplicationsexempel verwandeln. Ihr könnt mir nun gleich sagen, was ich thun muß, wenn ich dieses Exempel: ℔ fl. ℔ / 7 — 4 — 19 so ansetzen will, daß in das erste Glied 1 zu stehen kommt. K. Da dürfen Sie nur eine 1 in die Stelle der 7 und diese als Nenner unter das zweyte Glied setzen.

L. Also so: ℔ fl. ℔ / 1 — $\frac{4}{7}$ — 19. Jetzt könnt ihr, was vorhin nicht so leicht war, mit Einem Blicke sehen, wie viel Mahl mehr Waare im 3ten als im ersten Gliede bemerkt ist: wie viel Mahl? K. 19 Mahl.

L. Wie oft müssen wir also auch die $\frac{4}{7}$ fl. hingeben? K. 19 Mahl.

L. Warum gerade 19 Mahl? K. Weil wir 19 Pfund kaufen und 1 Pfund $\frac{4}{7}$ fl. kostet.

L. Richtig! Durch welche Rechnungsart findet ihr die Antwort auf die Frage: was kosten (in dem vorliegenden Falle) 19 Pfund? K. Durch die Multiplication.

L. Nun

L. Nun so wendet diese Rechnungsart an. K. (rechnen: $\frac{4}{7} \times \frac{19}{1} = 76\frac{6}{7}$).

L. Jetzt ist das Exempel im Grunde schon ausgerechnet und unsere Frage beantwortet. Denn die $\frac{76}{7}$ bekommen die Benennung des Multiplicandus, zeigen also Gulden an. Der Bequemlichkeit oder leichtern Uibersicht wegen habt ihr nur noch eine Veränderung mit diesem unächten Bruche vorzunehmen: welche? K. Wir müssen ihn zu Ganzen machen.

L. Wie findet ihr die Ganzen? K. Wenn ꝛc.

L. Thut dieses. K. (rechnen: 7|76|10$\frac{6}{7}$).

| 7 |

6

L. In welchem Gliede stand denn vorhin, ehe wir unser Exempel verwandelten, die 7? K. Im ersten.

L. Wenn wir sie nun dort hätten stehen lassen, und wie gewöhnlich den 2ten mit dem 3ten Satze multiplicirt und das Product mit dem ersten dividirt hätten, würden wir da eine andere Zahl als 10$\frac{6}{7}$ gefunden haben? K. Nein.

L. Warum denn nicht? K. Weil wir die nämlichen Zahlen zu Factoren und den nämlichen Divisor gehabt hätten.

L. Freylich! Wir hätten ja auch 4 mit 19 multipliciren und das Product mit 7 dividiren müssen. Weil also das Untersetzen des ersten Gliedes unter das zweyte in der Rechnung gar keine Aenderung macht, so läßt man es gewöhnlich an seinem Orte stehen, merkt sich aber, daß es eigentlich der Nenner eines Bruches ist, wovon der Zähler im zweyten

ten Gliede steht. Jetzt seht dieses Exempel an: ℔ fl. ℔ ? Wie hieße der Bruch im 2ten
9 — 7 — 35
Gliede, wenn im ersten eine 1 stünde? K. $\frac{7}{9}$.

L. Und wie hieße das ganze Exempel alsdann?

K. 1 ℔ kostet $\frac{7}{9}$ fl.: was kosten 35 ℔?

L. Und wie oft müßten $\frac{7}{9}$ fl. für 35 Pfund bezahlt werden? K. 35 Mahl.

L. Nehmt 7 fünf und dreißig Mahl, oder: multiplicirt das zweyte mit dem dritten Gliede. K. (rechnen: 7).

35

245

L. Dieses Product ist jetzt eigentlich der Zähler zu einem Bruche; wo steht sein Nenner? K. Im ersten Gliede.

L. Ihr könnt mir also jetzt schon mit einem Bruche anzeigen, was die 35 Pfund kosten. K.

Sie kosten $\frac{245}{9}$ fl.

L. Das ist recht! 35 Mahl $\frac{7}{9}$ sind $\frac{245}{9}$. Wie finden wir aber die Ganzen, die hierin enthalten sind? K. Wenn wir mit 9 in 245 dividiren.

L. Thut dieses. K. (rechnen: 9|2.45|27$\frac{2}{9}$).

|18|

.65

63

2

L. Wel-

L. Welche Benennung bekommt diese Zahl? K. Gulden.

L. Welches Glied in unserm Exempel führt diese Benennung? K. Das zweyte.

L. Nun merkt, daß wenn wir unsere Regeldetriexempel so, wie wir jetzt gethan haben, ansetzen und rechnen, die gefundene Zahl, welche man gewöhnlich das *Facit* nennt, immer die Benennung des zweyten Gliedes erhält, weil dieses eigentlich als der Multiplicandus muß angesehen werden, und das Product, wie ihr wißt, die Benennung des Multiplicandus bekommt. Hier schreibe ich jetzt her:

Loth	Kr.	Loth
15	— 36 —	29

? Wie würde dieses Exempel lauten, wenn im ersten Gliede 1 stünde? K. 1 Loth kostet $\frac{36}{15}$ Kr.: was kosten 29 Loth?

L. Recht! Und nun könnt ihr mir auch schon sagen, wie oft wir $\frac{36}{15}$ Kr. hingeben müssen. K. 29 Mahl.

L. Warum so oft? K. Weil 1 ℔ $\frac{36}{15}$ Kr. kostet, so müssen 29 ℔ 29 Mahl $\frac{36}{15}$ Kr. kosten.

L. Wie erfahren wir denn, wie viel die 29 ℔ in ganzen Kreuzern kosten? K. Wenn wir 36 (den Zähler des Bruches) mit 29 multipliciren und das Product mit 15 (dem Nenner) dividiren.

L. Und wie wollt ihr euch ausdrücken, wenn ihr mir die Glieder unsers Exempels da nennen wollt, die wir mit einander multipliciren und womit wir dividiren müssen? K. Das zweyte Glied

müssen wir mit dem dritten multipliciren, und das gefundene Product mit dem ersten dividiren.

L. Nun thut dieses. K. (rechnen:

$$\begin{array}{r} 36 \\ 29 \\ \hline 324 \\ 72 \\ \hline 15\,|\,1.044\,|\,69\frac{3}{5} \\ |\ 90:| \\ \hline 144 \\ 135\ (3 \\ \hline --9\ |3 \\ \hline 15\ |5 \end{array}$$

L. Was bekommt die gefundene Zahl $69\frac{3}{5}$ für eine Benennung? K. Kreuzer.

L. Woher wißt ihr dieses? K. Weil das 2te Glied diese Benennung führt.

L. Jetzt schreibe ich an:

Loth		Pf.		℔
1	—	7	—	2

Darf ich wohl hier schließen: weil 1 Loth 7 Pfennige kostet, so kosten 2 Pfund zwey Mahl 7 Pfennig? K. Nein.

L. Warum nicht? K. Weil 2 ℔ nicht 2 Loth (mehr als 2 Loth) ausmachen.

L. Freylich nicht! denn für 2 Mahl 7 Pfennige würden wir wohl 2 Loth, aber nicht 2 Pfund bekommen. Was meynt ihr wohl, daß wir mit dem dritten Gliede erst für eine Veränderung vornehmen

nehmen müssen, ehe wir mit ihm multipliciren?
K. Wir müssen die Pfunde zu Lothen machen.

L. Das ist recht! Bey dem gewöhnlichen Regeldetrianſatze muß der erste und dritte Satz alle Mahl einerley Benennung erhalten, wenn diese nicht schon gleich Anfangs da ist. Nun macht die Pfunde zu Lothen. K. (rechnen: 2
32).

64.

L. Jetzt wißt ihr erst, wie oft ihr 7 Pf. hingeben müßt: wie oft? K. 64 Mahl.

L. Sucht nun das Product aus 7 und 64. K. (rechnen: 7
64).

448

L. Nun ist euer Exempel schon ausgerechnet und unsere Frage beantwortet. Was haben wir aber noch, der Bequemlichkeit wegen, aus den Pfennigen für Geldsorten zu machen? K. Kreuzer, und daraus, wenn es angeht, Gulden.

L. Thut dieses! — So! 1 fl. 52 Kr. kosten also die 2 Pfund. Nun rechnet aus, wie viel ich Ellen für 5 fl. bekomme, wenn 3 Ellen 40 Kr. kosten.

K. (setzen an: Kr. Ellen fl.
40 — 3 — 5).

L. Das ist recht angesetzt! Was muß jetzt vor allen Dingen geschehen? K. Wir müssen die 5 fl. zu Kreuzern machen.

L. Warum? K. Weil im ersten Gliede Kreuzer sind.

L. Drückt also die 5 fl. in Kreuzern aus. — Gut! Wie wird nun diese Aufgabe lauten, wenn im ersten Gliede 1 steht? K. Für Einen Kreuzer bekommen wir $\frac{3}{40}$ Ellen, wie viel bekommen wir für 300 Kreuzer.

L. Wie viel Mahl werdet ihr denn für dieses Geld $\frac{3}{40}$ Ellen erhalten? K. 300 Mahl.

L. Was habt ihr jetzt nun zu thun, um zu erfahren, wie viel ganze Ellen $\frac{3}{40}$, 300 Mahl genommen, ausmachen? K. Wir multipliciren den Zähler 3 mit 300 und dividiren das Product mit dem Nenner 40.

L. Das ist recht! Macht es so. K. (rechnen:

3
300

40|900|22½ Elle).
|8: |

10
8

2

Wenn es manche Lehrer nach ihrer Uiberzeugung für besser halten, ihre Schüler die Regeldetriexempel auf die gewöhnliche Art ansetzen und rechnen zu lassen, so werden sie wenigstens wohl thun, wenn sie sie eine Zeitlang üben, auf die jetzt gezeigte Weise in das erste Glied, es enthalte für eine (ganze) Zahl, welche es wolle, eine 1 setzen und das Exempel als Multiplicationsexempel betrachten zu lassen. Das Kind darf dann immer nur schließen: so viel ich im drit-

dritten Gliede Einheiten habe, so oft darf ich nur das im 2ten Gliede bemerkte Geld hingeben, und wird also seine Operation nicht bloß mechanisch, sondern immer mit Verstand verrichten. — Diese Verwandlung kann zwar auch Statt finden, wenn das erste, oder zweyte, oder auch die beyden ersten Glieder aus Brüchen bestehen; allein in diesem Falle hat die Verwandlung etwas mehr Schwierigkeit, daher ich rathe, sie hier zu unterlassen. Denn wenn es hieße: $\frac{3}{4}$ ℔ — $\frac{2}{3}$ fl. — 4 ℔ so müßten wir ansetzen: $\frac{1}{4}$ ℔ — $\frac{2}{3}$ fl. — 4 ℔. Der Zähler 3 (von $\frac{3}{4}$) müßte nämlich unter den Bruch $\frac{2}{3}$ gesetzt werden, daß wir also einen gebrochenen Bruch bekämen, hierauf müßten wir $\frac{2}{3}$ in $\frac{2}{9}$ und die 4 ℔ in $\frac{16}{4}$ verwandeln, daß das Exempel also so aussähe; $\frac{1}{4}$ ℔ — $\frac{2}{9}$ fl. — $\frac{16}{4}$ ℔, wo freylich die Antwort gleich bey der Hand wäre: 16 Mahl $\frac{2}{9}$ fl. = $3\frac{5}{9}$ fl. Indessen hat diese Verwandlung bey etwas fähigern und geübtern Kindern keine gar zu große Schwierigkeit. — Haben die Kinder eine Zeitlang auf ihren Rechentafeln Exempel, welche sie auf die vorhin angegebene Weise so verwandelt haben, daß im ersten Gliede immer nur 1 steht, gerechnet; so übe man sie, das Nämliche auch im Kopfe zu thun. Wenn man z. B. fragt; was kosten

17 ℔, wenn 3 ℔ 1 fl. kosten; so denkt das Kind bey sich: wenn 3 ℔ 1 fl. kosten, so kostet 1 ℔ $\frac{1}{3}$ fl., folglich kosten 17 ℔ $\frac{17}{3}$ = $5\frac{2}{3}$ fl. Auf diese Weise werden die Kinder Exempel, wie folgende, sehr leicht im Kopfe ausrechnen können:

℔	fl.	℔
3	— 5 —	11?

(Hier denkt das Kind bey sich: ℔ 1 — fl. $\frac{5}{3}$ also kosten 11 ℔ 11 Mahl $\frac{5}{3}$ = $\frac{55}{3}$ = $18\frac{1}{3}$ fl.)

℔	fl.	℔
5	— 3 —	36?

(Hier denken die Kinder bey sich: ℔ 1 — fl. $\frac{3}{5}$ folglich kosten 26 ℔ 26 Mahl $\frac{3}{5}$ = $\frac{78}{5}$ = $15\frac{1}{5}$ fl.)

fl.	Ellen	fl.
6	— 7 —	14?

(Für 1 fl. $\frac{7}{6}$ Ellen, folglich für 14 fl. 14 Mahl $\frac{7}{6}$ = $\frac{98}{6}$ fl. = $16\frac{2}{3}$ Ellen.)

Loth	Pf.	Loth
5	— 9 —	20?

(1 Loth kostet $\frac{9}{5}$ Pf., folglich kommen 20 Loth für 20 Mahl $\frac{9}{5}$ = $\frac{180}{5}$ = 36 Pf. = 9 Kr.)

Pf.	Loth	Kr.
3	— 4 —	6?

(Für 1 Pf. bekommt man $\frac{4}{3}$ Loth, folglich für 6 Kr. = 24 Pf. 24 Mahl $\frac{4}{3}$ = $\frac{96}{3}$ = 32 Loth = 1 ℔.)

Der-

Dergleichen Exempel können, auch ohne daß man das erste Glied auf 1 zurückführt, sehr leicht im Kopfe ausgerechnet werden. Man spricht nämlich: so viel Mahl das dritte Glied größer als das erste ist, so oft muß man das zweyte nehmen.

Beyspiele.

tb	fl.	tb	
2	— 3	— 5?	(Hier denkt der Rechenschüler bey sich: 5 ist 2 Mahl 2 und $\frac{1}{2}$ Mahl 2; folglich muß ich das Geld (die 3 fl.) 2 $\frac{1}{2}$ Mahl hingeben. 2 Mahl 3 ist 6, die Hälfte von 3 sind drey Halbe = 1 $\frac{1}{2}$, und 6 + 1 $\frac{1}{2}$ macht 7 $\frac{1}{2}$.)

tb	fl.	tb	
2	— 3	— 6?	(Hier denkt der Rechenschüler bey sich: 6 ist 3 Mahl 2; folglich muß ich das Geld (3 fl.) drey Mahl hingeben. 3 Mahl 3 macht 9.)

tb	fl.	tb	
2	— 3	— 17?	(Operation: 17 ist 8 Mahl 2 und die Hälfte von 2; folglich muß ich das Geld 8 und $\frac{1}{2}$ Mahl hingeben. 8 Mahl 3 ist

24, die Hälfte von 3 ist $1\frac{1}{2}$. $24 + 1\frac{1}{2} = 25\frac{1}{2}$).

Ellen fl. Ellen

3 — 5 — 13? (Operation: 13 ist 4 Mahl 3 und das Drittel von 3; folglich muß man das Geld (5 fl.) 4 und $\frac{1}{3}$ Mahl hingeben. 4 Mahl 5 ist 20, das Drittel von 5 macht $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. 20 fl. + $1\frac{2}{3}$ fl. macht $21\frac{2}{3}$ fl.)

Ellen fl. Ellen

4 — 5 — 19? (Operation: 19 ist 4 Mahl 4 und $\frac{3}{4}$ von 4; folglich muß man das Geld 4 und $\frac{3}{4}$ Mahl hingeben. 4 Mahl 5 ist 20, das Viertel von 5 ist $\frac{5}{4}$ und $\frac{5}{4}$ drey Mahl genommen, machen $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$. 20 fl. + $3\frac{3}{4}$ fl. = $23\frac{3}{4}$ fl.)

Ellen fl. Ellen

5 — 7 — 29? (Operation: 29 ist 5 Mahl 5 und $\frac{4}{5}$ von 5; folglich muß man 7 fl. 5 und $\frac{4}{5}$ Mahl hingeben. 5 Mahl 7 ist 35, das 5tel von 7 macht $\frac{7}{5}$, diese 4 Mahl

Mahl genommen, ma-
chen $2\frac{8}{5} = 5\frac{3}{5}$. 35 fl.
$+ 5\frac{3}{5}$ fl. $= 40\frac{3}{5}$ fl.)

Hier kann man den Kindern auch das Nöthigste von der einfachen Zins- und von der Gewinn- und Verlustrechnung beybringen, wobey man aber nicht unterlassen muß, die bey diesen Rechnungen vorkommenden Ausdrücke etwa auf folgende Art zu erklären.

Capital ist eine jede Summe Geld, die jemand einem andern auf bestimmte oder unbestimmte Zeit zum Gebrauche überläßt (leihet). Wer viel Capitalien verliehen hat, heißt ein Capitalist.

Wenn Peter Müller dem Georg Weber ein Capital leihet, so ist jener (Peter Müller) ein Gläubiger dieses (des Georg Webers), und letzterer (Georg Weber) ist ein Schuldner des Peter Müllers.

Der Schuldner muß seinem Gläubiger jährlich etwas zahlen, weil ihm dieser sein Capital zur Benutzung überläßt. Das, was der Schuldner seinem Gläubiger jährlich für ein zur Benutzung erhaltenes Capital zahlt (vergütet,) nennt man Interessen oder Zins.

Für jede 100 fl. Capital werden gewöhnlich 4, $4\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$ oder 5 fl. Interessen bezahlt. Es giebt aber auch Fälle, wo weniger und mehr bezahlt wird. Es kommt dieß auf verschiedene Umstände an.

Man sagt: ein Gläubiger zahlt seinem Schuldner 4, 5 ꝛc. Procent, wenn er ihm jährlich für jedes 100 Groschen, Gulden, Thaler, Ducaten ꝛc. 4, 5 ꝛc. Groschen, Gulden, Thaler, Ducaten ꝛc. an Interessen bezahlt.

Man sagt, man habe 6, 8, 10 ꝛc. Procent gewonnen, wenn man für jede 100 Gulden, Thaler, Ducaten ꝛc. Auslage 106, 108, 110 ꝛc. Gulden, Thaler, Ducaten ꝛc. Einnahme hat. Dagegen sagt man, man habe 6, 8, 10 ꝛc. Procent verlohren, wenn man für jede 100 Gulden, Thaler, Ducaten ꝛc. Auslage nur 94, 92, 90 ꝛc. Gulden, Thaler, Ducaten ꝛc. Einnahme hat.

Einige Beyspiele von Zinsrechnung.

Aufgabe. Wie viel Interessen trägt jährlich ein Capital von 2550 Gulden, wenn es zu $5, 4\frac{3}{4}, 4\frac{1}{2}$ Procent verliehen ist?

Ansätze und Berechnung.

fl. C. fl. Int. fl. C.

1) 100 — 5 — 2550 (100 fl. Capital tragen jährlich 5 fl. Int.: wie viel Interessen tragen (in der nämlichen Zeit) 2550 fl.?)

100	12750
	5

Fac. $127\frac{1}{2}$ fl.

fl. C. fl. J. fl. C.

2) 100 — $4\frac{3}{4}$ — 2550 (100 fl. Capital tragen jährlich $4\frac{3}{4}$ fl. Interessen: wie viel tragen (in der nämlichen Zeit) 2550 fl.?)

1 19 1

19

4

$$\frac{19}{4} \times \frac{2550}{1} = \frac{48450}{4}$$

$$\frac{48450}{4} : \left[\frac{100}{1}\right] \frac{1}{100} = \frac{48450}{400} = 121\frac{1}{8}\text{ fl.}$$

fl. C. fl. Int. fl. Cap.
3) 100 — $4\frac{1}{2}$ — 2550 Fac. $114\frac{3}{4}$ fl.

Aufgabe. Wie viel Intereſſen tragen 4000 fl. Cap. in 1 Monath, wenn jährlich 5 Procent bezahlt werden?

NB. Dieſe Frage muß von dem, der noch keine andern Rechnungsarten kennt, durch 2 Regeldetrie-Exempel beantwortet werden, indem man anſetzt und rechnet:

fl. C. fl. Int. fl. C.
a) 100 — 5 — 1000

5

50|00

Monath fl. M.
b) 12 — 50 — 1 (In 12 Monathen erhält man 50 fl. Intereſſen; wie viel in 1 Monath?)

12| 5 0| $4\frac{1}{6}$ fl.
| 4 8|

2

Will man nun noch erfahren, wie viel die 1000 fl. in 2, 3, 4 ꝛc. Monathen tragen; ſo darf man das Facit $4\frac{1}{6}$ fl. nur mit 2, 3, 4 ꝛc. multipliciren.

Auf-

Aufgabe. Wie groß muß das Capital seyn, das jährlich 125 fl. Interessen trägt, wenn es zu 4 Procent ausgeliehen ist.

Ansatz und Berechnung.

fl. Int. fl. C. fl. Int.
4 — 100 — 125

100

12500

4 | 12500 | 3125 fl. Cap.
| 121.. |

--5..
4..

10.
8.

20

(Bey einer Einnahme von 4 fl. Interessen muß ich 100 fl. ausstehen haben: wie viel muß ich bey einer Interessen-Einnahme von 125 fl. ausstehen haben?)

Aufgabe. Wie viel Procent werden mir bezahlt, wenn mir ein Capital von 6000 fl. 270 fl. an jährlichen Interessen einträgt.

Ansatz und Berechnung.

fl. Cap. fl. Int. fl. C.
6000 — 270 — 100

100

27000

6000 | 27000 | $4\frac{3}{6} = 4\frac{1}{2}$ fl.
| 24 |

-3

(6000 fl. Cap. tragen jährlich 270 fl. Int.: wie viel Interessen tragen jährlich 100 fl.)

Aus

Aus den jetzt gegebenen Beyspielen sieht man, daß man finden kann

a) die Interessen, wenn das Capital und die Procente bekannt (gegeben) sind.

b) Das Capital, wenn die jährlichen Interessen und die Procente gegeben sind.

c) Die Procente, wenn das Capital und die jährlichen Interessen gegeben sind.

Einige Beyspiele von Gewinn- und Verlustrechnung,

Aufgabe: Ein Krämer hat für 75 fl. Waaren eingekauft und auf einem Jahrmarkt 80 fl. daraus gelöst: wie viel Procent hat er daran gewonnen?

Ansatz und Rechnung:

fl. Ausl: fl. Einn. fl. Ausl. (75 fl. Auslage gewähren mir 80 fl. Einnahme: wie viel Einnahme gewähren mir 100 fl.?)

75 — 80 — 100

100

75|8000|106$\frac{50}{75}$ fl.

500

400

50

Also wurden $6\frac{2}{3}$ Procent gewinnen.

Aufgabe: Ein Kaufmann zahlt für 1 Kiste Waaren 380 fl. und löst daraus 425 fl.: wie viel Procent hat er gewonnen?

Ansatz

Ansatz und Berechnung:

fl. Ausl.	fl. Einn.	Ausl.
380	— 425	— 100

100

38ø | 4250ø | 111 $\frac{32}{38}$ = 111 $\frac{16}{19}$ fl.

45:

70

32

Es wurden also 11 $\frac{16}{19}$ fl. gewonnen.

Aufgabe: Ein Tabackhändler hat für 300 fl. Taback eingekauft und ihn, weil er im Preise gefallen ist, für 280 fl. wieder verkauft: wie viel Procent hat er verlohren?

Ansatz und Berechnung:

fl. Ausl.	fl. Einn.	fl. Ausl.
300	— 280	= 100

100

3øø | 280øø | 93 $\frac{1}{3}$ fl.

10

1

Also wurden 6 $\frac{2}{3}$ Procent verlohren.

Aufgabe: Ein Krämer löst für Waaren, die ihn 65 $\frac{1}{2}$ fl. gekostet haben, nur 53 $\frac{1}{3}$ fl.: wie viel Procent hat er Verlust?

Ansatz

Ansatz und Berechnung:

fl. Ausl. fl. Einn. fl. Ausl.

$$\frac{65\frac{1}{2}}{131} \quad — \quad \frac{53\frac{1}{3}}{160} \quad — \quad \frac{100}{1}$$

$$\frac{131}{2} \qquad \frac{160}{3}$$

$$\frac{160}{3} \times \frac{100}{1} = \frac{16000}{3}$$

$$\frac{16000}{3} : \left[\frac{131}{2}\right] \frac{2}{131} = \frac{32000}{393}$$

Es wurde also verlohren $4\frac{1}{3}\frac{4}{9}\frac{8}{3}$ fl.

---

b) Von der verkehrten Regeldetri.

L., (der an die Tafel geschrieben hat: $\frac{\text{fl.}}{4} : \frac{\text{fl.}}{12} = \frac{\text{tb}}{3} : \frac{\text{tb}}{9}$). Wir wollen uns jetzt das, was wir schon gelernt haben, wieder ins Gedächtniß zurück rufen. Welche von diesen 4 Gliedern stehen so mit einander in Verbindung, daß sich das eine ordentlich nach dem andern richten muß, wie der Diener nach dem Herrn, so nämlich, daß wenn das eine größer oder kleiner wird, das andere in demselben Verhältnisse größer oder kleiner werden muß. K. Das zweyte und vierte.

L. Gut! Wenn ich also das zweyte jetzt noch Ein Mahl so groß machte, als es ist (statt 9 die

Zahl

Zahl 18 setzte): Was müßte dann mit dem vierten für eine Veränderung vorgehen? K. Es müßte auch noch Ein Mahl so groß werden, als es jetzt ist.

L. Welche Zahl müßte also statt 12 hergesetzt werden? K. 24.

L. Wie aber, wenn ich das zweyte Glied, nämlich 9, um $\frac{1}{3}$ kleiner machte, was müßte ich dann mit dem 4ten Gliede vornehmen? K. Sie müßten es auch um das Drittel kleiner machen.

L. Welche Zahl müßte ich dann statt 12 hersetzen? K. 8.

L. Ihr seht also wieder aufs neue, daß das vierte Glied ganz von dem zweyten abhängt, und in dem nämlichen Verhältnisse verringert oder vermehrt werden muß, als dieses verringert oder vermehrt wird. Kaufte ich also statt 9 nur 6 Pfund, so dürfte ich statt 12 nur 8 fl. hingeben: kaufte ich aber statt 9 noch Ein Mahl so viel, nämlich 18 ℔; so müßte ich noch Ein Mahl so viel Geld, als ich jetzt für die 9 ℔ bezahle, also 24 fl., hingeben. Dieses alles behaltet recht im Gedächtnisse. Und nun rechnet mir das folgende Exempel, nach den Regeln der Proportion angesetzt, aus. 3 Taglöhner brauchen zum Umgraben eines Gartens 4 Tage: wie viel Tage brauchen 6 Taglöhner? K. (rechnen:

Tagl. Tagl. Tag

3 : 6 = 4

4

3|24|8 Tage.

24

L. Wie

L. Wie viel Tage brauchen also die 6 Taglöhner nach dieser Rechnung? K. 8 Tage.

L. Nun denkt doch ein bischen über die Sache nach. Drey Arbeiter graben meinen Garten schon in 4 Tagen um, nun stelle ich ihrer aber mehr, nämlich 6 hin, und nun brauchen sie 3 Tage. Findet ihr denn hierin nichts Sonderbares? K. Ja wohl.

L. Was denn? K. Daß mehr Arbeiter mehr Zeit zur nämlichen Arbeit brauchen sollen, als weniger Arbeiter.

L. Freylich ist dieses sonderbar, da ihr doch wißt, daß 6 Schnitter weit weniger Zeit brauchen, um das Getreide auf einem Acker niederzuschneiden, als 3 Schnitter. Unsere Rechnung stimmt also dieß Mahl nicht mit der Erfahrung überein. Woher mag das kommen? Das sollt ihr bald erfahren. Betrachtet jetzt diese Proportion:

Tagl. Tagl. Tage Tage
3 : 6 = 4 : 8

Das heißt: wenn 3 Taglöhner 4 Tage Zeit zu einer gewissen Arbeit brauchen, so müssen noch Ein Mahl so viel Taglöhner auch noch ein Mahl so viel Zeit zur nämlichen Arbeit haben. Scheint euch dieses richtig zu seyn? K. Nein.

L. Meynt ihr, daß die 6 Taglöhner mehr oder weniger Zeit als die 3 zur Umgrabung eines Gartens brauchen? K. Weniger.

L. Das ist richtig! Aber den wie vielsten Theil der Zeit, welche die 3 Taglöhner nöthig haben, glaubt ihr wohl, daß die 6 Taglöhner brauchen? K. Die Hälfte (den halben).

L. Gut geantwortet. Warum meynt ihr aber, daß 6 Taglöhner gerade nur halb so viel Zeit als 3 Taglöhner zur nämlichen Arbeit brauchen. K. Weil 6 Taglöhner noch Ein Mahl so viel als 3 sind.

L. Da habt ihr ganz richtig geschlossen. Ich will also Statt der unrichtigen Zahl 8 die Zahl 2 daher setzen, so daß wir folgende vier Zahlen bekommen: Tagl. Tagl. Tage Tage
3 : 6 = 4 : 2. Ist aber dieses eine ordentliche Proportion, dergleichen wir bisher immer hatten? K. Nein.

L. Wie viel Mahl ist denn das zweyte Glied größer als das erste? K. 2 Mahl.

L. Wie viel Mahl sollte also auch, wenn es eine ordentliche Proportion seyn sollte, das vierte größer als das dritte seyn? K. 2 Mahl.

L. Daß aber dieses der Fall nicht ist, seht ihr: in welchem Verhältnisse steht vielmehr das vierte Glied mit dem dritten? K. Es ist 2 Mahl kleiner.

L. Jetzt wollen wir das zweyte Glied noch Ein Mahl so groß machen, als es ist, und statt 6 die Zahl 12 herschreiben. — So! Statt 6 Taglöhner graben nun ihrer 12 den Garten um. Werde ich nun das vierte Glied auch noch Ein Mahl so groß machen müssen, als es jetzt ist? Das heißt: werden 12 Taglöhner 4 Tage zu einer Arbeit brauchen, wozu ihrer 6 nur 2 Tage brauchten? K. Nein.

L. Wie viel Tage werden die 12 Taglöhner nur brauchen? K. Einen.

L. Wie

L. Wie viel Mahl muß also jetzt das vierte Glied kleiner werden als es ist, da das zweyte noch Ein Mahl so groß geworden ist, als es vorhin war? K. Es muß noch Ein Mahl so klein werden.

L. Recht! 12 Arbeiter brauchen in unserm Falle nur Einen Tag. Ich setze also 1 statt 2 her. Nun sagt mir geschwind, ob das vierte Glied grösser oder kleiner werden muß, wenn ich das zweyte kleiner mache, das heißt: wenn ich weniger Arbeiter hinstelle? K. Es muß dann größer werden.

L. Also muß die Zahl der Tage zunehmen, wenn die Zahl der Arbeiter abnimmt? K. Freylich!

L. Wie viel Mahl muß denn das vierte Glied größer werden, wenn ich das zweyte noch Ein Mahl so klein mache, als es jetzt ist? K. Da muß das 4te noch Ein Mahl so groß werden, als es jetzt ist.

L. Macht diese Veränderung in beyden Gliedern. K. (schreiben statt 12 die Zahl 6 und statt 1 eine 2).

L. Nun gebt recht Achtung auf das, was ich jetzt sage. Neulich habt ihr immer gesehen, daß Geld und Waaren so in Verbindung mit einander stehen, daß die Menge des Einen genau um so viel Mahl größer oder kleiner wird, als die Menge des andern größer oder kleiner wird. Daher konnten wir sagen: so viel Mahl mehr oder weniger Waare, so viel Mahl mehr oder weniger Geld; und umgekehrt: so viel Mahl mehr oder weniger Geld (wir hingeben), so viel Mahl mehr oder weniger Waare (bekommen wir). Jetzt sagt mir, ob es nicht auch Dinge (Zahlen, Größen) gebe, die in einer sol-

chen Verbindung mit einander stehen, daß das (die) eine in demselben Verhältnisse wächst, als das (die) andere abnimmt, und wiederum daß das (die) eine in dem Verhältnisse abnimmt, als das (die) andere zunimmt. K. Ja, dergleichen Dinge (Größen) giebt es.

L. Was für Dinge oder Größen behauptet ihr jetzt, daß es gebe? K. Solche, die in einer solchen Verbindung mit einander stehen, daß die eine in demselben Verhältnisse wächst, als die andere abnimmt, und abnimmt, als die andere zunimmt.

L. Könnt ihr mir nun ein Beyspiel von solchen Größen oder Zahlen geben, wo die eine in gleichem Verhältnisse abnehmen muß, in welchem die andere zunimmt, und umgekehrt? K. Die Zahlen der Tage und Arbeiter sind solche Größen.

L. Wenn also die Zahl der Tage zunimmt, was muß da mit der Zahl der Arbeiter für eine Veränderung vorgehen? K. Sie muß (verhältnißmäßig) abnehmen.

L. Und wenn die Zahl der Tage abnimmt? K. So muß die Zahl der Arbeiter (verhältnißmäßig) zunehmen.

L. Und wenn die Zahl der Arbeiter zunimmt? K. Dann nimmt die Zahl der Tage (verhältnißmäßig) ab.

L. Und wenn die Zahl der Arbeiter abnimmt? K. Dann ꝛc.

L. Nun merkt einige Ausdrücke, die ich um der Kürze willen in der Folge öfters gebrauchen werde. Solche Dinge, die in einer solchen Verbindung mit einan-

einander stehen, daß die Menge des einen zunimmt, wenn die Menge des andern abnimmt, und umgekehrt: daß die Menge des einen abnimmt, wenn die Menge des andern zunimmt, nenne ich widerstimmige *) Dinge: und Dinge, welche in einer solchen Verbindung mit einander stehen, daß die Menge des einen so viel Mahl zu- oder abnimmt, als die Menge des andern zu- oder abnimmt, wollen wir einstimmige Dinge nennen. Nun sagt mir, ob der Preis einer gewissen Sorte von Taback und die Menge des Tabacks ein- oder widerstimmige Dinge sind. K. Einstimmige.

L. Warum wollt ihr sie so nennen? K. Weil die Menge des einen in demselben Maße ab- oder zunehmen muß, in welchem die Menge des andern ab- oder zunimmt.

L. Wenn ein Mensch von der Stadt N. nach L. reisen und täglich 4 Meilen weit gehen wollte, so brauchte er 18 Tage. Würde er nun mehr oder weniger Tage brauchen, wenn er geschwinder, etwa täglich 6 Meilen weit gienge? K. Er würde weniger Tage brauchen.

L. Wie aber, wenn er langsamer und täglich nur 3 Meilen weit gienge? K. Dann brauchte er mehr als 18 Tage.

L. Nun sagt, ob die Geschwindigkeit, mit der in diesem Beyspiele ein Mensch geht, und die wir durch die Anzahl der täglich zurückgelegten Meilen

*) Ich borge diesen Ausdruck Hrn. Prof. Fischer ab.

ausdrücken, und die Tage ein- oder widerstimmige Dinge sind? K. Widerstimmige.

L. Warum müssen wir sie so nennen? K. Weil die Zahl der Tage in dem Maße abnimmt, in welchem die Geschwindigkeit des Reisenden zunimmt: und umgekehrt, weil ꝛc.

L. Nunmehr werdet ihr, hoffe ich, ein- und widerstimmige Dinge von einander unterscheiden können. Jetzt wollen wir unsere vier benannten Zahlen da (Tagl. Tagl. Tage Tage / 3 : 6 = 4 : 2) wieder ansehen. Wir finden da 2 Verhältnisse, nämlich —? K. 3 Tagl. zu 6 Taglöhnern und 4 Tage zu 2 Tagen.

L. Sind denn die in beyden Verhältnissen genannten Dinge ein- oder widerstimmige Dinge? K. Widerstimmige Dinge.

L. Freylich! Denn die Zahl der Tage muß ja abnehmen, wenn die Zahl der Arbeiter zunimmt. Nun sagt, ob es wahr ist, was die Zeichen da sagen, ob sich nämlich 4 zu 2 eben so verhält, wie 3 zu 6? K. Nein.

L. Jetzt will ich aber einmahl das erste Verhältniß verkehrt lesen, seht, ob da keine ordentliche Proportion herauskommt. Wie sich 6 zu 3 verhält, so verhält sich 4 zu 2. K. Das ist richtig.

L. Wie habe ich es gemacht, um aus diesen 4 Zahlen eine ordentliche Proportion zu erhalten? K. Sie haben das erste Verhältniß verkehrt gelesen.

L. Jetzt will ich das zweyte Verhältniß verkehrt und das erste wie es da steht lesen, seht, ob da eine ordentliche Proportion herauskommt. Wie sich

3 zu 6 verhält, so verhält sich 2 zu 4. K. Das ist auch richtig.

L. Nun merkt! Wenn die beyden Dinge, welche in 2 Verhältnissen genannt werden, widerstimmige Dinge sind, so sagt man: sie sind einander verkehrt proportionirt, oder: sie stehen mit einander in umgekehrtem Verhältnisse *). Zeigen hingegen die beyden Benennungen der 2 Verhältnisse einer Proportion einstimmige Dinge an, so spricht man: sie sind einander ordentlich oder gerade proportionirt, oder: sie stehen in ordentlichem oder geradem Verhältnisse zu einander. Jetzt sagt mir, ob die Arbeiter und Tage, die sie zur Arbeit anwenden, in geradem (ordentlichem) oder verkehrtem Verhältnisse zu einander stehen? K. In verkehrtem.

L. Deßhalb — merkt dieß wohl! — müssen wir auch eins von den beyden Ver-

*) In umgekehrtem Verhältnisse stehet:

1) Die Zahl der Arbeiter mit der Zeitdauer der Arbeit.

2) Die Zahl der Menschen mit der Zeitdauer der vorräthigen Lebensmittel.

3) Das Gewicht des Brodes mit den Unkosten des Bäckers

4) Die Länge eines zu irgend einem Behufe nöthigen Zeuges mit seiner Breite.

5) Die Geschwindigkeit zweyer Boten mit den Zeiten in denen sie einerley Weg zurück legen, u. s. w.

hältnissen da (hinzeigend) verkehrt lesen oder schreiben. Wie sich, sprechen wir, 3 zu 6 verhält, so verhält sich umgekehrt 2, die Zahl der Tage, welche die 6 Taglöhner brauchen, zu 4, der Zahl von Tagen, welche die 3 Taglöhner brauchen. Das heißt hier in unserm Falle: so wie 3 Taglöhner nur halb so viel als ihrer 6 sind, so brauchen umgekehrt die 6 Taglöhner nur 2, also halb so viel, Tage, als die 3 Taglöhner, welche 4 Tage brauchen. Versteht sich, daß wir immer von einerley Arbeit sprechen. — Jetzt wollen wir einmahl folgenden Fall annehmen: Wenn ein Reisender täglich 3 Meilen weit geht, so braucht er bis er von der Stadt A nach B kommt, 14 Tage: wie viel Tage wird er nun brauchen, wenn er täglich noch Ein Mahl so weit, also 6 Meilen, geht? K. 7 Tage.

L. Gut! Wir wollen diese Proportion anschreiben. Welche Zahlen machen das erste Verhältniß aus? K. 3 : 6.

L. Welche Benennung haben diese beyden Zahlen? K. Meilen.

L. Welche Zahlen machen das zweyte Verhältniß aus? K. 14 : 7.

L. Und die Benennung dieser Zahlen? K. Tage.

L. Unsere Proportion sieht also so aus:

M. M.
3 : 6
= 14 : 7
T. T.

Sind Tage und Meilen (Geschwindigkeit) hier ein- oder widerstimmige Dinge? K. Widerstimmige.

L. Warum nennt ihr sie so? K. Weil ꝛc.

L. Sind

L. Sind nun diese Dinge einander ordentlich (gerade) oder verkehrt proportionirt? K. Verkehrt.

L. Wie muß also eines dieser Verhältnisse gelesen oder geschrieben werden? K. Verkehrt.

L. Lest nun diese Proportion 2 Mahl her, doch so, daß ihr das erste Mahl das erste und das zweyte Mahl das zweyte Verhältniß verkehrt leset. K. 1) Wie sich 6 Meilen zu 3 Meilen verhalten, so verhalten sich 14 Tage zu 7 Tagen. 2) Wie sich 3 Meilen verhalten zu 6 Meilen, so verhalten sich umgekehrt 7 Tage zu 14 Tagen.

L. Bey einer Proportion, wie die angeschriebene ist, da sich die 2 Zahlen des einen Verhältnisses umgekehrt zu einander verhalten wie die Zahlen des andern Verhältnisses, kann man die vierte Proportionalzahl nur dann auf die euch bekannte Weise finden, wenn man die beyden Glieder des ersten Verhältnisses in umgekehrter Ordnung schreibt. Bisher habt ihr nämlich dasjenige Glied, von dem euch schon etwas bekannt war, zuerst gesetzt (zum ersten Gliede gemacht); hingegen bey Proportionen von der erst erwähnten Art, muß das Glied, von dem uns etwas bekannt ist, das zweyte, und das sogenannte Frageglied das erste werden. Ich will sehen, ob ihr von dem erst Gesagten Anwendung machen könnt. Wenn ich 5 Schnitter auf ein Feld schicke, so schneiden sie das darauf befindliche Getreide in 24 Stunden ab: wie viel Stunden brauchen 15 Schnitter? Kommen hier in dieser Aufgabe Dinge vor, die ein-

ander verkehrt oder gerade proportionirt sind? K. Dinge, die einander verkehrt proportionirt sind.

L. Gut! Welches sind die beyden gleichbenannten Zahlen, die das erste Verhältniß ausmachen müssen? K. 5 und 15 Schnitter.

L. Von welchem dieser beyden Glieder wißt ihr schon etwas? K. Von dem: 5 Schnitter.

L. Was wißt ihr schon hievon? K. Daß sie in 24 Stunden ꝛc.

L. Das wie vielste Glied muß also die Zahl 5 hier werden? K. Das zweyte.

L. Welche Zahl wird dagegen das erste? K. 15.

L. Recht! Setzt nun das Exempel an. K. (setzen an:

Schn. Schn. St.
15 : 5 = 24)

L. Jetzt könnt ihr das vierte Glied auf die gewöhnliche Weise suchen. Thut es. K. rechnen:

24
5
---
15 | 120 | 8 Stunden.)
| 120 |

L. Richtig! 8 Stunden. Denn wer drey Mahl mehr Arbeiter zu einer Arbeit stellt, der braucht — nun, wie meynt ihr, drey Mahl mehr, oder drey Mahl weniger Zeit? K. Drey Mahl weniger.

L. Und 8 Stunden sind ja gerade drey Mahl weniger Zeit als 24 Stunden. — Nun haben wir dieses Exempel den Regeln der Proportion gemäß angesetzt und ausgerechnet: wir können es aber auch

so

so ansetzen, wie man Regeldetriexempel nach der gewöhnlichen Art ansetzt. In diesem Falle käme der Fragesatz — in welche Stelle? K. In die dritte.

L. Und derjenige Satz, welcher mit dem Fragesatz einerley Art von Dingen anzeigt, wo käme der hin? K. In die erste Stelle.

L. Gut! Nun setzt es einmahl so an. K. (setzen an:

Schn.	St.	Schn.
5	— 24	= 15

)

L. Ehe wir rechnen, seht erst eure vorige Rechnung (die noch an der Tafel stehen muß) noch einmal an und sagt, welche Zahlen ihr dort mit einander multiplicirt habt. K. Da haben wir 24 mit 5 multiplicirt.

L. Welche Sätze müßtet ihr denn mit einander multipliciren, wenn ihr bey der letztern Art des Ansatzes die nämlichen 2 Zahlen mit einander multipliciren wolltet? K. Den ersten und zweyten Satz.

L. Und mit welchem Satze müßtet ihr wohl nachher das Product aus den beyden ersten Sätzen dividiren, wenn der nämliche Quotient, welchen ihr vorhin gefunden habt, zum Vorschein kommen soll? K. Mit dem dritten.

L. So muß auch wirklich dieses Exempel gerechnet werden. Denn wenn ihr es so rechnen wolltet, wie ihr die neulich vorgelegten und nach der gewöhnlichen Art angesetzten Regeldetriexempel gerechnet habt; so würdet ihr ein ganz unrichtiges Facit finden. Probirt es nur, und multiplicirt hier den zweyten mit dem dritten Satze und dividirt dann

das

das Product mit dem ersten. K. (finden die Zahl 72).

L. Nach dieser Rechnung brauchten also 15 Arbeiter 72 Stunden zu einer Arbeit, womit ihrer 5 schon in 24 Stunden fertig werden, welches aber offenbar ungereimt wäre. Jetzt rechnet aber dieses Exempel, wie ich gesagt habe, daß es gerechnet werden muß, und ihr werdet das richtige Facit finden. K. rechnen:

(Schn. St. Schn.)
5 — 24 — 15

5

15 | 120 | 8
   | 120 |

L. Seht, hier habt ihr, wie vorhin, 8, welche Zahl auch hier die Benennung des zweyten Gliedes (Satzes) bekommt. Jetzt sagt mir, worin diese Art zu rechnen von derjenigen abweicht, deren ihr euch bedient, wenn ihr Exempel, wie dieses:

℔ Kr. ℔
3 — 52 = 7 ? ausrechnen wollt. K. Darin, daß wir hier (auf das erst ausgerechnete Exempel zeigend) den ersten und zweyten Satz mit einander multipliciren und das Product mit dem dritten dividiren, da wir im Gegentheil bey diesem andern Exempel da (auf:

℔ Kr. ℔
3 — 52 = 7

zeigend) den zweyten mit dem dritten Satze, ꝛc.

L. Ich will einmahl das Exempel von Schnitzern A, und dieses da von Pfunden und Kreuzern

B nen-

B nennen. Weil man bey dem Exempel A das bey B anzuwendende Verfahren gerade umkehren oder, wenn man es den Regeln der Proportion gemäß ansetzt, das eine Verhältniß verkehrt schreiben muß, so nennt man auch die Rechnungsart, nach welcher man Exempel, wie A, ausrechnet, die verkehrte Regeldetri; da man hingegen die bey dem Exempel B anzuwendende Rechnungsart die ordentliche Regeldetri nennt. Da es durchaus nothwendig ist, zu wissen, in welchen Fällen man die eine oder andere dieser beyden Rechnungsarten anwenden muß; so will ich euch die Regeln suchen lassen, nach denen man dieses auch in dem Falle, als man diese Exempel nicht als 3 Glieder einer Proportion mit benannten Zahlen, sondern auf die gewöhnliche Weise ansetzt, beurtheilen kann. Was wollen wir bey dem Exempel B eigentlich wissen?

K. Was (wie viel Kreuzer) 7 Pfund kosten.

L. Wir werden nachher finden, daß sie $121\frac{1}{3}$ Kreuzer kosten. Würde denn wohl dieses Facit (die Zahl der Kreuzer) noch Ein Mahl so groß oder noch Ein Mahl so klein werden, wenn wir das dritte Glied noch Ein Mahl so groß machten, als es jetzt ist? K. Es würde noch Ein Mahl so groß werden.

L. Wenn wir aber das dritte Glied noch Ein Mahl so klein machten, als es jetzt ist? K. Dann würde das Facit auch noch Ein Mahl so klein ausfallen.

L. Deshalb, merkt wohl, weil das Facit hier in dem Maße zu- oder abnehmen muß, in welchem

die

die Zahl des dritten Satzes zu- oder abnimmt, muß dieses Exempel nach der ordentlichen Regeldetri gerechnet werden. Wer kann mir jetzt sagen, welche Exempel man nach der ordentlichen Regeldetri ausrechnen muß? K. Solche, die so beschaffen sind, daß das Facit in demselben Maße zu- oder abnimmt, in welchem das dritte Glied zu- oder abnimmt.

L. Gut! Jetzt seht das Exempel A an, und sagt, ob das gesuchte Facit größer oder kleiner ausfallen würde, wenn ich das dritte Glied noch Ein Mahl so groß machte, als es jetzt ist. K. Da würde das Facit kleiner (und zwar noch Ein Mahl so klein) ausfallen.

L. Richtig! Und an diesem Umstande erkennt man, daß dieses Exempel nach der verkehrten Regeldetri gerechnet werden muß. Wer weiß nunmehr, welche Exempel man nach der verkehrten Regeldetri rechnen muß? K. Diejenigen, welche so beschaffen sind, daß das Facit kleiner ausfällt, wenn das dritte Glied größer wird.

L. Oder, was einerley ist, auch umgekehrt, wo das Facit in dem Maße größer wird, in welchem man das dritte Glied kleiner macht. Nunmehr sollt ihr euch in Beurtheilung solcher Aufgaben, die entweder durch die Anwendung der ordentlichen oder verkehrten Regeldetri aufgelöset werden können, üben.

Nun

Nun lege man den Kindern Exempel bald von der einen, bald von der andern Art vor, und lasse sie beurtheilen, nach welcher sie gerechnet werden müssen. Von solchen Aufgaben, welche durch Anwendung der verkehrten Regeldetri aufgelöset werden, stehen einige hier. Man lasse sie sowohl nach den Regeln der Proportion, als auf die gewöhnliche Weise ansetzen und ausrechnen.

Von einem Zeuge, welcher $\frac{3}{4}$ breit ist, brauche ich zu einem Kleide ꝛc. 16 Ellen: wie viel würde ich brauchen, wenn der Zeug $\frac{2}{3}$ E. breit wäre? (Die Kinder schließen hier: je breiter der Zeug ist, desto weniger Ellen braucht man; folglich ist hier die verkehrte Regeldetri anzuwenden. Man kann also ansetzen:

E. Br. E. Br. E. L.
1) $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = 16$ (Das erste Verhältniß steht hier so wie in den folgenden diesem ähnlichen Beyspielen, verkehrt).

E. Br. E. L. E. Br.
2) $\frac{3}{4} — 16 = \frac{2}{3}$ (Bey 3/4 E. Br. braucht man 16 E. Länge: wie viel Länge braucht man bey 2/3 E. Breite?)

Nro. 1. wird also gerechnet:

$$\frac{3}{4} \times \frac{16}{1} = \frac{48}{4}$$
$$\frac{48}{4} : \left[\frac{2}{3}\right] \frac{3}{2} = \frac{144}{8} = 18 \text{ Ellen.}$$

Bey Nro. 2. verfährt man eben so. Der erste und zweyte Satz werden mit einander multiplicirt und das Product wird mit dem dritten dividirt.

Von

Von $\frac{5}{6}$ Ellen breitem Zeuge braucht man zu irgend einem Behufe 67 Ellen: wie viel Ellen braucht man, wenn der Zeug $\frac{5}{8}$ breit ist?

E. Br. E. B. E. L.

Ansatz: 1) $\frac{5}{8} : \frac{5}{6} = 67$

E. B. E. L. E. Br.

2) $\frac{5}{6} — 67 = \frac{5}{8}$

(Bey 5/6 Ellen Breite braucht man 67 Ellen, wie viel Ellen braucht man bey 5/8 E. Breite?)

Berechnung: $\frac{5}{6} \times \frac{67}{1} = \frac{335}{6}$

$\frac{335}{6} : [\frac{5}{8}]\frac{8}{5} = \frac{2680}{30} = \frac{268}{3} = 89\frac{1}{3}$ Ell.

Eine Bäuerin hat 60 Ellen Leinwand, welche $\frac{7}{8}$ Ellen breit ist; sie wünschte aber dieses Stück gegen andere von gleicher Güte und $\frac{2}{3}$ Ell. Breite auszutauschen: wie viel Ellen von dieser müßte sie für ihre 60 Ellen bekommen?

E. Br. E. Br. E. L.

Ansatz: 1) $\frac{2}{3} : \frac{7}{8} = 60$

E. Br. E. L. E. Br.

2) $\frac{7}{8} — 60 — \frac{2}{3}$

(Bey 7/8 E. Breite habe ich 60 Ellen Länge: wie viel in der Länge bey 2/3 E. Breite?)

Berechnung: $\frac{60}{1} \times \frac{7}{8} = \frac{420}{8}$

$\frac{420}{8} : [\frac{2}{3}]\frac{3}{2} = \frac{1260}{16} = 78\frac{3}{4}$ Ellen.

75 Menschen reichen mit einem gewissen Vorrathe von Brod ꝛc. 12 Tage aus: wie viel Tage reichen 100 Menschen mit diesem Vorrathe aus?

Ansatz:

M. M. T.
Ansatz: 1) 100 : 75 = 12
M. T. M.
2) 75 — 12 = 100?

Berechnung:
75
12
150
75
100|900|9 Tage.
|900|

Jemand läßt sich ein Kleid machen, wozu er $4\frac{1}{2}$ Elle Tuch, welches $1\frac{3}{4}$ Ellen breit ist, braucht: wie viel Ellen Futter wird er nöthig haben, wenn dieses $\frac{2}{3}$ Ellen breit ist?

Breite Länge Breite
Ansatz: $1\frac{3}{4}$ — $4\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$?
$\frac{7}{4}$ $\frac{9}{4}$

(Bey 1 3/4 Ellen in der Breite braucht man 4 1/2 E. in der Länge: wie viel braucht man bey 2/3 E. breite?)

Br. Br. Länge
oder: $\frac{2}{3} : 1\frac{3}{4} = 4\frac{1}{2}$
Berechnung: $\frac{7}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{63}{16}$
$\frac{63}{16} : \left[\frac{2}{3}\right] \frac{3}{2} = 18\frac{9}{32} = 5\frac{2}{3}\frac{9}{2}$ Ellen.

Der Bauer Helfreich lieh einst seinem Nachbar Hans, dessen Gesinde krank lag, 4 Dienstboten auf $6\frac{1}{2}$ Tag. Das folgende Jahr wollte Hans seinem Nachbar, der Mangel an Schnittern hatte, den Dienst wieder hinausbezahlen und schickte ihm deshalb 3 von seinen Leuten zu: wie viel Tage müssen diese Helfreichen beystehen, bis Hansens Schuld abgetragen ist?

Dienstb. Tage Dienstb.

Ansatz: $\frac{4}{1} — \frac{6\frac{1}{2}}{1\frac{3}{2}} — \frac{3}{1}$?

D. D T.

oder: 3 : 4 = $6\frac{1}{2}$

Berechnung: $\frac{4}{1} \times 1\frac{3}{2} = 5\frac{2}{2}$

$5\frac{2}{2} : [\frac{3}{1}]\ \frac{1}{3} = \frac{5}{6}\frac{2}{} = 8\frac{2}{3}$ Tage.

Eine Bäuerin bringt Garn zu einem Weber und fragt, wie weit es laufen (wie viel Ellen es geben) werde? Der Weber sagt: 140 Ellen, wenn die Leinwand $\frac{2}{3}$ breit werden soll. Die Bäuerin verlangte aber $\frac{5}{6}$ Ellen Breite: wie viel Ellen wird sie da bekommen haben?

Br. L. Br.

Ansatz: $\frac{2}{3}$ — 140 — $\frac{5}{6}$?

Br. Br. L.

oder: $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$ = 140

Berechnung: $\frac{2}{3} \times \frac{140}{1} = \frac{280}{3}$

$\frac{280}{3} : [\frac{5}{6}]\ \frac{6}{5} = \frac{1680}{15} = 112$ Ell.

Ein guter Freund leihet dem andern 240 fl. auf 8 Monat ohne Zins. Ein ander Mahl leihet dieser dem ersten 360 fl.: wie lange darf er dieses Geld ausstehen lassen, damit der Liebesdienst gleich werde?

fl. M. fl.

240 — 8 — 360

8

360 | 1920 | $5\frac{120}{360} = 5\frac{1}{3}$ Monat.

1800

120

fl. fl. M.

oder: 360 : 240 = 8

Wenn

Wenn das Simmera Korn 18 fl. kostet, so wiegt ein 2 Groschen Laib $3\frac{1}{4}$ ℔: wie viel muß ein solcher Laib wiegen, wenn das Simmera Korn auf 24 fl. steigt?

	fl.	℔	fl.
Ansatz:	18	— $3\frac{1}{4}$ —	24?
	fl.	℔	fl.
Berechnung:	18	— $3\frac{1}{4}$ —	24
	1	$1\frac{3}{4}$	1

$18 \times 1\frac{3}{4} = 24\frac{3}{4}$

$24\frac{3}{4} : [2\frac{4}{1}]\ 2\frac{1}{4} = 2\frac{3}{9}\frac{4}{6} = 2\frac{7}{16}$ ℔ oder 2 ℔ 14 Loth.

Ein Bote, welcher täglich 4 Meilen weit geht, kommt in 4 Tagen von A nach N: in wie viel Tagen macht ein anderer Bote, der täglich $5\frac{1}{2}$ Meile geht, den nämlichen Weg?

12 Arbeiter brauchen zum Ausgraben eines Teiches 15 Tage: wie viel Tage brauchen 7 Arbeiter zu dieser Arbeit?

12 zugleich angebrannte Lichter von gleicher Dicke und Länge erhellen einen Saal 5 Stunden lang: wie viel Stunden lang werden ihn 30 Lichter von der nämlichen Dicke und Länge erhellen? (Man sieht wohl ohne meine Erinnerung, daß durch diese Aufgabe nur die Urtheilskraft der Kinder geprüft und geübt werden soll, denn 1000 zugleich angezündete Lichter von gleicher Dicke und Länge brennen nicht länger als eins derselben).

4 Maurer bringen eine Mauer in 28 Tagen fertig: wie lange brauchen 11 Maurer bey gleichem Fleiße zu dieser Arbeit?

5 Dreſcher brauchen 24 Tage, bis ſie eine Scheune voll Getreide ausdreſchen: wie viel Tage brauchen 3 Dreſcher dazu?

e) Von der ſogenannten welſchen Practik, als einer abgekürzten Art, Regeldetriexempel zu rechnen.

L., (welcher zur Rechten 25 Kr. und zur Linken 20 und daneben 5 Kr. hingelegt hat). Hier liegen 25 Kr., und hier 20 und daneben noch 5 Kr.: auf welcher Seite liegen mehr Kreuzer? K. Es liegen auf einer ſo viel, als auf der andern, da ja 20 und 5 ſo viel als 25 iſt.

L. Jetzt lege ich hieher (zur Rechten) 28 Kr., und daher (zur Linken) 20, 5 und 3 Kr.: auf welcher Seite liegen jetzt mehr Kreuzer? K. Auf der einen liegen wieder ſo viel, als auf der andern.

L. Hieraus ſeht ihr, daß ich eine Zahl in kleinere Theile, welche zuſammen genommen der ganzen Zahl gleich ſind, zerlegen kann, und daß es ganz einerley iſt, ob ich ſage: dieſes Ding koſtet 20 und 5 und 3 Kr., oder es koſtet —? K. 28 Kr.

L. Nun ſagt mir, mit welchem Namen ich 20 kr. belegen muß, wenn ich ſie als einen Guldenbruch betrachten will. K. Mit dem Namen $\frac{1}{3}$ fl.

L. Und

L. Und was haben 5 Kr., als Guldenbruch betrachtet, für eine Benennung? K. $\frac{1}{12}$ fl.

L. Und 3 Kr.? K. $\frac{1}{20}$ fl.

L. Jetzt haben wir 28 Kr. in lauter Guldenbrüche, wovon jeder 1 zum Zähler hat, zerlegt, oder, wie man auch spricht, wir haben die 28 Kr. zerstreut. Wer weiß wohl jetzt, was ihr thun müßt, wenn ich sage: zerstreut 13 Kr.? K. Da müssen wir 13 Kr. in Guldenbrüche, wovon jeder 1 zum Zähler hat, zerlegen.

L. Könnt ihr mir noch Ein Mahl sagen, in welche Guldenbrüche wir 28 Kr. zerstreut haben? K. In $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{20}$ Gulden.

L. Welche Guldenbrüche haben wir denn aus 25 Kreuzern gemacht? K. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{12}$ Gulden.

L. Um eine rechte Fertigkeit im Kopfrechnen zu bekommen, muß man geschwind jede Anzahl von Pfennigen in Groschenbrüche, jede Anzahl von Kreuzern und Groschen in Gulden- oder Thalerbrüche, jede Anzahl von Lothen und Pfunden in Pfund- und Centnerbrüche, welche, was wohl zu merken ist, alle nur 1 zum Zähler haben dürfen *), verwandeln können: daher wollen wir uns eine Zeitlang in diesem Geschäfte üben.

Nun lasse man die Kinder folgende Ausdrücke auf ihre Rechentafeln aus dem Kopfe schreiben und sie dann theilweise auswendig hersagen.

*) Weil eben dadurch das Kopfrechnen erleichtert wird.

1) Pfennige werden in Groschenbrüche zerstreut:

Pfennige		Groschen
1 =	. . . . .	1/12
2 =	. . . . .	1/6
3 =	. . . . .	1/4
4 =	. . . . .	1/3
5 = 4 + 1 =	. . . .	1/3 + 1/12 oder
5 = 3 + 2 =	. . . .	1/4 + 1/6.
6 =	. . . . .	1/2
7 = 6 + 1 =	. . . .	1/2 + 1/12 oder
7 = 4 + 3 =	. . . .	1/3 + 1/4.
8 = 4 + 4 =	. . . .	1/3 + 1/3
9 = 3 + 3 + 3 =	. . .	1/4 + 1/4 + 1/4
10 = 6 + 4 =	. . . .	1/2 + 1/3
11 = 4 + 4 + 3 =	. . .	1/3 + 1/3 + 1/4 oder
11 =	. . . . .	1 Gr. weniger 1 Pf.

Diese Sätze werden, wenn sie geschrieben worden sind, folgender Massen hergesagt: 1 Pf. ist 1/12 Gr.; 2 Pf. machen 1/6 Gr.; 3 Pf. machen 1/4 Gr. — 5 Pf. bestehen aus 5 u. 1 Pf. und machen 1/3 u. 1/12 Gr., oder: 5 Pf. bestehen aus 3 u. 2 Pf. und machen daher 1/4 u. 1/6 Gr. — 9 Pf. bestehen aus 3 u. 3 u. 3 Pf., machen also 1/4 u. 1/4 u. 1/4 Gr. u. s. w. Diese Erinnerung gilt für die Sätze in den folgenden Nummern auch.

---

2) Kreuzer werden in Guldenbrüche zerstreut.

Kreuzer		Gulden
1 =	. . . . .	1/60
2 =	. . . . .	1/30

Kreuzer		Gulden
3 =	. . . . .	1/20
4 =	. . . . .	1/15
5 =	. . . . .	1/12
6 =	. . . . .	1/10
7 = 6 + 1 =	. . .	1/10 + 1/60 oder
7 = 5 + 2 =	. . .	1/12 + 1/30 oder
7 = 4 + 3 =	. . .	1/15 + 1/20
8 = 4 + 4 =	. . .	1/15 + 1/15 oder
8 = 5 + 3 =	. . .	1/12 + 1/20 oder
8 = 6 + 2 =	. . .	1/10 + 1/30
9 = 6 + 3 =	. . .	1/10 + 1/20 oder
9 = 5 + 4 =	. . .	1/12 + 1/15.
10 =	. . . . .	1/6
11 = 10 + 1	. . . .	1/6 + 1/60
12 =	. . . . .	1/5
13 = 12 + 1 =	. . .	1/5 + 1/60 oder
13 = 10 + 3 =	. . .	1/6 + 1/20
14 = 10 + 4 =	. . .	1/6 + 1/15 oder
14 = 12 + 2 =	. . .	1/5 + 1/30
15 =	. . . . .	1/4
16 = 15 + 1 =	. . .	1/4 + 1/60 oder
16 = 12 + 4 =	. . .	1/5 + 1/15 oder
16 = 10 + 6 =	. . .	1/6 + 1/10
17 = 15 + 2 =	. . .	1/4 + 1/30 oder
17 = 12 + 5 =	. . .	1/5 + 1/12
18 = 15 + 3 =	. . .	1/4 + 1/20 oder
18 = 6 + 6 + 6 =	. .	1/10 + 1/10 + 1/10
19 = 15 + 4 =	. . .	1/4 + 1/15 oder
19 =	. . . .	1/3 — weniger 1 Kr.
20 =	. . . . .	1/3

Kreuzer	Gulden
21 = 20 + 1 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{60}$
22 = 20 + 2 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
23 = 20 + 3 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{20}$
24 = 20 + 4 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ oder
24 = 12 + 12 =	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$
25 = 20 + 5 =	$\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$ oder
25 = 12 + 12 + 1 =	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{60}$
26 = 20 + 6 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{10}$
27 = 20 + 6 + 1	$\frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{60}$
28 = 20 + 5 + 3 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$ oder
28 = 12 + 12 + 4	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + 1\frac{1}{5}$
29 = 12 + 12 + 5	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + 1\frac{1}{2}$ oder
29 = . . .	$\frac{1}{2}$ — weniger 1 Kr.
30 = . . .	$\frac{1}{2}$
31 = 30 + 1 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{60}$
32 = 30 + 2 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{30}$
33 = 30 + 3 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{20}$
34 = 30 + 4 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{5}$
35 = 30 + 5 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$
36 = 30 + 6 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{0}$ oder
36 = 12 + 12 + 12 =	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$
37 = 30 + 6 + 1 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{0} + \frac{1}{60}$
38 = 30 + 4 + 4 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{5} + 1\frac{1}{5}$ oder
38 = 30 + 6 + 2 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{0} + \frac{1}{30}$
39 = 30 + 6 + 3 =	$\frac{1}{2} + 1\frac{1}{0} + \frac{1}{20}$ oder
39 = 12 + 12 + 12 + 3 =	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$
40 = 20 + 20 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
41 = 20 + 20 + 1 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{60}$
42 = 20 + 20 + 2 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{30}$ oder
42 = 30 + 12 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

4 =

Kreuzer	Gulden
43 = 20 + 20 + 3 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{20}$ oder
43 = 30 + 12 + 1 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{60}$
44 = 20 + 20 + 4 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$
45 = 30 + 15 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ oder
45 = 15 + 15 + 15 =	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
46 = 30 + 15 + 1 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{60}$
47 = 30 + 15 + 2 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{30}$
48 = 30 + 15 + 3 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$ oder
48 = 12 + 12 + 12 + 12 =	$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$
49 = 30 + 15 + 4 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15}$
50 = 30 + 20 + =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ oder
50 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 =	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$
51 = 30 + 20 + 1 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{60}$
52 = 30 + 20 + 2 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{30}$ oder
52 = 20 + 20 + 12 =	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$
53 = 30 + 20 + 3 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{20}$
54 = 30 + 12 + 12 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$
55 = 30 + 20 + 5	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$ oder
55 = 15 + 15 + 15 + 10 =	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$
56 = 30 + 20 + 6 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}$
57 = 30 + 20 + 6 + 1 =	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{60}$ od. besser
57 =	1 weniger 1 Groschen
58 =	1 weniger 2 Kr.
59 =	1 weniger 1 Kr.

3) Lothe werden in Pfundbrüche zerstreut.

Loth	Pfund
1 = ...	$\frac{1}{32}$
2 = ...	$\frac{1}{16}$
3 = 2 + 1 = . .	$\frac{1}{16} + \frac{1}{32}$
4 = ...	$\frac{1}{8}$
5 = 4 + 1 = . .	$\frac{1}{8} + \frac{1}{32}$
6 = 4 + 2 = . .	$\frac{1}{8} + \frac{1}{16}$
7 = 4 + 2 + 1 = .	$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$
8 = ...	$\frac{1}{4}$
9 = 8 + 1 = . .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{32}$
10 = 8 + 2 = . .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$
11 = 8 + 2 + 1 = .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$
12 = 8 + 4 = . .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
13 = 8 + 4 + 1 = .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32}$
14 = 8 + 4 + 2 = .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$
15 = 8 + 4 + 2 + 1 = .	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$ oder besser
15 = ...	$\frac{1}{2}$ weniger 1 Loth.
16 = ...	$\frac{1}{2}$
17 = 16 + 1 = . .	$\frac{1}{2} + \frac{1}{32}$
18 = 16 + 2 = . .	$\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$
19 = 16 + 2 + 1 = .	$\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$
20 = 16 + 4 = . .	$\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$. u. s. w.

4) Pfunde

4) Pfunde werden in Centnerbrüche zerstreut.

Pfund	Centner
1 = ...	$\frac{1}{100}$
2 = ...	$\frac{1}{50}$
3 = 2 + 1 = . .	$\frac{1}{50} + \frac{1}{100}$
4 = ...	$\frac{1}{25}$
5 = ...	$\frac{1}{20}$
6 = 5 + 1 = . .	$\frac{1}{20} + \frac{1}{100}$
7 = 5 + 2 = . .	$\frac{1}{20} + \frac{1}{50}$
8 = 4 + 4 = . .	$\frac{1}{25} + \frac{1}{25}$
9 = 4 + 4 + 1 . .	$\frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{100}$ oder
9 = 5 + 4 = . .	$\frac{1}{20} + \frac{1}{25}$.
10 = ...	$\frac{1}{10}$
11 = 10 + 1 = . .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{100}$
12 = 10 + 2 = . .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{50}$
13 = 10 + 2 + 1 = .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{50} + \frac{1}{100}$
14 = 10 + 4 = . .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{25}$
15 = 10 + 5 = . .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$
16 = 10 + 4 + 2 = .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}$
17 = 10 + 5 + 2 = .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{50}$
18 = 10 + 4 + 4 = .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25}$
19 = 10 + 5 + 4 = .	$\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25}$
20 = ...	$\frac{1}{5}$. u. s. w.

L., (welcher an die Tafel geschrieben hat:

℔	Kr.	℔
1	— 25	— 12?)

Was müßten wir denn jetzt thun, wenn wir erfahren wollten, wie viel Gulden die 12 Pfund kosten? K. Wir müßten 25 mit 12 multipliciren und das Product mit 60 dividiren.

L. Jetzt wollen wir sehen, ob wir nicht auf eine kürzere Art das Facit gleich in Gulden finden können. In welche Guldenbrüche können wir 25 kr. verwandeln? K. In $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{12}$ Gulden.

L. Recht! Dieses wollen wir uns folgender Massen bemerken:

℔	Kr.	℔
1	— 25	— 12.
	20 |	$\frac{1}{3}$ fl.
	5 |	$\frac{1}{12}$ fl.

Die Zahlen 20 und 5 vor dem senkrechten Striche zeigen an, daß wir 25 Kr. in 20 und 5 Kr. zerlegt haben, und die Brüche hinter dem Striche, sagen uns, daß 20 Kr. $\frac{1}{3}$ fl. und 5 Kr. $\frac{1}{12}$ fl. ausmachen, und wir können jetzt den ganzen Ansatz so lesen: 1 ℔ kostet 20 Kr. oder $\frac{1}{3}$ fl. und überdieß noch 5 Kr. oder $\frac{1}{12}$ fl. Gesetzt nun, das Pfund kostete bloß $\frac{1}{3}$ fl.: wie viel Drittelsgulden kosteten denn da 12 Pfund? K. $12\frac{2}{3}$.

L. Und wie viel wären das Ganze? K. 4.

L. Das wollen wir uns da bemerken mit: 4 fl. (diesen Ausdruck an die Tafel schreibend). Kostet denn aber in unserm vorliegenden Falle 1 ℔ nur $\frac{1}{3}$ fl.? K. Nein.

L. Was kostet es denn außerdem noch? K. $\frac{1}{12}$ fl.

L. Also

L. Also können die 12 Pfund nicht bloß $\frac{12}{3}$ = 4 fl. kosten, sondern sie müssen auch noch kosten — nun wie viel Zwölftelsgulden? K. $\frac{12}{12}$.

L. Das sind Ganze? K. 1.

L. Diese 12 Pfund kosten also erstlich $\frac{12}{3}$ = 4; sodann $\frac{12}{12}$ = 1 fl. Wie viel ganze Gulden macht dieses zusammen? K. 5.

L. Nun haben wir auf eine sehr kurze und bequeme Weise das Facit dieses Exempels gefunden. Ich will es (das Facit) weglöschen und noch Ein Mahl suchen, und dabey immer sagen, was ich denke, ohne dabey auch nur eine einzige Ziffer zu schreiben. — 25 Kr. bestehen aus $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{12}$ fl., folglich kann ich hier sagen: 1 ℔ kostet $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{12}$ fl. Wenn nun 1 ℔ $\frac{1}{3}$ fl. kostet, so müssen 12 ℔ $\frac{12}{3}$ oder 4 ganze Gulden kosten; und wenn es überdieß noch $\frac{1}{12}$ fl. kostet, so müssen auch die 12 ℔ noch $\frac{12}{12}$ oder 1 fl. kosten. Vier und Eins macht aber 5, also kosten die 12 ℔ 5 fl. *). Wer von euch kann jetzt dieses Exempel 1) so rechnen, wie ich es Anfangs, d. h. mit Hülfe einiger Ziffern, 2) so, wie ich es jetzt ohne alle Ziffern gerechnet habe. K. (wiederhohlen das Verfahren auf der Tafel, dann aus dem Kopfe).

L. Von nun an rechnet ihr alle Exempel, die ich gebe, auf die jetzt angegebene abgekürzte Art, welche

*) Ich für meine Person versinnliche dieses meinen Schülern dadurch, daß ich 12 Mahl 25 Kr. hinlege und diese in 12/3 und 12/12 fl. eintheile, und dann alles summiren lasse.

welche man gewöhnlich die welsche Practik nennt. Jetzt will ich sehen, ob ihr folgendes Exempel nach der welschen Practik rechnen könnt:

℔	Kr.	℔
1	— 17	— 24 ?

Was müßt ihr vor allem mit den 17 Kreuzern machen? K. Wir müssen sie zerstreuen.

L. Recht! In welche Guldenbrüche wollt ihr sie zerstreuen? K. In $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{30}$ fl.

L. Das ist recht! Merkt aber bey dieser Gelegenheit, daß es, besonders in den Fällen, wo im dritten Satze des Exempels keine große Zahl vorkommt, bequemer ist, wenn wir $\frac{1}{30}$ fl. lieber nur 1 Kr. und $\frac{1}{30}$ fl. nur 2 Kr. nennen. Unsere Aufgabe sieht nach der Zerstreuung so aus:

℔	Kr.	℔
1	— 17	— 24.
	15 | $\frac{1}{4}$ fl.	
	2 | 2 Kr.	

Das heißt: 17 Kr. bestehen aus 15 und 2 Kreuzern. Die 15 Kr. nennen wir $\frac{1}{4}$ fl., die 2 Kr. behalten die Benennung 2 Kr., weßhalb wir sie durch einen Querstrich von dem Bruche unterschieden haben. Nun sagt, wie viel Viertelsgulden 24 ℔ kosten, wenn 1 ℔ $\frac{1}{4}$ fl. kostet? K. $\frac{24}{4}$ fl.

L. Wie viel ganze Gulden sind das? K. 6.

L. Das bemerken wir hier (6 fl. hinschreibend). Da aber das Pfund nicht bloß $\frac{1}{4}$ fl., sondern überdieß noch 2 Kr. kostet; so müssen die 24 ℔ auser den

den $\frac{24}{4}$ fl. noch kosten 24 Mahl 2 Kr. = 48 Kr.
Zusammen kosten also die 24 ℔ — ? K. 6 fl. 48 Kr.

L. Wer rechnet mir dieses Exempel jetzt noch Ein Mahl aus dem Kopfe so laut vor, wie ich es gethan habe? K. (wiederhohlen).

L. Hier schreibe ich mehrere Exempel an die Tafel: ich will sehen, wer von euch, durch meine Fragen geleitet, von jedem das Facit im Kopfe am geschwindesten wird finden können. So oft wir eins gefunden haben, wollen wir es an seine gehörige Stelle schreiben.

℔		Pf.		Centn.	
1	—	1	—	1?	(Fac. 25 Kr.)
1	—	2	—	1?	(Fac. 50 Kr.)
1	—	3	—	1?	(Fac. 75 Kr. = 1 fl. 15 kr.)

℔		Kr.		Centn.	
1	—	1	—	1?	(Fac. 1 fl. 40 Kr.)
1	—	$1\frac{1}{4}$	—	1?	(Fac. 2 fl. 5 Kr.)
1	—	$1\frac{1}{2}$	—	1?	(Fac. 2 fl. 30 Kr.)
1	—	$1\frac{3}{4}$	—	1?	(Fac. 2 fl. 55 Kr.)
1	—	2	—	1?	(Fac. 3 fl. 20 Kr.)
1	—	$2\frac{1}{4}$	—	1?	(Fac. 3 fl. 45 Kr.)
1	—	$2\frac{1}{2}$	—	1?	(Fac. 4 fl. 10 Kr.)
1	—	$2\frac{3}{4}$	—	1?	(Fac. 4 fl. 35 Kr.)
1	—	3	—	1?	(Fac. 5 fl.)
1	—	6	—	1?	(Fac. 10 fl.)

L. Betrachtet jetzt das erste Exempel und sagt, wozu ihr in Gedanken den Centner machen müßt, damit er mit dem ersten Satze einerley Benennung bekomme. K. Zu Pfunden.

L. Wie

L. Wie viel Pfunde hat denn der Centner? K. 100.

L. Wie viel Pfennige muß da der Centner kosten, wenn das Pfund 1 Pf. kostet? K. 100 Pf.

L. Wie viel sind das Kreuzer? K. 25.

L. Diesen Satz merkt recht. 100 Pfennige sind —? K. 25 Kr.

L. Gesetzt nun, ein Pfund wäre noch Ein Mahl so theuer, kostete also Statt Eines Pfennigs deren zwey: wie müßte sich denn da der Preis eines Centners zu dem jetzt gefundenen Preise verhalten? K. Er müßte noch Ein Mahl so hoch seyn.

L. Statt 25 Kreuzer müßte er also kosten —? K. 50 Kr.

L. Gut! Wenn also das Pfund 2 Pf. kostet, so kostet der Centner —? K. 50 Kr.

L. Und wenn das Pfund nur 1 Pf. kostet, so kostet der Centner —? K. 25 Kr.

L. Und wenn der Centner 2 Pf. und 1 Pf. d. i. 3 Pf. kostet, wie hoch kommt denn da der Centner? K. 75 Kr.

L. Recht so! Was für Zahlen durftet ihr jetzt nur geschwinde addiren? K. 50 und 25.

L. Wer kann mir jetzt die drey ersten Exempel mit ihren Faciten aus dem Kopfe sagen? K. Wenn 1 ℔ 1 Pf. kostet, so kostet 1 Centner 25 Kr. ꝛc.

L. Wie viel Kreuzer muß denn der Centner kosten, wenn 1 ℔ 1 Kr. kostet? K. 100 Kr.

L. Wie viel sind das Gulden? K. 1 fl. 40 Kr.

L. Oder $1\frac{2}{3}$ fl. Wie viel müßte denn der Centner noch über 1 fl. 40 Kr. kosten, wenn das

Pfund

Pfund $1\frac{1}{4}$ Kr. oder 1 Kr. 1 Pf. kostete? K. Noch 25 Kr.

L. 1 fl. 40 Kr, und noch 25 Kr. macht aber — ?

K. 2 fl. 5 Kr.

L. Wenn also das Pfund $1\frac{1}{4}$ Kr. kostet, so kostet der Centner — ? K. 2 fl. 5 Kr.

Auf diese Weise lasse man die Facite zu allen den vorhergehenden Exempeln finden, und suche sie dadurch, daß man diese Uibung mehrmals anstellt, dem Gedächtnisse der Kinder einzuprägen. Ist dieß geschehen, so können sie Exempel, wie folgende, in der größten Geschwindigkeit im Kopfe ausrechnen:

℔ Kr. Centn.

1 — 4 — 1 ? Hier zerlegen die Kinder 4 Kr. in 3 u. 1 Kr. u. schließen: wenn das Pfund 3 Kr. kostet, so kostet der Centner 5 fl, und wenn es überdieß noch 1 Kr. kostet, so kostet der Centner noch 1 fl. 40 Kr. mehr als 5 fl., folglich 6 fl. 40 kr.

℔ Kr. Centn.

$1 — 4\frac{1}{2} — 1$? Hier schließen die Kinder: wenn das Pfund 3 Kr. kostet, so kostet der Centner 5 fl., und wenn es noch die Hälfte von 3 Kr. kostet, so kostet der Centner noch die Hälfte von 5 fl., zusammen also 7 1/2 fl.

℔ Kr. Centn.

1 — 7 — 1 ? Wenn das Pfund 6 Kr. kostet, so kostet der Centner 10 fl. Wenn überdieß das Pfund noch 1 Kr. kostet, so kommt der Centner auch 1 fl. 40 Kr. höher als 10 fl., also 11 fl. 40 Kr.

℔ Kr. Centn.

1 — 18 — 1 ? So oft das Pfund 6 Kr. kostet, so oft kostet der Centner 10 fl. Da nun hier das Pfund 3 Mal 6 Kr. kostet, so kostet der Centner 3 Mal 10 = 30 fl. — Dieses haben geübte Kinder mit einem Blicke übersehen.

℔ Kr. Centn.
1 — 19 — 1? So oft das Pfund 6 Kr. kostet, so oft kostet der Centner 10 fl. Hier kostet das Pfund 3 Mal 6 und 1 Kr., folglich der Centner 3 Mal 10 fl. und 1 fl. 40 Kr.

℔ Kr. Centn.
1 — 27 — 1? Das Pfund kostet hier 4 Mal 6 Kr. u. 1 Mal 3 Kr., folglich der Centner 4 Mal 10 u. 1 Mal 5 fl., also 45 fl.

℔ Kr. Centn.
1 — 27 3/4 — 1? Wie vorhin, und überdieß noch 75 Kr., also 46 fl. 15 Kr.

Nach vielen Uibungen dieser Art lasse man Exempel, wie folgende, die ich in einer gewissen Stufenfolge hieher setze, fleißig auf der Tafel und aus dem Kopfe rechnen.

Loth Pf. Loth
1) 1 — 3 — 29?
3 Pf. | 1/4 Gr. folglich $^{2}\frac{9}{4} = 7\frac{1}{4}$ Gr.
= 21 Kr. 3 Pf.

Loth Pf. Loth
1 — 5 — 28?
4 | 1/3 Gr. folgl. $^{2}\frac{8}{3} = 9\frac{1}{3}$ Gr.
1 | 1 Pf. — 28 Pf. = $2\frac{1}{3}$ Gr.
11 $\frac{2}{3}$ Gr.

oder 3 | 1/4 Gr. folgl. $^{2}\frac{8}{4} = 7$
2 | 1/6 — — $^{2}\frac{8}{6} = 4\frac{2}{3}$
11 $\frac{2}{3}$ Gr.

Loth Pf. Loth
1 — 6 — 17?
6 | 1/2 Gr. folgl. $^{1}\frac{7}{2} = 8\frac{1}{2}$ Gr.

Loth Pf. Loth
1 — 7 — 25?
4 | 1/3 Gr. folgl. $^{2}\frac{5}{3} = 8\frac{1}{3}$ Gr.
3 | 1/4 — — $^{2}\frac{5}{4} = 6\frac{1}{4}$ Gr.
14 Gr. 7 Pf.

oder: $\frac{6 \mid \frac{1}{2}}{1 \mid 1}$ Gr. folgl. $^2\frac{5}{2} = 12\frac{1}{2}$

1 | 1 P. — 25 Pf. = $2\frac{1}{12}$

$14\frac{1}{12}$ Gr.

tb Kr. tb

II) 1 — 4 — 68?

$4 \mid \frac{1}{15}$ fl. folgl. $\frac{68}{15} = 4\frac{8}{15}$ fl.

tb Kr. tb

1 — 5 — 72?

$5 \mid \frac{1}{12}$ fl. folgl. $\frac{72}{12} = 6$ fl.

tb Kr. tb

1 — 6 — 85?

$6 \mid \frac{1}{10}$ folgl. $\frac{85}{10} = 8\frac{1}{2}$ fl.

tb Kr. tb

1 — 7 — 94?

$\underline{6 \mid \frac{1}{10}}$ folgl. $\frac{94}{10} = 9\frac{2}{5} = 9$ fl. 24 Kr.

1 | 1 Kr. — 94 Kr. = 1 fl. 34 Kr.

10 fl. 58 Kr.

tb Kr. tb

1 — 8 — 68?

$4 \mid \frac{1}{15}$ folgl. $\frac{68}{15} = 4\frac{8}{15}$

$4 \mid \frac{1}{15}$ — $\frac{68}{15} = 4\frac{8}{15}$ *)

$9\frac{1}{15}$ fl.

Elle Kr. Ellen

1 — 11 — 32?

$6 \mid \frac{1}{10}$ folgl. $\frac{32}{10} = 3\frac{1}{5}$ oder 3 fl. 12 Kr.

$5 \mid \frac{1}{12}$ — $\frac{32}{12} = 2\frac{8}{12}$ od. 2 fl. 40 Kr.

5 fl. 42 Kr.

*) Hier zeige man den Kindern, wie bequem es sey, wenn man eine gegebene Zahl in mehrere Brüche mit gleichem

℔	Kr.	℔		fl.	fl. Kr.
1	— 14	— 76?			
	12 $\frac{1}{5}$ folgl.		$\frac{76}{5}$ = 15 $\frac{1}{5}$ od.	15	12
	2 $\frac{1}{30}$ — auch noch		$\frac{76}{30}$ = 2 $\frac{16}{30}$ —	2	32
				17	44

Noch bequemer ist es, wenn man die 14 Kr. als $\frac{1}{4}$ fl. ansieht und spricht: wenn 1 ℔ $\frac{1}{4}$ fl. kostet, so kosten 60 ℔ 15 fl. und 16 ℔ 4 fl., folglich 60 + 16 oder 76 ℔ 19 fl. Da aber hier jedes Pfund um 1 Kr. zu theuer angenommen worden ist; so müssen von den 19 Gulden 76 Kr. oder 1 fl. 16 Kr. abgezogen werden. 19 fl. weniger 1 Gulden macht 18 fl., und nimmt man hievon noch 16 Kr. weg, so bleiben 17 fl. 44 Kr. *)

℔	Kr.	℔
1	— 19	— 96?

Nimmt man hier statt 19 Kr. 20 Kr., so hat man folgende Rechnung: 20 $\frac{1}{3}$ folgl. $\frac{96}{3}$ = 32 fl. Hievon wird abgezogen 1 fl. 36 Kr., weil man 96 Kr. zu viel in die Rechnung gebracht hat, bleibt also 30 fl. 24 Kr.

Elle

gleichem Nenner zerstreuen kann; denn dann darf man nur die Ein Mahl gefundene Summe so oft, als ein solcher Bruch da ist, nehmen. In dem obigen Beyspiele sagt man daher gleich: da das Pfund noch Ein Mahl 1/15 fl. kostet, so kosten auch die 68 Pfund noch Ein Mahl 68/15 fl.

*) Auf eine ähnliche Weise verfahre man überall, wo man durch Hinzuthun Eines oder zweyer Kreuzer einen einzigen oder 2 ꝛc. gleiche bequeme Guldenbrüche ꝛc. erhalten kann. So kann man 23 Kr. als $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ Gulden, 22 Kr. als $\frac{1}{2}$ Gulden, 19 Kr. als $\frac{1}{5}$ Gulden, 35 Kr. als $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ Gulden annehmen und am Ende von dem Facit wieder so viel abziehen, als zu viel angenommen worden ist.

Elle Kr. Ellen
1 — 28 — 100?

Wenn man hier statt 28 Kr. $\frac{1}{2}$ fl. setzt, so kosten 100 Ellen 50 fl. Da aber auf diese Weise 200 Kr. zu viel in Rechnung gebracht würden, so müssen von 50 Gulden 200 Kr. = 3 fl. 20 Kr. abgezogen werden: folglich bleiben 46 fl. 40 Kr.

Elle Kr. Ellen
1 — 49 — 36?

15 | $\frac{1}{4}$ folglich $36\frac{6}{4}$ = 9 fl.
15 | $\frac{1}{4}$ folgl. noch Ein Mahl 9 fl.
15 | $\frac{1}{4}$ und noch Ein Mahl 9 fl.
4 | $\frac{1}{15}$ und noch $\frac{36}{15}$ = $2\frac{6}{15}$ fl.

29 fl. 24 Kr.

Elle Kr. Ellen
1 — 54 — 80?

30 | $\frac{1}{2}$ folgl. $\frac{80}{2}$ = 40 fl.
20 | $\frac{1}{3}$ — $\frac{80}{3}$ = $26\frac{2}{3}$ fl. = 26 fl. 40 Kr.
4 | $\frac{1}{15}$ — $\frac{80}{15}$ = $5\frac{5}{15}$ fl. = 5 fl. 20 Kr.

72 fl.

℔ Kr. ₰. ℔

III) 1 — 19. 3 — 38?

Hier nimmt man nur 1 ₰fennig mehr aufs ₰fund, so hat man $\frac{1}{3}$ Gulden. $\frac{38}{3}$ machen $12\frac{2}{3}$ fl. oder 12 fl. 40 Kr. Hievon werden 38 ₰f. oder 9 Kr. 2 ₰f. abgezogen, es bleiben also 12 fl. 30 Kr. 2 ₰f.

℔ Kr. ₰f. ℔

1 — 27. 2 — 60?

20 | $\frac{1}{3}$ folglich $\frac{60}{3}$ = 20 fl.
6 | $\frac{1}{10}$ — $\frac{60}{10}$ = 6 fl.

1 Kr. | 1 Kr. — 60 Kr. = 1 fl.
2 ₰f. | $\frac{1}{2}$ Kr. — $\frac{60}{2}$ Kr. = 30 Kr.

27 fl. 30 Kr.

Elle	Kr.	Pf.	Ellen
1 —	42.	1 —	120

30 | $\frac{1}{2}$ folglich $\frac{120}{2}$ = 60

12 | $\frac{1}{5}$ — $\frac{120}{5}$ = 24

1 Pf. | 1 Pf. — 120 Pf.

Elle	Kr.	Pf.	Ellen
1 —	44	2 —	98?

Hier nimmt man statt 44 Kr. 2 Pf. 45 Kr. an u. setzt:

30 | $\frac{1}{2}$ folgl. $\frac{98}{2}$ = 49 fl.

15 | $\frac{1}{4}$ — $\frac{98}{4}$ = 24 fl. 30 Kr.

72 fl. 30 Kr.

Hievon gehen ab $\frac{98}{2}$ = 49 Kr. Es bleiben also 72 fl. 41 Kr.

Elle	Kr.	Pf.	Ellen
1 —	38.	1 —	100?

12 | $\frac{1}{5}$ folglich $\frac{100}{5}$ = 20 fl.

12 | $\frac{1}{5}$ folgl. noch Ein Mahl 20 fl.

12 | $\frac{1}{5}$ und noch Ein Mahl 20 fl.

2 Kr. | 2 Kr. und . . . 3 fl. 20 Kr.

1 Pf. | 1 Pf. und . . . — 25 Kr.

63 fl. 45 Kr.

Maß	Kr.	Pf.	Maß
1 —	26.	1 —	24?

20 | $\frac{1}{3}$ folglich $\frac{24}{3}$ = 8 fl.

6 | $\frac{1}{10}$ — $\frac{24}{10}$ = 2 fl. 24 Kr.

1 Pf. | 1 Pf. — . . — 6 Kr.

10 fl. 30 Kr.

	Elle	fl.	Kr.	Pf.	Ellen
IV)	1 —	1.	24.	3 —	12?

1 fl. | 1 fl. folglich 12 fl.

20 Kr. | $\frac{1}{3}$ fl. — $\frac{12}{3}$ = 4 fl.

4 Kr. | $\frac{1}{15}$ fl. — $\frac{12}{15}$ = — 48 Kr.

3 Pf. | 3 Pf. — 36 Pf. = — 9 Kr.

16 fl. 57 Kr.

oder, wenn man die 3 Pfennige für 1 Kr. annimmt, also:

1 fl.	1 fl.	folglich	12 fl.
20 Kr.	$\frac{1}{3}$ fl.	— $12\frac{2}{3}$ =	4 —
5 Kr.	$\frac{1}{12}$ fl.	— $\frac{12}{12}$ =	1 —
			17 fl.

Hievon 12 Pf. oder 4 Kr. abgezogen, bleibt 16 fl. 57 Kr.

Elle	fl.	Kr.	Pf.	Ellen
1 —	2.	18.	1 —	30?

2 fl.	2 fl.	folglich	60 fl.
12 Kr.	$\frac{1}{5}$ fl.	— $\frac{30}{5}$ =	6 fl.
6 Kr.	$\frac{1}{10}$ fl.	— $\frac{30}{10}$ =	3 fl.
1 Pf.	1 Pf.	— 30 Pf. =	— 7 Kr. 2 Pf.
			69 fl. 7 Kr. 2 Pf.

Elle	fl.	Kr.	Pf.	Ellen
1 —	3.	54.	2 —	24?

3 fl.	3 fl.	folglich	72 fl.
30 Kr.	$\frac{1}{2}$ fl.	— $\frac{24}{2}$ =	12 fl.
20 Kr.	$\frac{1}{3}$ fl.	— $\frac{24}{3}$ =	8 fl.
4 Kr.	$\frac{1}{15}$ fl.	— $\frac{24}{15}$ =	1 fl. 36 Kr.
2 Pf.	2 Pf.	— $\frac{24}{2}$ Kr. =	12 Kr.
			93 fl. 48 Kr.

V) | fl. | Loth | fl. |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ — | 17 — | $3\frac{1}{2}$ |

Hier zerstreut man 17 Loth in $\frac{1}{2}$ ℔ u. 1 Loth und schließt: wenn man für $\frac{1}{2}$ fl. $\frac{1}{2}$ ℔ erhält, so bekommt man für $3\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{7}{2}$ fl. $\frac{7}{2}$ oder 3 ℔ u. 16 Loth. Erhält man nun überdieß für $\frac{1}{2}$ fl. noch 1 Loth, so erhält man für $\frac{7}{2}$ fl. noch 7 Loth; zusammen also 3 ℔ 23 Loth.

fl. Loth fl.
$\frac{1}{2}$ — 20 — 8

16 L. | $\frac{1}{2}$ ℔ folgl. erhalte ich für 8 fl.
oder $\frac{16}{2}$ fl. $\frac{16}{2}$ = 8 ℔
4 L. | $\frac{1}{8}$ ℔ folgl. erhalte ich für 8 fl.
oder $\frac{16}{2}$ fl. $\frac{16}{8}$ = 2 ℔
10 ℔

fl. Loth fl.
$\frac{1}{3}$ — 24 — $7\frac{1}{3}$?

8 L. | $\frac{1}{4}$ ℔ folglich für $2\frac{2}{3}$ fl. $5\frac{1}{2}$ ℔
8 L. | $\frac{1}{4}$ ℔ noch Ein Mahl für $2\frac{2}{3}$ fl. $5\frac{1}{2}$ ℔
8 L. | $\frac{1}{4}$ ℔ u. noch Ein Mahl für $2\frac{2}{3}$ fl. $5\frac{1}{2}$ ℔
$16\frac{1}{2}$ ℔

fl. Loth fl.
$\frac{1}{4}$ — 29 — 6?

16 L. | $\frac{1}{2}$ ℔ folglich für $2\frac{4}{4}$ fl. 12 ℔
8 L. | $\frac{1}{4}$ ℔ — für $2\frac{4}{4}$ fl. 6 ℔
4 L. | $\frac{1}{8}$ ℔ — für $2\frac{4}{4}$ fl. 3 ℔
1 L. | 1 L. — noch 24 L. = — $\frac{3}{4}$ ℔
$21\frac{3}{4}$ ℔

fl. ℔ Loth fl.
1 — 2. 12 — 16?

2 ℔ | 2 ℔ folglich 32 ℔
8 L. | $\frac{1}{4}$ ℔ — $\frac{16}{4}$ = 4 ℔
4 L. | $\frac{1}{8}$ ℔ — $\frac{16}{8}$ = 2 ℔
38 ℔.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pöhlmann, Johann Paul,

Versuch einer practischen Anweisung für Schullehrer, Hofmeister und Aeltern, welche die Verstandeskräfte ihrer Zöglinge und Kinder auf eine zweckmäßige Weise üben und schärfen wollen
Bd.: 7

Erlangen 1808

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.2390(2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11111159-3